

LES HYPERFRÉQUENCES

CIRCUITS ET PROPAGATION DES ONDES

en vue de l'application au radar
et aux télécommunications

par

R. RIGAL

INGÉNIEUR GÉNÉRAL DES TÉLÉCOMMUNICATIONS
DIRECTEUR DES ÉTUDES A L'E.N.S.T.

NOUVELLE ÉDITION REVUE ET MISE A JOUR PAR

Jean VOGÉ

INGÉNIEUR EN CHEF DES TÉLÉCOMMUNICATIONS
PROFESSEUR A L'E.N.S.T.

PREFACE DE
LOUIS DE BROGLIE
SECRÉTAIRE PERPETUEL
DE L'ACADEMIE DES SCIENCES

Eyrolles
ÉDITEUR, PARIS

COLLECTION TECHNIQUE ET SCIENTIFIQUE DU C.N.E.T.
(CENTRE NATIONAL D'ÉTUDES DES TÉLÉCOMMUNICATIONS)

SERVICE DE DOCUMENTATION INTERMINISTÉRIEL DU C.N.E.T. - 38-40, RUE DU GÉNÉRAL LECLERC, ISSY-LES-MOULINEAUX (SEINE)
MINISTÈRE DES POSTES ET TÉLÉCOMMUNICATIONS

ÉDITIONS EYROLLES

61, Boulevard Saint-Germain, Paris (V^e)

- BASSERAS (Georges). — **Exercices et problèmes de radioélectricité à l'usage de l'ingénieur** - 3^e édition. Vol. 21 × 30, de VI-263 pages, avec 275 fig. et tabl., 1957. Préface du Colonel BLONDEAU
Prix : 25 F
- CHOUGNET (Pierre). — **Relais électromagnétiques**. Performances. Constitution. Mesures. - Vol. 16 × 25, de 260 pages, avec 239 fig., 1961. Préface de G. LETELLIER Prix : 46 F
- LECORGUILLIER (Jean). — **Les redresseurs en simple alternance**. - Vol. 21 × 30, de 158 pages, avec 144 fig. et 66 planches, 1953 Prix : 18,50 F
- RIGAL (Roger). — **Les hyperfréquences : circuits et propagation des ondes en vue de l'application au radar et aux télécommunications**. - 2^e édition. Vol. 16 × 25, de XII-255 pages, avec 226 fig., 1957 Prix : 20 F
- ROQUET (Raymond). — **Théorie et technique de la transmission télégraphique**. Tome I : **Théorie avec extension à la transmission de l'information**. - 2^e édition. Vol. 21 × 30, de 252 pages, avec 182 fig., 1957 Prix : 29 F
- VOGE (Jean). — **Les tubes aux hyperfréquences. Triodes et tétrodes. Klystrons. Magnétrons. Tubes à onde progressive. — Amplificateurs paramétriques et quantiques**. - 2^e édition. Vol. 16 × 25, de 260 pages, avec 131 fig. et 8 planches, 1959 Prix : 18,50 F

ÉDITIONS GAUTHIER-VILLARS

55, Quai des Grands-Augustins, Paris (VI^e)

- HUMBERT (Pierre), COLOMBO (Serge). — **Introduction mathématique à l'étude des théories électromagnétiques**. Fascicule I : **Analyse vectorielle. Transmission conforme. Théorie du potentiel**. - Vol. 21 × 30, de III-149 pages, 1949. Préface de Jean CABANNES
Prix : 15 F
- TESZNER (Stanislas). — **Semi-conducteurs électroniques et complexes dérivés. Théories. Applications**. - Vol. 21 × 30, de IX-93 pages, avec 84 fig., 1950. Préface de Louis de BROGLIE
Prix : 10 F
- JOUGUET (Marc). — **Traité d'électricité théorique**. :
Tome I : **Électrostatique**. - Vol. 16 × 25, de VIII-360 pages, avec 81 fig., 1952 Prix : 39 F
Tome II : **Électrocinétique et magnétostatique**. - Vol. 16 × 25, de VIII-316 pages, avec 112 fig., 1955 Prix : 42 F
Tome III : **Principe de relativité et lois générales de l'électromagnétisme et de l'électrodynamique**. - Vol. 16 × 25, de VII-179 pages, avec 36 fig., 1960 Prix : 40 F
- MOULON (Jean-Marie). — **Les transistors dans les amplificateurs**. - Vol. 16 × 25, de IV-316 pages, avec 280 fig., 1956. Préface de P. MARZIN Prix : 23 F
- POINCELOT (Paul). — **Sur plusieurs phénomènes de propagation**. - Vol. 21 × 30, de IV-44 pages, avec 58 fig., 1957 Prix : 8,50 F
- ROBIN (Louis). — **Fonctions sphériques de Legendre et fonctions sphéroïdales** :
Tome I : Vol. 16 × 25, de XXXV-201 pages, avec 17 fig., 1957. — Préface de H. VILLAT
broché : 40 F cartonné : 43 F
Tome II : Vol. 16 × 25, de VIII-384 pages, avec 27 fig., 1958 — 50 F — 53 F
Tome III : Vol. 16 × 25, de VIII-289 pages, avec 10 fig., 1959 — 55 F — 60 F
- LES FILTRES ÉLECTRIQUES. — **Série de monographies publiées sous la direction de P. DAVID**
- POTIER (Gaston). — **Les lignes à retard et leur utilisation** - Vol. 21 × 30, de VIII-102 pages, avec 73 fig., 1953 Prix : 15 F
- POINCELOT (Paul). — **Les régimes transitoires dans les réseaux électriques**. - Vol. 21 × 30, de VIII-132 pages avec 180 fig., 1953 Prix : 20 F
- INDJOUJIAN (Dickran), ANDRIEUX (Pierre). — **Filtres à cristaux piézo-électriques**. - Vol. 21 × 30, de III-177 pages, avec 280 fig. et tabl., 1953 Prix : 33 F

ÉDITIONS CHIRON

40, rue de Seine, Paris (VI^e)

- DU CASTEL (François). — **Propagation troposphérique et faisceaux hertziens transhorizon**. - Vol. 15 × 24, de 512 pages, 173 figures, 1961. - Préface de L. LEPRINCE-KINGUET
Prix : 104 F
- LEHMANN (René). — **Transducteurs électro-acoustiques (à paraître)**
- LIBOS (L.-J.). — **Faisceaux hertziens et systèmes de modulation**. - Vol. 16 × 25, de III-509 pages, avec 203 fig., 1958. — Préface de P. MARZIN Prix : 62 F

(à suivre, page 3 de la couverture)

LES HYPERFRÉQUENCES

CIRCUITS ET PROPAGATION DES ONDES

En vue des applications au Radar
et aux Télécommunications

PAR

Roger RIGAL

*Ingénieur Général des Télécommunications
Directeur des Etudes à l'E.N.S.T.*

NOUVELLE ÉDITION REVUE ET MISE A JOUR PAR

Jean VOGÉ

Ingénieur en chef des Télécommunications

Préface de

Louis de BROGLIE

Secrétaire Perpétuel de l'Académie des Sciences

EDITIONS EYROLLES

61, Boulevard Saint-Germain - PARIS-5^e

1963

COLLECTION TECHNIQUE ET SCIENTIFIQUE DU C.N.E.T.

(Centre national d'études des télécommunications). Service de documentation
interministérielle du C.N.E.T. 40, rue du Général-Leclerc - Issy-les-Moulineaux - (Seine)

MINISTÈRE DES POSTES ET TÉLÉCOMMUNICATIONS

PRÉFACE

L'étude de la propagation des ondes hertziennes de fréquences élevées (hyperfréquences) a ouvert à la Radioélectricité, tant du point de vue théorique que du point de vue des applications, un champ d'investigations très étendu. Chaque jour on voit apparaître de nouveaux dispositifs utilisant les hyperfréquences et ce mouvement, qui ne fera que s'amplifier, a renouvelé l'aspect de la science radioélectrique.

Il est donc fort important d'enseigner à ceux qui auront à utiliser les hyperfréquences les grands principes théoriques qui leur permettront d'en maîtriser l'emploi. Or cet enseignement n'est pas sans difficultés car il implique tout d'abord l'usage de solutions mathématiques des équations de Maxwell qui ne sont celles auxquelles les traités d'Electricité ou de Radioélectricité ont depuis longtemps familiarisé les étudiants: beaucoup de personnes habituées aux solutions classiques de ces équations se figurent volontiers qu'une onde électromagnétique est nécessairement transversale et homogène dans le plan d'onde et elles éprouvent par suite un certain étonnement quand elles apprennent à connaître les ondes d'un type tout différent qui se propagent dans les guides d'ondes. De même la nécessité de représenter les phénomènes de diffraction des ondes électromagnétiques par des formules aussi compliquées que celles de Kottler n'est pas sans surprendre ceux qui sont habitués aux exposés élémentaires du principe d'Huyghens. D'ailleurs les complications mathématiques qui s'introduisent dans les problèmes d'hyperfréquences, dès qu'ils ne sont pas très simples, obligent dans beaucoup d'applications à chercher des solutions suggérées en partie par l'intuition et dont la justification rigoureuse serait difficile.

Le cours sur les Hyperfréquences que M. RIGAL, Directeur des Etudes de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications professe à cette Ecole et qui est reproduit dans le présent ouvrage donne un excellent exemple de la façon dont on peut surmonter les difficultés d'un tel enseignement. Dans un exposé d'une grande clarté et d'une minutieuse précision, l'auteur a développé la théorie de la propagation des ondes électromagnétiques dans les guides, les coaxiaux, etc. Il a montré comment on peut se représenter simplement ces propagations complexes en décomposant les ondes en une superposition d'ondes planes se réfléchissant aux limites du guide et, pour rendre les exposés plus intuitifs, il a systématiquement

comparé les dispositifs d'hyperfréquences à des circuits ordinaires en introduisant les notions d'impédances familières aux ingénieurs. Nous ne pouvons suivre ici l'exposé très complet de M. RIGAL et nous nous bornerons à dire qu'il est très instructif même pour celui qui a réfléchi déjà à ce genre de problème. L'ouvrage contient une dernière partie où sont exposés et discutés un grand nombre de dispositifs techniques particuliers dont la théorie rigoureuse est souvent impossible, mais dont les propriétés peuvent se prévoir assez exactement par des raisonnements approximatifs. Enfin un dernier chapitre rédigé par M. VOGÉ traite de la propagation des hyperfréquences dans l'espace terrestre et contient de très intéressants renseignements sur cet important problème ⁽¹⁾.

L'ouvrage de M. RIGAL, à la fois rigoureux et facilement accessible à ceux qui connaissent déjà les lois de l'Electricité générale, constitue une excellente introduction à l'étude des hyperfréquences. Il rendra sans nul doute les plus grands services aux jeunes ingénieurs ou physiciens qui veulent s'initier à des problèmes dont l'intérêt théorique et l'importance pratique deviennent chaque jour plus considérables. Nous lui souhaitons d'avoir tout le succès qu'il mérite.

Louis DE BROGLIE.

⁽¹⁾ L'ouvrage de M. RIGAL a comme suite un ouvrage consacré par M. VOGÉ à l'étude des tubes employés en hyperfréquences.

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE	7
AVANT-PROPOS	17
INTRODUCTION	19

CHAPITRE PREMIER

Rappels

Les équations de Maxwell

Etude classique de la transmission

1.0. Introduction	21
1.1. <i>Rappels sur les équations de Maxwell</i>	21
1.1.1. Rappels sur les équations de Maxwell. Expression intrinsèque	24
1.1.2. Rappels sur les équations de Maxwell. Expression développées	26
1.1.3. Conditions aux limites	31
1.1.4. Vecteur de Poynting	33
1.2. <i>Rappel sur l'étude classique de la transmission</i>	33
1.2.1 Rappels de formules	33
1.2.1.1. Taux d'ondes stationnaires	39
1.2.2. Adaptation des éléments de transmission à l'aide de tronçons de ligne	41
1.2.3. Adaptation à l'aide de réactances localisées	46
1.3. <i>Annexe au chapitre 1 : Diagrammes utilisés pour l'étude des lignes de transmission</i>	51
1.3.1 Diagramme du cercle	51
1.3.1.1. Cas des impédances	51
1.3.1.2. Cas des admittances	55
1.3.2. Diagramme de Smith	55
1.3.2.1. Définition	55
1.3.2.2. Remarques sur le diagramme de Smith	56
1.3.2.3. Utilisation du diagramme	58

CHAPITRE II

Impédance d'onde. Réflexion d'une onde plane

(cas où il n'y a pas de pertes : diélectriques purs, conducteurs parfaits)

2.0. - Introduction	59
2.1. Onde électromagnétique plane dans un milieu diélectrique parfait. Impédance d'onde.....	59
2.2. Onde plane tombant normalement sur une surface plane de discontinuité	63
2.2.1. Onde plane tombant normalement sur la surface plane de séparation de deux milieux diélectriques purs.....	63
2.2.2. Suppression de l'onde réfléchie dans le cas d'une onde plane tombant sur la surface de séparation de deux dié- lectriques purs	67
2.2.3. Onde plane tombant normalement sur la surface plane d'un conducteur parfait	68
2.3. Notion de longueur d'onde et de vitesse de phase.....	71
2.4. Onde plane tombant obliquement sur une surface plane de discontinuité	73
2.4.1. Onde plane tombant obliquement sur la surface plane d'un conducteur parfait	73
2.4.1.1. Conditions aux limites	74
2.4.1.2. Polarisation horizontale et polarisation ver- ticale	74
2.4.1.3. Expressions du champ électromagnétique ...	76
2.4.2. Onde plane tombant obliquement sur la surface de séparation de deux diélectriques purs. Angle limite..	80
2.4.2.1. Equation du champ électromagnétique....	80
2.4.2.2. Propagation parallèlement et perpendiculai- rement à la surface de séparation.....	83
2.4.2.3. Coefficients de réflexion et de réfraction....	86
2.4.2.4. Généralisation de la notion d'impédance d'onde	87
2.4.2.5. Angle limite. Réflexion totale.....	88
2.4.2.6. Angle correspondant à la suppression du rayon réfléchi	89

CHAPITRE III

Ondes guidées en l'absence de pertes

(Diélectriques purs. Conducteurs parfaits)

3.1. Onde guidée par deux plans parallèles.....	92
---	----

3.2.	<i>Guides d'ondes à section rectangulaire. Solutions particulières</i>	95
3.2.1.	Cas simple de l'onde H_{01} ou TE_{01}	95
3.2.2.	Propriétés de l'onde TE_{01} (H_{01}) dans un guide d'ondes à section rectangulaire	96
3.2.3.	Les ondes TE_{on} (H_{on}) dans un guide à section rectangulaire	101
3.2.4.	Possibilités de fonctionnement en TE_{on}	102
3.2.5.	Dimensions pratiques des guides rectangulaires en TE_{01}	104
3.3.	<i>Guides d'ondes cylindriques de section quelconque. Différents régimes. Théorème fondamental</i>	105
3.3.1.	Extension de la notion de vitesse de phase	105
3.3.2.	Différents régimes possibles dans un guide d'ondes ..	109
3.3.3.	Solution générale de la propagation dans un guide d'ondes de section quelconque	109
3.4.	<i>Guides à section rectangulaire. Solutions générales</i>	113
3.4.1.	Différents régimes possibles	113
3.4.2.	Impédance d'onde. Longueur d'onde de coupure	116
3.4.3.	Représentation des lignes de champs électrique et magnétique pour quelques types simples de guides à section rectangulaire	119
3.5.	<i>Guides à section circulaire</i>	119
3.5.1.	Expression des champs. Différents régimes possibles	119
3.5.2.	Impédance d'onde. Fréquence de coupure	124
3.5.3.	Représentations des lignes de champ électrique et de champ magnétique pour quelques types simples de guides à section circulaire	125
3.5.3.1.	Cas particulier des ondes TM_{01} et TE_{11} dans un guide à section circulaire	125
3.6.	<i>Câble coaxial</i>	127
3.6.1.	Onde coaxiale : TEM	127
3.6.2.	Ondes TM et TE	128
3.6.2.1.	Impédance et fréquence de coupure	129
3.7.	<i>Guides fonctionnant au-dessus de la longueur d'onde de coupure : atténuateurs</i>	130
3.8.	<i>Présentation résumée du fonctionnement des guides d'ondes</i>	132
3.9.	<i>Autres types de lignes de transmission aux hyperfréquences</i> ..	133
3.9.1.	Guide d'onde de surface	133
3.9.2.	Lignes à bandes (« Strip lines »)	136
3.9.2.1.	Microbande (« Microstrip »)	136
3.9.2.2.	Triplaque	137
3.10.	<i>Annexe au chapitre III. Démonstration du théorème fondamental</i>	140

CHAPITRE IV

Les ondes guidées dans les cas réels où il y a des pertes
Puissances transmises. Affaiblissements

4.1.	<i>Les milieux semiconducteurs. Formules générales</i>	142
4.1.1.	Cas particulier des corps bons conducteurs ou bons diélectriques	144
4.2.	<i>Réflexion et pénétration d'une onde tombant normalement sur un bon conducteur (cuivre)</i>	147
4.3.	<i>Ondes guidées par un corps semiconducteur</i>	149
4.3.1.	Cas général	149
4.3.2.	Cas d'un bon conducteur (cuivre)	151
4.4.	<i>Puissance transmise à travers la section droite d'un guide d'ondes</i>	155
4.5.	<i>Energie perdue dans la paroi métallique d'un guide d'ondes. Coefficient d'affaiblissement</i>	156
4.5.1.	Cas d'une onde TM	156
4.5.2.	Cas d'une onde TE	157
4.5.3.	Formules pratiques	158
4.5.4.	Cas particulier de l'onde TEM, sur un coaxial	160
4.6.	<i>Affaiblissement supplémentaire des guides d'ondes dû aux pertes dans le diélectrique</i>	161
4.7.	<i>Pertes des guides à onde de surface et des lignes à bande</i>	163
4.7.1.	Guide à onde de surface	163
4.7.2.	Lignes à bande	164

CHAPITRE V

Les discontinuités dans les systèmes de transmission
Réalisations techniques particulières utilisées en hyperfréquences

5.0.	<i>Introduction</i>	167
5.1.	<i>Divers types de discontinuités</i>	167
5.1.1.	Changement de constante diélectrique dans un guide dont les dimensions géométriques ne varient pas....	167
5.1.2.	Guide ou coaxial court-circuité ou ouvert à son extrémité	169
5.1.3.	Dispositifs permettant sans rayonnement extérieur de supprimer l'onde réfléchie à l'intérieur d'un guide d'ondes	171
5.1.4.	Coaxial fonctionnant en TEM et présentant une discontinuité dans la forme de sa section droite	173

5.1.5.	Guide d'ondes présentant une discontinuité dans la forme de sa section droite	175
5.1.6.	Obstacles intercalés sur une ligne de transmission ...	175
5.1.7.	Dérivation sur une ligne de transmission	178
5.1.8.	Conclusion	180
5.2.	<i>Réalisations techniques particulières</i>	181
5.2.1.	Joints rotatifs	181
5.2.2.	Filtres. Transformateurs d'onde	184
5.2.3.	Dispositifs d'attaque	185
5.2.4.	Circuits différentiels	186
5.2.5.	Atténuateurs	188
5.2.6.	Changements de direction	190
5.2.7.	Autres dispositifs	192
5.3.	<i>Emploi des ferrites dans le domaine des hyperfréquences</i>	193
5.3.1.	Réalisation de dispositifs non réciproques pour hyperfréquences	193
5.3.2.	Corps magnétiques non métalliques : ferrites	193
5.3.3.	La résonance magnétique	194
5.3.4.	Absorption par résonance et effet Faraday (effet gyromagnétique)	195
5.3.5.	Réalisations techniques à base de ferrites	198
5.4.	<i>Annexe au chapitre V</i>	206
5.4.1.	Utilisation d'obstacles en ligne pour améliorer le taux d'ondes stationnaires	206
5.4.2.	Admittance de quelques obstacles	209

CHAPITRE VI

Conditions d'utilisation des différents systèmes de transmission en « hyperfréquences »

6.1.	<i>Divers types de lignes de transmission</i>	213
6.2.	<i>Diélectriques solides utilisables aux hyperfréquences. Polythène et téflon</i>	216
6.2.1.	Propriétés du polythène	217
6.2.2.	Propriétés du téflon	217

CHAPITRE VII

Les volumes résonnants

7.0.	<i>Introduction</i>	218
7.1.	<i>Les résonateurs classiques</i>	218
7.2.	<i>Les lignes résonateurs</i>	221

7.3. Les résonateurs de volume	224
7.3.1. Obtention simple de volumes résonnants	225
7.3.2. Intérêt des volumes résonnants	227
7.3.3. Entretien des oscillations des volumes résonnants	228
7.4. Etude de quelques volumes résonnants simples	228
7.4.1. Volumes résonnants formés de tronçons de guides d'ondes	229
7.4.1.1. Etude du volume résonnant constitué à l'aide d'un tronçon de guide d'ondes rectangulaire fonctionnant en TE_{01}	230
7.4.1.2. Détermination du coefficient de qualité d'un volume résonnant	234
7.4.1.3. Régimes TE_{01p} dans un volume résonnant parallélépipède rectangle	236
7.4.1.4. Régimes TE_{mnp} ou TM_{mnp} dans un volume résonnant parallélépipède rectangle	237
7.4.1.5. Volumes résonnants de section circulaire et de section quelconque	237
7.4.1.6. Volumes résonnants à la coupure. Ondes TM_{mno}	238
7.4.2. Volumes résonnants sphériques	239
7.4.3. Volumes résonnants coniques	241
7.4.4. Volumes résonnants de formes diverses	242
7.5. Détermination des éléments localisés équivalents à un volume résonnant	244
7.6. Ondemètres à cavités résonnantes	246
7.7. Autres types de résonateurs	246
7.7.1. Résonateurs piézoélectriques	246
7.7.2. Résonateurs « papillon »	247
7.8. Annexe au chapitre VII. Réalisation de filtres hyperfréquences	248

CHAPITRE VIII

Les systèmes rayonnants

8.0. Introduction	257
8.1. Considérations théoriques	258
8.1.1. Formule de Kottler	258
8.1.2. Gain d'un aérien	259
8.1.3. Surface équivalente d'un aérien	260
8.1.4. Gain maximum d'un aérien d'ouverture donnée	262
8.1.5. Angle d'ouverture. Importance des folioles latérales	264
8.1.6. Rappel des équations de propagation	267

8.2.	<i>Différents types d'aériens</i>	268
8.2.1.	Cornets	269
8.2.2.	Lentilles métalliques	271
8.2.2.1.	Lentilles formées de plaques parallèles	271
8.2.2.2.	Lentilles formées d'un réseau d'éléments métalliques	273
8.2.2.3.	Lentilles formées d'un réseau de « trous »..	275
8.2.3.	Miroirs réflecteurs	276
8.2.4.	Antennes diélectriques.....	280
8.2.5.	Fentes rayonnantes	283
8.2.5.1.	Fentes employées pour le couplage de guides d'ondes	288
8.3.	<i>Antennes à balayage électronique</i>	290
8.3.1.	Principe du balayage électronique	291
8.3.2.	Volume de balayage	293
8.3.3.	Gain d'une antenne à balayage électronique.....	295
8.3.4.	Adaptation d'antenne	295
8.3.5.	Réalisation pratique d'antennes à balayage électronique	295

CHAPITRE IX

Propagation des hyperfréquences dans l'espace terrestre

9.0.	<i>Introduction</i>	298
9.1.	<i>Rappel de notions météorologiques</i>	300
9.2.	<i>Réfraction atmosphérique. Modèles équivalents pour les calculs de propagation</i>	304
9.3.	<i>Influence de la structure fine de la troposphère sur la propagation</i>	307
9.3.1.	Evanouissements sur les liaisons en visibilité directe..	308
9.3.2.	Propagations anormales sur des trajets longs, sans visibilité directe. Superréfraction	312
9.3.2.1.	Inclinaison maximum des rayons radioélectriques permettant la propagation anormale..	319
9.3.2.2.	Longueur d'onde maximum guidée dans une couche d'inversion.....	320
9.3.3.	Propagations normales sur des trajets longs, sans visibilité directe	321
9.4.	<i>Absorption par l'atmosphère</i>	328

AVANT-PROPOS

La rédaction qui suit est celle d'une partie du cours professé sur les Hyperfréquences aux Ingénieurs-Elèves de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications. La première question qui se pose à son sujet est celle-ci : Convient-il, dans un enseignement, d'isoler le domaine de ces fréquences radioélectriques les plus élevées, comprises, pour fixer les idées, entre 600 et 30 000 mégahertz? „ 3

Sans doute, quand on parcourt d'un bout à l'autre la gamme radio-électrique, les variations constatées dans les propriétés et dans les applications sont-elles continues ; mais le domaine parcouru est si vaste (il couvre plus de vingt octaves) que des modifications importantes peuvent être constatées d'une sous-gamme à l'autre, non seulement du point de vue des réalisations techniques, mais aussi du point de vue des principes de base utilisables. Ainsi, quand on passe de longueurs d'ondes relativement grandes, hectométriques par exemple, aux longueurs d'ondes centimétriques, la ligne à deux conducteurs est remplacée, pour la transmission, par le guide d'ondes ; l'étude du premier de ces systèmes est faite à l'aide des notions classiques de constante de transfert et d'impédance caractéristique et par considération du couple tension-intensité ; l'étude du guide d'ondes se ramène, pour son compte, à celle du champ électromagnétique, justiciable des équations de Maxwell.

De la même façon, le fonctionnement des tubes « Hyperfréquences » dont l'étude est faite dans un autre volume appartenant à la même collection et rédigé par M. VOGÉ, Ingénieur au Centre National d'Etudes des Télécommunications, suppose l'utilisation systématique du temps de trajet des électrons ; dans les tubes classiques, ce temps de trajet, lorsqu'il n'est pas négligeable, est perturbateur.

Une étude séparée des « Hyperfréquences » semble donc légitime, tant pour les circuits que pour les tubes. Cependant, dans ce qui suit, on s'est attaché, toutes les fois que cela a été possible, comme par exemple dans le chapitre sur les résonateurs, à dégager le principe de fonctionnement commun existant dans des réalisations techniques différentes. Quand le principe d'étude est différent, on a essayé, en en marquant les limites, d'établir des analogies entre l'étude classique et celle des hyperfréquences ;

c'est de ce point de vue qu'a été considérée la transmission dans les guides d'ondes, et qu'a été utilisée la notion d'impédance d'onde.

Je dois signaler ici que le chapitre IX sur « la propagation des hyperfréquences dans l'espace terrestre » a été rédigé par M. VOGÉ.

Quoiqu'il en soit, l'ouvrage rédigé, pris dans son ensemble, est essentiellement un ouvrage d'enseignement qui tend plus vers la clarté que vers l'originalité; un effort systématique a été fait pour dégager des formules et des calculs l'aspect physique des phénomènes. Pour essayer d'atteindre le résultat recherché, appel a été fait, en particulier, aux travaux fondamentaux de MM. Louis DE BROGLIE, L. BRILLOUIN et A. G. CLAVIER.

Je dois aussi indiquer que, suivant un usage maintenant très répandu, un système d'unités rationalisé est utilisé. Il faut reconnaître d'ailleurs que dans le domaine qui nous intéresse et dans lequel s'impose la considération de champs électromagnétiques, on obtient ainsi certaines symétries de formules ou d'expressions qui ne sont pas sans intérêt.

Je remercie le Centre National d'Etudes des Télécommunications qui a admis ce cours dans sa collection et qui en a facilité l'édition.

Je dois dire enfin ma respectueuse gratitude à M. Louis DE BROGLIE qui a bien voulu me faire l'honneur de préfacer l'ouvrage présenté.

Roger RIGAL.

INTRODUCTION

Nous appelons « hyperfréquences » ce domaine de fréquences le plus tard venu dans la technique radioélectrique, qui, centré sur les longueurs d'ondes centimétriques, déborde de part et d'autre sur les longueurs d'ondes décimétriques et millimétriques, couvrant au total sept ou huit octaves.

En mettant en jeu des fréquences de plus en plus élevées la technique radioélectrique a, tant pour les tubes que pour les circuits, rencontré dans sa marche progressive des limitations et des impossibilités. Les réalisations effectuées ont dû prendre des formes différentes de celles mises en jeu sur les fréquences plus basses; souvent même appel a dû être fait à des principes nouveaux.

Nous nous proposons, dans ce qui suit, de faire successivement l'étude, pour le domaine des hyperfréquences :

- 1° des dispositifs de transmission (lignes coaxiales, guides d'ondes) — chapitres I à VI ;
- 2° des résonateurs (lignes et volumes résonnants) — chapitre VII ;
- 3° des dispositifs rayonnants et des conditions de propagation des hyperfréquences dans l'espace terrestre — chapitres VIII et IX.

CHAPITRE PREMIER

RAPPELS

Les équations de Maxwell Etude classique de la transmission

1.0. INTRODUCTION

Les systèmes de transmission classiques présentent des formes diverses: ils peuvent être constitués par une ligne à deux fils, par une ligne comportant un plus grand nombre de fils (feeders de radiodiffusion), par un coaxial.

Tous ces systèmes présentent la caractéristique commune qu'ils peuvent être décomposés en un conducteur (ou un ensemble de conducteurs) servant à l'aller, et un conducteur (ou un ensemble de conducteurs) servant au retour, dans la transmission considérée.

Remarquons au passage que cette notion de conducteurs d'aller et de conducteurs de retour, intuitive en régime continu, cesse de l'être en régime variable, par exemple lorsqu'en état instantané le courant change de sens sur un fil dont les dimensions sont assez grandes par rapport à la longueur d'onde. Mais, on sait que l'on peut alors faire correspondre, à tout point M du premier conducteur où le courant est $+i$, un point M' du deuxième conducteur, où le courant est au même instant $-i$ (fig. 1). Les points M et M' sont dits « points correspondants » ; la notion de points correspondants permet d'étendre au régime variable celle de conducteur d'aller et de conducteur de retour.

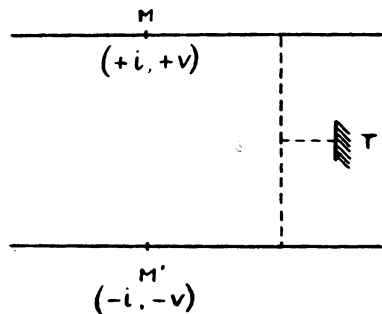


FIG. 1.

Dans le cas d'une ligne constituée par un fil unique placé au-dessus du sol supposé parfaitement conducteur, le conducteur de retour est constitué par l'image électrique du fil par rapport au sol.

Quoi qu'il en soit, pour les systèmes constitués par des conducteurs à fils ou par des coaxiaux, les pertes de transmission, qu'il s'agisse, suivant le cas, de pertes par rayonnement, de pertes dans les diélectriques ou de pertes dans les conducteurs, deviennent exagérées quand la fréquence augmente.

D'autre part, nous le verrons, l'existence possible de régimes parasites nuisibles amène à réduire les dimensions latérales d'un câble coaxial dans la même proportion que la longueur d'onde ; la puissance instantanée qui peut être transmise diminue en même temps et peut devenir insuffisante pour certaines utilisations, les dispositifs de radar en particulier.

Nous verrons ultérieurement, avec plus de précision, que des limites sont ainsi obtenues, pour une raison ou pour une autre, à l'emploi des systèmes classiques de transmission et que ces limites d'emploi tombent, en gros, pour les conducteurs à fils dans la gamme des ondes décimétriques, pour les conducteurs coaxiaux dans la gamme des ondes centimétriques.

Les dispositifs de transmission qui doivent dès lors être employés pour les fréquences les plus élevées de la gamme radioélectrique sont les « guides d'ondes ». Ce terme de « guides d'ondes » qui pourrait être une appellation générique s'appliquant à tous les dispositifs de transmission, puisqu'aussi bien, dans tous les cas, il y a guidage d'ondes, est, en fait, réservé aux dispositifs particuliers constitués par un cylindre métallique creux rempli de diélectrique, la propagation se faisant à l'intérieur.

L'étude de la propagation, assez complexe, qui se produit à l'intérieur des guides d'ondes est faite à partir des équations fondamentales de Maxwell ; ces équations sont écrites, pour chaque cas, dans le système de coordonnées qui est le mieux adapté à l'étude du problème particulier auquel on porte attention. Ainsi pour un guide à section rectangulaire, on adopte des coordonnées cartésiennes ($x y z$), pour un guide à section cylindrique des coordonnées cylindriques circulaires ($r \phi z$), etc.

Nous rappellerons, ci-après, l'expression intrinsèque des équations de Maxwell, ainsi que le moyen de les écrire dans les différents systèmes de coordonnées.

Nous rappellerons également à quelles conditions aux limites doivent satisfaire les éléments composant le champ électromagnétique.

Nous voyons ainsi qu'en principe l'étude des « guides d'ondes » n'est pas faite comme celle des systèmes classiques de transmission par l'introduction des notions fondamentales d'exposant linéique de transfert ou d'impédance caractéristique. Cependant l'introduction de la notion très utile d'impédance d'onde, due à Schelkunoff, permet, dans certains cas, d'établir des analogies de raisonnement et de formules souvent fructueuses, qui facilitent ou créent l'intuition, mais qui, nous le verrons, doivent rester limitées. Pour faciliter le travail du lecteur, nous rappellerons celles qui

nous intéressent parmi les notions introduites et les formules établies dans la théorie des dispositifs classiques de transmission, en insistant sur celles qui nous seront le plus utiles.

Tous ces rappels faits dans un premier chapitre, et avant de passer à l'étude des résonateurs et des systèmes rayonnants (chapitres VII et VIII),

— nous introduisons la notion d'impédance d'onde et étudions les problèmes fondamentaux correspondant à la réflexion, dans diverses conditions, d'une onde plane (chapitre II);

— nous étudions les ondes guidées par un « guide d'ondes » ou par un coaxial en l'absence de pertes (chapitre III);

— nous examinons le cas réel de la propagation en présence de milieux comportant des pertes (chapitre IV);

— nous étudions les problèmes posés par les discontinuités dans les dispositifs de transmission, par leur adaptation, par leur utilisation pratique (chapitre V).

Le chapitre IX traite de la propagation des hyperfréquences dans l'espace terrestre.

I.1. RAPPELS SUR LES ÉQUATIONS DE MAXWELL

Notations

e	: champ électrique.
h	: champ magnétique.
d	: $\varepsilon \cdot e$ induction électrique.
b	: $\mu \cdot h$ induction magnétique.
γ	: conductibilité.
j	: densité de courant.
j_t	: densité du courant total.
j_c	: densité du courant de conduction.
j_a	: densité du courant de déplacement.

REMARQUE. — Nous posons dans ce qui suit :

$$d = \varepsilon \cdot e \quad \text{et} \quad b = \mu \cdot h \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \varepsilon' \cdot \varepsilon_0 \quad \text{et} \quad \mu = \mu' \cdot \mu_0;$$

ε_0 et μ_0 sont respectivement la constante diélectrique et la perméabilité du vide; ε' et μ' sont des constantes sans dimensions, caractéristiques des milieux considérés.

1.1.1. Equations de Maxwell. Expressions intrinsèques

Les équations de Maxwell permettent de faire, en régime variable, l'étude du champ électrique et du champ magnétique ou plus exactement de champ électromagnétique puisque e et h ne sont pas, en régime variable, indépendants comme ils le sont en régime permanent.

Sous forme intrinsèque, ces équations de Maxwell sont les suivantes :

1^o Equation de Maxwell-Faraday :

$$\text{rot } e = -\mu \frac{\partial h}{\partial t}$$

qui exprime que la circulation du champ électrique le long d'un contour fermé est égale à la force électromotrice d'induction définie par la loi de Faraday.

2^o Equation de Maxwell-Ampère :

$$\text{rot } h = \left(\gamma e + \varepsilon \frac{\partial e}{\partial t} \right) = (j_c + j_d) = j_t$$

qui exprime que la circulation du champ magnétique h le long d'un contour fermé est égale à l'intensité du courant total qui traverse ce contour. Ce courant total est égal à la somme du courant de conduction et du courant de déplacement.

REMARQUE. — La formule la plus générale serait :

$$\text{rot } h = j_c + \varepsilon \frac{\partial e}{\partial t}$$

a) Dans une cavité, un guide d'onde, ou la basse atmosphère, il n'y a pas de charges. Le courant de conduction j_c est nul.

b) A l'intérieur d'un conducteur, la densité de courant est liée au champ électrique par la loi d'Ohm

$$j_c = \gamma e$$

où γ est la conductibilité.

c) Considérons enfin le cas d'un tube électronique comportant, dans une enceinte à vide plus ou moins poussée, un faisceau d'électrons.

En un point où les électrons ont la vitesse v les densités de charge ρ et de courant j_c sont liées par la relation :

$$j_c = \rho v .$$

Mais si en ce point se croisent plusieurs pinceaux électroniques ayant des vitesses v_i différentes, on aura pour chacun d'eux :

$$j_{ci} = \rho v_i$$

avec

$$j_c = \Sigma \rho_i v_i .$$

On est ainsi amené à étudier la répartition des vitesses, c'est-à-dire les mouvements électroniques.

Remarquons qu'aux équations de Maxwell, on peut ajouter l'équation de conservation de la charge

$$\text{div } j_c + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

qui est une conséquence des relations 2 (Maxwell-Ampère) et 3 a) (Première équation complémentaire, indiquée plus loin), compte tenu du fait que

$$\text{div } \text{rot } h = \text{div } \left(j_c + \varepsilon \frac{\partial e}{\partial t} \right) = 0 .$$

Le vecteur densité de courant total

$$j_t = j_c + \varepsilon \frac{\partial e}{\partial t}$$

est ainsi un vecteur solénoïdal, c'est-à-dire un vecteur à divergence nulle en tout point :

$$\text{div } j_t = 0 .$$

Il faut cependant noter que si en un point se croisent plusieurs pinceaux électroniques de directions distinctes, définis chacun par un indice et par des densités partielles ρ_i et j_{ci} , l'équation de conservation de la charge est valable pour chacun d'eux :

$$\text{div } j_{ci} + \frac{\partial \rho_i}{\partial t} = 0 .$$

Ces relations partielles ne sont plus alors contenues dans les équations de Maxwell où figurent seulement

$$\rho = \sum \rho_i \quad \text{et} \quad j_c = \sum j_{ci},$$

et elles doivent être jointes aux équations de Maxwell.

3° Equations complémentaires :

a) Première équation complémentaire.

$$\text{div } d = \rho$$

$$(\text{div } e = 0 \quad \text{quand} \quad \rho = 0)$$

C'est l'expression de la loi de Gauss appliquée à des charges électriques de densité de volume ρ .

b) Deuxième équation complémentaire :

$$\text{div } b = 0$$

ou

$$\text{div } h = 0$$

C'est l'expression de la loi de Gauss appliquée aux charges magnétiques, dont la densité est nulle en tous points.

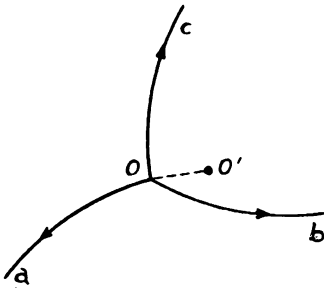


FIG. 2.

1.1.2. Equations de Maxwell. Expressions développées

Rappelons le moyen d'écrire les expressions divergence et rotationnel, donc d'écrire les équations de Maxwell dans un système de coordonnées curvilignes orthogonales quelconques.

Ainsi x, y, z sont les coordonnées cartésiennes et a, b, c des coordonnées curvilignes orthogonales quelconques.

A une variation da à partir de O (fig. 2) correspond un segment $dl_1 = \theta_1 da$; à db et dc correspondent respectivement dans les mêmes conditions :

$$dl_2 = \theta_2 \cdot db \quad \text{et} \quad dl_3 = \theta_3 \cdot dc$$

avec

$$\theta_1^2 = \left(\frac{dx}{da} \right)^2 + \left(\frac{dy}{da} \right)^2 + \left(\frac{dz}{da} \right)^2$$

$$\theta_2^2 = \left(\frac{dx}{db} \right)^2 + \left(\frac{dy}{db} \right)^2 + \left(\frac{dz}{db} \right)^2$$

$$\theta_3^2 = \left(\frac{dx}{dc} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dc} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dc} \right)^2.$$

θ_1 , θ_2 et θ_3 ainsi définis, on a les expressions générales :

$$\text{div } e = \frac{1}{\theta_1 \theta_2 \theta_3} \left[\frac{\partial}{\partial a} (e_1 \theta_2 \theta_3) + \frac{\partial}{\partial b} (e_2 \theta_3 \theta_1) + \frac{\partial}{\partial c} (e_3 \theta_1 \theta_2) \right]$$

$$(\text{rot } e)_a = \frac{1}{\theta_2 \theta_3} \left[\frac{\partial}{\partial b} (e_3 \theta_3) - \frac{\partial}{\partial c} (e_2 \theta_2) \right]$$

$$(\text{rot } e)_b = \frac{1}{\theta_3 \theta_1} \left[\frac{\partial}{\partial c} (e_1 \theta_1) - \frac{\partial}{\partial a} (e_3 \theta_3) \right]$$

$$(\text{rot } e)_c = \frac{1}{\theta_1 \theta_2} \left[\frac{\partial}{\partial a} (e_2 \theta_2) - \frac{\partial}{\partial b} (e_1 \theta_1) \right]$$

Dès lors, les équations de Maxwell prennent les formes développées suivantes :

1° *Système de coordonnées cartésiennes* (fig. 3).

$$a = x, \quad b = y, \quad c = z \quad . \quad \text{et} \quad \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 1$$

Equations de Maxwell-Faraday :

$$\frac{\partial e_z}{\partial y} - \frac{\partial e_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial h_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial e_x}{\partial z} - \frac{\partial e_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial h_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial e_y}{\partial x} - \frac{\partial e_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial h_z}{\partial t}$$

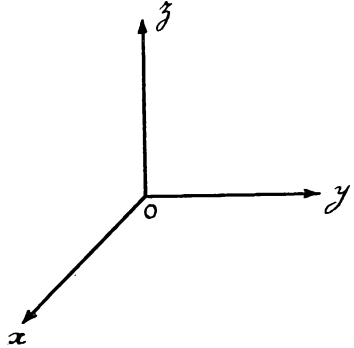


FIG. 3.

Equations de Maxwell-Ampère :

$$\frac{\partial h_z}{\partial y} - \frac{\partial h_y}{\partial z} = \gamma e_x + \varepsilon \frac{\partial e_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial h_x}{\partial z} - \frac{\partial h_z}{\partial x} = \gamma e_y + \varepsilon \frac{\partial e_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial h_y}{\partial x} - \frac{\partial h_x}{\partial y} = \gamma e_z + \varepsilon \frac{\partial e_z}{\partial t}$$

Equations complémentaires :

$$\varepsilon \left(\frac{\partial e_x}{\partial x} + \frac{\partial e_y}{\partial y} + \frac{\partial e_z}{\partial z} \right) = \rho$$

$$\frac{\partial h_x}{\partial x} + \frac{\partial h_y}{\partial y} + \frac{\partial h_z}{\partial z} = 0$$

2° *Système de coordonnées cylindriques circulaires.*

$$a = r \quad b = \phi \quad c = z$$

$$x = r \cos \phi, \quad y = r \sin \phi, \quad z = z$$

$$\theta_1 = 1 \quad \theta_2 = r \quad \theta_3 = 1$$

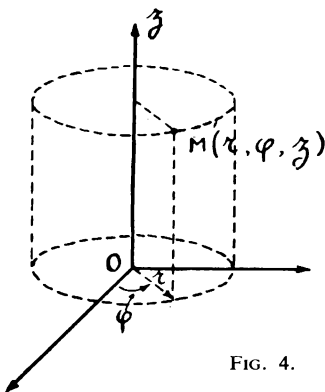


FIG. 4.

— Equations de Maxwell-Faraday :

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial e_z}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial z} (r \cdot e_\phi) \right] = -\mu \frac{\partial h_r}{\partial t}$$

$$\frac{\partial e_r}{\partial z} - \frac{\partial e_z}{\partial r} = -\mu \frac{\partial h_\phi}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \cdot e_\phi) - \frac{\partial e_r}{\partial \phi} \right] = -\mu \frac{\partial h_z}{\partial t}$$

— Equations de Maxwell-Ampère :

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial h_z}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial z} (r h_\phi) \right] = \gamma e_r + \varepsilon \frac{\partial e_r}{\partial t}$$

$$\frac{\partial h_r}{\partial z} - \frac{\partial h_z}{\partial r} = \gamma e_\phi + \varepsilon \frac{\partial e_\phi}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r h_\phi) - \frac{\partial h_r}{\partial \phi} \right] = \gamma e_z + \varepsilon \frac{\partial e_z}{\partial t}$$

— Equations complémentaires :

$$\frac{\varepsilon}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r e_r) + \frac{\partial e_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial}{\partial z} (r e_z) \right] = \rho$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r h_r) + \frac{\partial h_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial}{\partial z} (r h_z) \right] = 0$$

REMARQUE I. — Nous donnons également ici l'expression des équations de Maxwell en *coordonnées sphériques*. Ces expressions sont utiles dans l'étude des volumes résonnants sphériques.

$$a = r, \quad b = \theta, \quad c = \phi$$

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

$$\theta_1 = 1, \quad \theta_2 = r, \quad \theta_3 = r \sin \theta$$

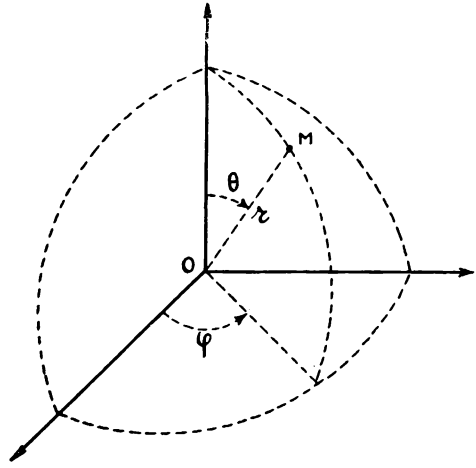


FIG. 5.

— Equations de Maxwell-Faraday :

$$\frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (e_\phi \sin \theta) - \frac{\partial e_\theta}{\partial \phi} \right] = -\mu \frac{\partial h_r}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial e_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (e_\phi r \sin \theta) \right] = -\mu \frac{\partial h_\theta}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (e_\theta \cdot r) - \frac{\partial e_r}{\partial \theta} \right] = -\mu \frac{\partial h_\phi}{\partial t}$$

— Equations de Maxwell-Ampère :

$$\frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (h_\phi \cdot \sin \theta) - \frac{\partial h_\theta}{\partial \phi} \right] = \gamma e_r + \varepsilon \frac{\partial e_r}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial h_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (h_\phi \cdot r \sin \theta) \right] = \gamma e_\theta + \varepsilon \frac{\partial e_\theta}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (h_\theta \cdot r) - \frac{\partial h_r}{\partial \theta} \right] = \gamma e_\phi + \varepsilon \frac{\partial e_\phi}{\partial t}$$

— Equations complémentaires :

$$\varepsilon \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (e_r \cdot r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (e_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial e_\phi}{\partial \phi} \right] = \rho$$

$$\left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (h_r \cdot r^2) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (h_\theta \cdot \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial h_\phi}{\partial \phi} \right] = 0$$

REMARQUE II. — Dans les mêmes conditions, le Laplacien d'une fonction quelconque V qui, *en coordonnées cartésiennes* a pour expression :

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

devient, dans le cas général de *coordonnées curvilignes rectilignes rectangulaires* :

$$\Delta V = \frac{1}{\theta_1 \cdot \theta_2 \cdot \theta_3} \left[\frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{\theta_2 \cdot \theta_3}{\theta_1} \cdot \frac{\partial V}{\partial a} \right) + \frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{\theta_3 \cdot \theta_1}{\theta_2} \cdot \frac{\partial V}{\partial b} \right) + \frac{\partial}{\partial c} \left(\frac{\theta_1 \cdot \theta_2}{\theta_3} \cdot \frac{\partial V}{\partial c} \right) \right]$$

— *en coordonnées cylindriques circulaires* :

$$\Delta V = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

— *en coordonnées sphériques* :

$$\Delta V = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \cdot r^2 \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \cdot \sin \theta \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$

1.1.3. Conditions aux limites

La surface Σ sépare le milieu (1) du milieu (2) (fig. 6).

1° La composante tangentielle du champ électrique est continue à la traversée de la surface Σ (application de la loi de Maxwell-Faraday) :

$$(e_1)_t = (e_2)_t$$

2° La composante normale de l'induction électrique, et par conséquent en général celle du champ électrique, est discontinue quand la surface porte une densité électrique superficielle σ (loi de Gauss) :

$$(d_1)_N - (d_2)_N = \sigma$$

Quand cette densité superficielle est nulle, la composante normale de l'induction d est continue :

$$(d_1)_N = (d_2)_N \quad (\sigma = 0)$$

Mais la densité électrique superficielle σ , qui intervient dans la condition aux limites relative aux composantes normales de l'induction électrique, est souvent inconnue. Aussi a-t-on en général intérêt à exprimer cette condition aux limites par la continuité de la composante normale du vecteur densité de courant total :

$$(j_t)_N = (j_c)_N + \varepsilon \frac{\partial e_N}{\partial t}$$

à la traversée de la surface.

Rappelons aussi qu'à la surface d'une cathode, lorsque l'émission est limitée par la charge d'espace, c'est-à-dire lorsque la densité du courant émis par unité de surface de la cathode est inférieure à la densité de saturation j_s , la composante normale du champ électrique est nulle :

$$e_N = 0.$$

On sait que le champ créé par la charge d'espace s'oppose alors au champ appliqué pour maintenir nulle à la surface de la cathode la composante normale du champ électrique total.

3° La composante tangentielle du champ magnétique reste continue tant que la densité superficielle de courant au voisinage de Σ reste finie (loi de Maxwell-Ampère).

$$(h_1)_t = (h_2)_t$$

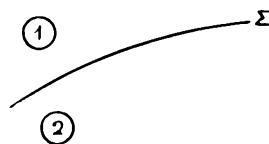


FIG. 6.

4° La composante normale de l'induction est continue (loi de Gauss) :

$$(b_1)_N = (b_2)_N$$

Dans le cas où $\mu_1 = \mu_2$ cette propriété peut s'écrire :

$$(h_1)_N = (h_2)_N$$

REMARQUE I. — *Cas des conducteurs parfaits.* Dans le cas des conducteurs parfaits ($\gamma \rightarrow \infty$) le champ électrique, et par conséquent le champ magnétique, sont nuls à l'intérieur du conducteur, dont nous supposons qu'il constitue le milieu (2).

On a donc :

$$a) \quad (e_2)_t = (e_2)_N = (d_2)_N = 0$$

et par conséquent :

$$(e_1)_t = 0 \quad (d_1)_N = \sigma$$

Dans le milieu (1) les lignes du champ électrique aboutissent normalement sur la paroi de séparation Σ du milieu (1) et du conducteur parfait (2).

$$b) \quad (h_2)_t = (h_2)_N = (b_2)_N = 0$$

Mais ici la densité superficielle de courant dans le conducteur parfait peut avoir une valeur finie sous une couche infiniment mince. Pour les composantes tangentielles, on a alors, d'après la loi de Maxwell-Ampère, j_z étant la densité superficielle de courant par unité de longueur :

$$(h_1)_t - (h_2)_t = j_z$$

et

$$(h_1)_t = j_z \quad (\text{puisque } (h_2)_t = 0)$$

Mais, bien qu'il y ait égalité des amplitudes, le courant j_z est perpendiculaire à la composante tangentielle du champ magnétique.

Pour les composantes normales :

$$(b_1)_N = (b_2)_N = 0 \quad \text{et} \quad (h_1)_N = 0$$

Les lignes de force du champ magnétique dans le milieu (1) n'ont aucune composante normale à la surface de séparation. Si le milieu (1) est un milieu diélectrique, les lignes de champ magnétique se ferment sur elles-mêmes dans ce milieu (1).

REMARQUE II. — A la traversée de la surface de séparation de deux milieux diélectriques, cette surface ne portant ni charges électriques localisées

ni courants superficiels, les composantes tangentielles des champs e et h , et les composantes normales des inductions b et d sont continues.

1.1.4. Vecteur de Poynting

Dans un champ électromagnétique (e, h) l'énergie peut être considérée comme un flux dont la vitesse d'écoulement en chaque point est égale au vecteur de Poynting :

$$p = e \wedge h$$

1.2. RAPPELS SUR L'ÉTUDE CLASSIQUE DE LA TRANSMISSION

Nous rappelons, ci-après, brièvement, les principaux résultats qui nous serviront dans la suite.

Nous donnons quelques détails sur les problèmes posés par l'adaptation des éléments de transmission et par la suppression des ondes réfléchies.

1.2.1. Rappels de formules

1° La propagation d'une perturbation cissoïdale

$$(v = \Re e^{i\Omega t}, \quad i = \Im e^{j\Omega t})$$

de pulsation Ω , sur un circuit de constantes linéiques R_1, L_1, G_1, C_1 aligné le long de Ox , est régie par les équations :

$$\frac{d^2 \Re}{dx^2} - \gamma^2 \Re = 0 \quad \frac{d^2 \Im}{dx^2} - \gamma^2 \Im = 0$$

dans lesquelles γ est l'exposant linéique de transfert

$$\gamma = \beta + j\alpha = \sqrt{(R_1 + jL_1\Omega)(G_1 + jC_1\Omega)};$$

en l'absence de pertes, $\beta = 0$ et $\alpha = \Omega \sqrt{L_1 C_1}$.

2° En un point quelconque d'abscisse x les valeurs instantanées de la différence de potentiel v et du courant i sont :

$$v = v_{(-)} + v_{(+)} = \Re_{(-)} e^{-\beta x} e^{j(\Omega t - \alpha x)} + \Re_{(+)} e^{+\beta x} e^{j(\Omega t + \alpha x)}$$

$$i = i_{(-)} + i_{(+)} = \Im_{(-)} e^{-\beta x} e^{j(\Omega t - \alpha x)} + \Im_{(+)} e^{+\beta x} e^{j(\Omega t + \alpha x)}$$

Tout se passe donc comme si, en chaque point, il y avait superposition de deux ondes, *d'amplitudes en général différentes* et se propageant l'une vers les x positifs avec la vitesse $v = \frac{\Omega}{\alpha}$, l'autre en sens inverse, avec la vitesse — v .

En l'absence de pertes

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

3° Entre les coefficients qui apparaissent dans les expressions du 2° existe la relation :

$$\frac{v_{(-)}}{i_{(-)}} = \frac{\mathcal{V}_{(-)}}{\mathfrak{I}_{(-)}} = - \frac{v_{(+)}}{i_{(+)}} = - \frac{\mathcal{V}_{(+)}}{\mathfrak{I}_{(+)}} = \sqrt{\frac{R_1 + jL_1\Omega}{G_1 + jC_1\Omega}} = Z_c ;$$

la quantité Z_c est l'impédance caractéristique du circuit ; en l'absence de pertes, l'impédance caractéristique est une résistance pure d'expression :

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$$

Cette valeur constitue, dans le cas général, une valeur approchée.

4° $\mathcal{V}_0$ et $\mathfrak{I}_0$ correspondent à la différence du potentiel et à l'intensité de courant à l'origine de la ligne ($x = 0$) ; si $\mathcal{V}$ et $\mathfrak{I}$ sont la différence de potentiel et l'intensité en un point quelconque d'abscisse x , on a les relations :

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_0 \operatorname{ch} (\gamma x) - Z_c \mathfrak{I}_0 \operatorname{sh} (\gamma x)$$

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_0 \operatorname{ch} (\gamma x) - \frac{\mathcal{V}_0}{Z_c} \operatorname{sh} (\gamma x)$$

qui, en l'absence de pertes, deviennent :

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_0 \cos \alpha x - jZ_c \mathfrak{I}_0 \sin \alpha x$$

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_0 \cos \alpha x - j \frac{\mathcal{V}_0}{Z_c} \sin \alpha x$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{2\pi}{\lambda}$$

5° L'impédance d'entrée Z_0 d'une ligne de longueur L , d'impédance caractéristique Z_c , terminée sur une impédance Z_T est donnée par :

$$Z_0 = Z_c \frac{Z_T + Z_c \operatorname{th} \gamma L}{Z_c + Z_T \operatorname{th} \gamma L}$$

c'est-à-dire, en l'absence de pertes :

$$Z_0 = Z_c \frac{Z_T + jZ_c \operatorname{tg} \alpha L}{Z_c + jZ_T \operatorname{tg} \alpha L}$$

Pour des lignes ouvertes et court-circuitées à l'extrémité terminale $x = L$, les valeurs d'impédance d'entrée sont respectivement :

— ligne court-circuitée ($Z_T = 0$) :

$$Z_0 = Z_c \operatorname{th} \gamma L$$

— ligne ouverte ($Z_T \rightarrow \infty$) :

$$Z_0 = \frac{Z_c}{\operatorname{th} \gamma L}$$

Pour des lignes *sans pertes* on a, dans les mêmes conditions:

— ligne court-circuitée ($Z_T = 0$) :

$$Z_0 = jZ_c \operatorname{tg} \alpha L = jZ_c \operatorname{tg} 2\pi \frac{L}{\lambda}$$

— ligne ouverte ($Z_T \rightarrow \infty$) :

$$Z_0 = \frac{Z_c}{j \operatorname{tg} \alpha L} = \frac{Z_c}{j \operatorname{tg} 2\pi \frac{L}{\lambda}}$$

REMARQUE. — L'étude de la variation de l'impédance d'entrée d'une ligne de longueur variable l peut être avantageusement étudiée en utilisant les graphiques établis à partir du « diagramme du cercle » qui fait l'objet de développements donnés en annexe, à la fin du chapitre I, et auxquels nous conseillons au lecteur de se reporter dès à présent.

Notons seulement que les quantités considérées dans les diagrammes du cercle sont les impédances normalisées :

$$z_0 = \frac{Z_0}{Z_c} \quad \text{et} \quad z_T = \frac{Z_T}{Z_c}$$

6° Pour une ligne d'impédance caractéristique Z_1 fermée au point d'abscisse $x = l$ sur une impédance terminale quelconque Z_2 qui peut

être l'impédance caractéristique d'une deuxième ligne très longue aboutée à la première, nous avons une onde d'aller $[v_{(-)} i_{(-)}]$ et une onde de retour $[v_{(+)} i_{(+)}]$ (paragraphe 2° ci-dessus).

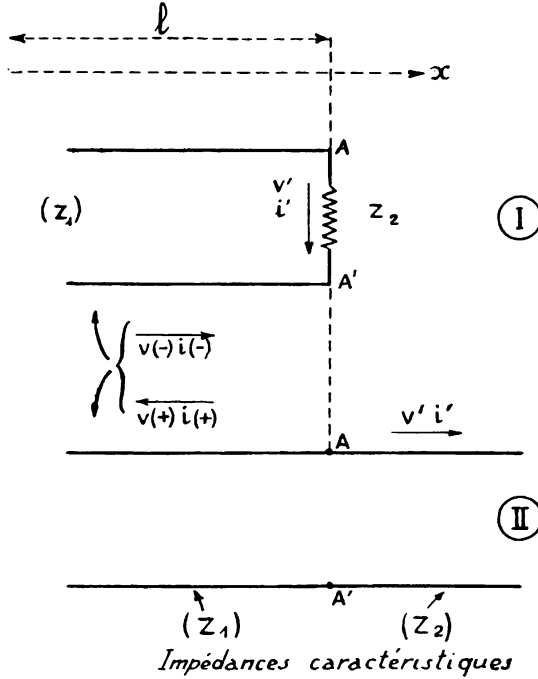


FIG. 7.

$$v = v_{(-)} + v_{(+)} = \mathcal{V}_{(-)} e^{-\beta x} \cdot e^{j(\Omega t - \alpha x)} + \mathcal{V}_{(+)} e^{+\beta x} \cdot e^{j(\Omega t + \alpha x)}$$

$$i = i_{(-)} + i_{(+)} = \mathcal{I}_{(-)} e^{-\beta x} \cdot e^{j(\Omega t - \alpha x)} + \mathcal{I}_{(+)} e^{+\beta x} \cdot e^{j(\Omega t + \alpha x)}$$

Au-delà de la discontinuité est transmise une onde $[v', i']$:

$$v' = \mathcal{V}'_{(-)} e^{-\beta' x} e^{j(\Omega t - \alpha' x)}$$

$$i' = \mathcal{I}'_{(-)} e^{-\beta' x} e^{j(\Omega t - \alpha' x)}$$

Pour déterminer les pourcentages d'onde transmis et réfléchi, on écrit que les courants et les différences de potentiel sont *continus quand on traverse la discontinuité*. On a intérêt, en utilisant les formules données au paragraphe 2°, à prendre en A l'origine des coordonnées x . On a, dès

lors, les relations ci-après dans lesquelles $\mathcal{V}_{(-)}$ et $\mathcal{J}_{(-)}$ correspondent à l'onde transmise initiale, $\mathcal{V}_{(+)}$ et $\mathcal{J}_{(+)}$ à l'onde réfléchie sur la discontinuité, $\mathcal{V}'$, $\mathcal{J}'$ à l'onde transmise au-delà de la discontinuité :

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_{(-)} + \mathcal{V}_{(+)} &= \mathcal{V}' \\ \mathcal{J}_{(-)} + \mathcal{J}_{(+)} &= \mathcal{J}'\end{aligned}$$

avec

$$\frac{\mathcal{V}_{(-)}}{\mathcal{J}_{(-)}} = Z_1 \quad \frac{\mathcal{V}_{(+)}}{\mathcal{J}_{(+)}} = -Z_1 \quad \frac{\mathcal{V}'}{\mathcal{J}'} = Z_2$$

d'où l'on tire :

$$\frac{\mathcal{V}_{(+)}}{\mathcal{V}_{(-)}} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{K - 1}{K + 1} = p$$

avec

$$\begin{aligned}K &= \frac{Z_2}{Z_1} \\ \frac{\mathcal{J}_{(+)}}{\mathcal{J}_{(-)}} &= \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2 + Z_1} = \frac{K - 1}{K + 1} = -p \\ \frac{\mathcal{V}'}{\mathcal{V}_{(-)}} &= \frac{2K}{K + 1} \quad \frac{\mathcal{J}'}{\mathcal{J}_{(-)}} = \frac{2}{K + 1}\end{aligned}$$

Si $Z_1 = Z_2$ ($K = 1$), c'est-à-dire si l'impédance terminale est égale à l'impédance caractéristique, $\mathcal{V}_{(+)} = 0$ et $\mathcal{J}_{(+)} = 0$; il n'y a pas de réflexion, et $\mathcal{V}' = \mathcal{V}_{(-)}$ et $\mathcal{J}' = \mathcal{J}_{(-)}$. Toute l'énergie apportée par l'onde initiale est fournie à l'impédance terminale Z_2 .

Dans le cas où $Z_1 \neq Z_2$ il y a une onde réfléchie. L'énergie apportée par l'onde incidente est partagée entre l'énergie portée par l'onde réfléchie et l'énergie portée par l'onde transmise au-delà de la discontinuité.

Dans le cas où l'impédance terminale est nulle ($Z_2 = 0$, court-circuit), à l'aplomb de cette impédance, on a d'après les formules du 2° :

$$v' = 0 \quad \text{et} \quad i' = 2 \mathcal{J}_{(-)} e^{j\Omega t} ;$$

si l'impédance terminale est infiniment grande ($Z_2 \rightarrow \infty$, circuit ouvert), on a dans les mêmes conditions

$$v' = 2 \mathcal{V}_{(-)} e^{j\Omega t} \quad \text{et} \quad i' = 0$$

REMARQUE. — Le diagramme de Smith, dont le principe et le tracé sont donnés dans l'annexe (diagramme du cercle) de la fin de ce chapitre, permet la détermination des coefficients de réflexion.

7° Reprenons les expressions données au paragraphe 2°, écrites dans le cas où l'affaiblissement peut être considéré comme négligeable :

$$v = v_{(-)} + v_{(+)} = \mathcal{V}_{(-)} e^{j(\Omega t - \alpha x)} + \mathcal{V}_{(+)} e^{j(\Omega t + \alpha x)}$$

$$i = i_{(-)} + i_{(+)} = \mathcal{J}_{(-)} e^{j(\Omega t - \alpha x)} + \mathcal{J}_{(+)} e^{j(\Omega t + \alpha x)}$$

Ces expressions montrent qu'en chaque point passent deux ondes ayant en général des amplitudes différentes et se propageant respectivement avec les vitesses

$$+\frac{\Omega}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \quad \text{et} \quad -\frac{\Omega}{\alpha} = -\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

Dans le cas où l'affaiblissement en ligne est négligeable, le circuit de transmission considéré a une impédance caractéristique qui est *réelle*.

Rappelons que :

$$\frac{\mathcal{V}_{(-)}}{\mathcal{J}_{(-)}} = -\frac{\mathcal{V}_{(+)}}{\mathcal{J}_{(+)}} = Z_1 \quad (\text{résistance caractéristique})$$

$$\text{et} \quad \frac{\mathcal{V}_{(+)}}{\mathcal{V}_{(-)}} = -\frac{\mathcal{J}_{(+)}}{\mathcal{J}_{(-)}} = p \quad (\text{coefficient de réflexion})$$

L'onde (—) est l'onde incidente et l'onde (+) l'onde résultant d'une réflexion en ligne. L'onde incidente a une amplitude plus grande que l'onde réfléchie ; on peut poser, N étant un nombre réel :

$$\mathcal{V}_{(-)} = \mathcal{V}_{(+)}(1 + N)e^{j\Psi}$$

$$\mathcal{J}_{(-)} = -\mathcal{J}_{(+)}(1 + N)e^{j\Psi}$$

En remplaçant $\mathcal{V}_{(-)}$ et $\mathcal{J}_{(-)}$ en fonction de $\mathcal{V}_{(+)}$ et de $\mathcal{J}_{(+)}$ dans les expressions données au début du 7°, on peut écrire :

$$v = \mathcal{V}_{(+)} e^{j\frac{\Psi}{2}} \cdot 2 \cos\left(\alpha x - \frac{\Psi}{2}\right) e^{j\Omega t} + \mathcal{V}_{(+)} \cdot N \cdot e^{j\Psi} e^{j(\Omega t - \alpha x)} = v_s + v_p$$

$$i = \mathcal{J}_{(+)} e^{j\frac{\Psi}{2}} \cdot 2j \sin\left(\alpha x - \frac{\Psi}{2}\right) e^{j\Omega t} - \mathcal{J}_{(+)} \cdot N \cdot e^{j\Psi} e^{j(\Omega t - \alpha x)} = i_s + i_p$$

Tout se passe donc, c'est une autre interprétation des phénomènes, comme si l'on avait en chaque point un régime vibratoire stationnaire

(v_s, i_s) auquel se superposerait un régime progressif (v_p, i_p) correspondant à un déplacement vers les x positifs à la vitesse

$$v = \frac{\Omega}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

1.2.1.1. Taux d'ondes stationnaires.

La présence sur une ligne d'une onde incidente et d'une onde réfléchie produit un régime stationnaire de courant et de tension comportant des maxima et des minima.

Le rapport d'une amplitude minimum à une amplitude maximum est le même pour le courant et pour la tension et peut être représenté par :

$$\frac{V_{\min}}{V_{\max}} = \frac{V_{(-)} - V_{(+)}}{V_{(-)} + V_{(+)}} = \frac{I_{\min}}{I_{\max}} = \frac{I_{(-)} - I_{(+)}}{I_{(-)} + I_{(+)}} = \frac{1 - |P|}{1 + |P|} = S \leq 1$$

La quantité S ($0 < S < 1$) est appelée *taux d'ondes stationnaires*.

Certains auteurs appellent *taux d'ondes stationnaires* la quantité $\frac{1}{S}$ qui varie entre 1 et l' ∞ quand S varie entre 1 et 0 ⁽¹⁾.

REMARQUE I. — Dans la première interprétation de l'état de vibration cissoïdale d'une ligne, en un point quelconque passent deux ondes, une onde $(-)$ et une $(+)$, d'amplitudes inégales en général, et se propageant en sens inverses.

On peut aussi considérer l'onde $(-)$, dont on suppose que l'amplitude est la plus grande, comme la superposition de deux ondes $(-)'$ et $(-)"$ se propageant dans le même sens qu'elle, l'onde $(-)'$ ayant même amplitude que l'onde $(+)$.

Dès lors, en chaque point, nous avons trois ondes, mais les ondes $(+)$ et $(-)'$, de même amplitude, se propagent en sens inverse et donnent naissance à un régime stationnaire; l'onde $(-)"$ est l'onde progressive considérée dans la deuxième interprétation.

On peut résumer ceci par le tableau :

$v = \underbrace{v_{(-)}} + v_{(+)}$	$i = \underbrace{i_{(-)}} + i_{(+)}$
$v = v''_{(-)} + \underbrace{v'_{(-)} + v_{(+)}}$	$i = i''_{(-)} + \underbrace{i'_{(-)} + i_{(+)}}$
$v = v''_{(-)} + v_s$	$i = i''_{(-)} + i_s$
$v = v_p + v_s$	$i = i_p + i_s$

(1) En fait la majorité des auteurs semble à l'heure actuelle avoir adopté cette définition.

les indices (—) et (+) correspondant aux deux sens de propagation; les indices p et s correspondant à des ondes progressives et à des ondes stationnaires.

REMARQUE II. — Les expressions données au paragraphe ci-dessus (7°) pour v_s et i_s sont en quadrature; l'énergie mise en jeu par l'onde stationnaire à travers une section droite de ligne est de l'énergie réactive, énergie de valeur moyenne nulle. Les deux ondes progressives d'amplitudes égales qui entrent dans la composition de l'onde stationnaire font en effet passer à travers la section considérée, et en valeur moyenne, des quantités d'énergie égales se déplaçant en sens inverses.

Les termes v_p et i_p sont au contraire en phase

$$\left[\begin{array}{c} \mathcal{V}_{(+)} \\ -\mathcal{J}_{(+)} \end{array} = Z_1 \right]$$

et correspondent à une propagation d'énergie active.

On peut trouver comme suit l'expression de ces énergies active et réactive. On peut écrire:

$$\mathcal{V} = Z_1 [\mathcal{J}_{(-)} e^{-j\alpha x} - \mathcal{J}_{(+)} e^{j\alpha x}]$$

$$\mathcal{J} = [\mathcal{J}_{(-)} e^{-j\alpha x} + \mathcal{J}_{(+)} e^{j\alpha x}]$$

En utilisant la notion de puissance complexe, faisons le produit $\frac{1}{2} \mathcal{V} \mathcal{J}^{\times}$ dans lequel $\mathcal{J}^{\times}$ est l'imaginaire conjugué de $\mathcal{J}$ et mettons-le sous la forme

$$\frac{1}{2} \mathcal{V} \cdot \mathcal{J}^{\times} = P_a + jP_r$$

P_a est la puissance active,

P_r est la puissance réactive.

Ici :

$$\frac{1}{2} \mathcal{V} \cdot \mathcal{J}^{\times} = Z_1 \left[\frac{I_{(-)}^2 - I_{(+)}^2}{2} \right] - 2jZ_1 \cdot I_{(-)} I_{(+)} \sin 2\alpha x = P_a + jP_b$$

a) Si $Z_1 = Z_2$, $I_{(+)} = 0$ (pas d'énergie réactive). L'énergie active est

$$P_a = \frac{1}{2} Z_1 I_{(-)}^2$$

Nous sommes en régime d'ondes progressives pures.

b) Si la ligne est court-circuitée ou ouverte, $I_{(-)} = I_{(+)}$. L'onde réfléchie est, en amplitude, égale à l'onde incidente (pas d'énergie active transmise). Nous sommes en régime d'ondes stationnaires pures; en prenant comme exemple le cas de la ligne court-circuitée, la figure 8 met en évidence les nœuds et ventres correspondant à l'intensité i , au potentiel v , à la puissance réactive P_r .

c) Dans le cas général, en un point du circuit, il y a à la fois transmission d'énergie active et d'énergie réactive. Il est intéressant de remarquer que l'importance relative de l'énergie réactive augmente en même temps que l'importance relative de l'onde réfléchie; *qui dit réflexion, dit énergie réactive*.

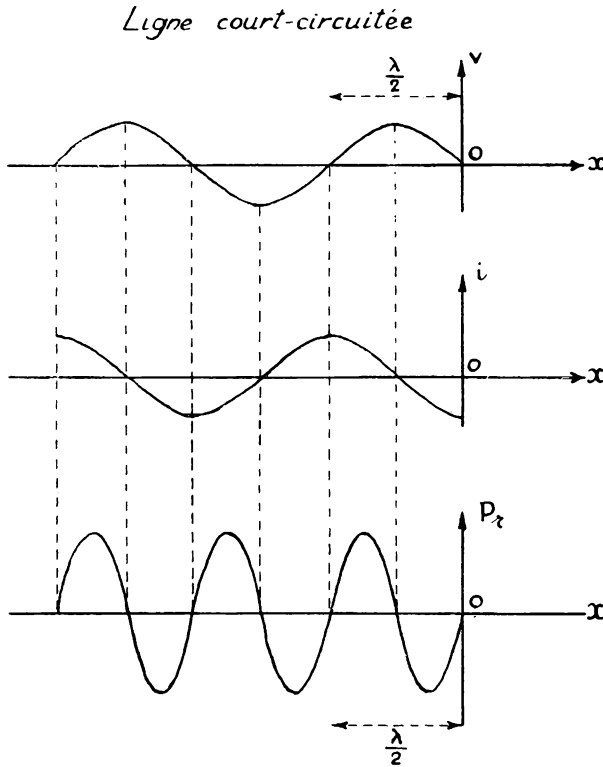


FIG. 8.

1.2.2. Adaptation des éléments de transmission à l'aide de tronçons de ligne

1° Les formules rappelées au 5° du paragraphe 1.2.1. montrent qu'une impédance Z_T , vue à travers un tronçon de ligne, prend apparem-

ment une valeur Z_0 qui dépend de Z_T de l'impédance caractéristique Z_c et de la longueur L de ce tronçon de ligne. Un tronçon de ligne peut donc jouer le rôle d'un adaptateur d'impédance tout comme le fait un transformateur.

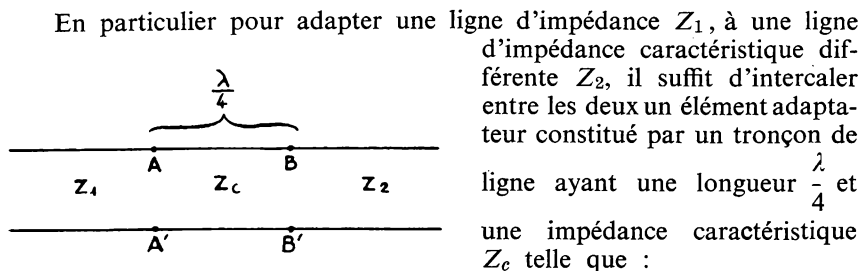


FIG. 9.

$$Z_c^2 = Z_1 \cdot Z_2 \quad (\text{fig. 9})$$

2° L'adaptation dont il est question au paragraphe précédent (1°) présente un *caractère sélectif*.

Supposons que les impédances caractéristiques rencontrées soient des *résistances pures* et négligeons les pertes faibles qui peuvent se produire sur les tronçons en quart-d'onde.

Dans le cas d'un tronçon unique utilisé pour l'adaptation, la ligne (2) de résistance caractéristique R_2 vue à travers une longueur de ligne

$$PB = l$$

élément de couplage de résistance caractéristique R_0 (fig. 10), présente l'impédance apparente

$$Z_p = R_c \frac{R_2 + jR_c \operatorname{tg} \alpha l}{R_c + jR_2 \operatorname{tg} \alpha l}$$

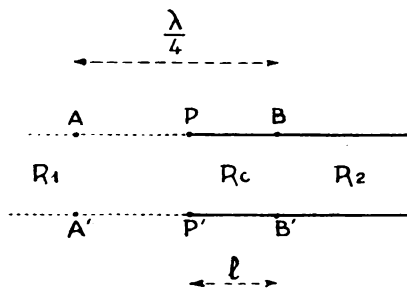


FIG. 10.

Comme cela résulte de l'étude du diagramme du cercle faite en fin de chapitre, la représentation de $Z_p = R_p + jX_p$ dans le plan complexe, est un cercle qui coupe l'axe des nombres réels aux points d'abscisses respectives R_1 et R_2 avec $R_1 = \frac{R_c^2}{R_2}$.

Ce cercle est parcouru de (B) à (A) quand l passe d'une valeur nulle à la valeur $AB = \frac{\lambda}{4}$ (fig. 11).

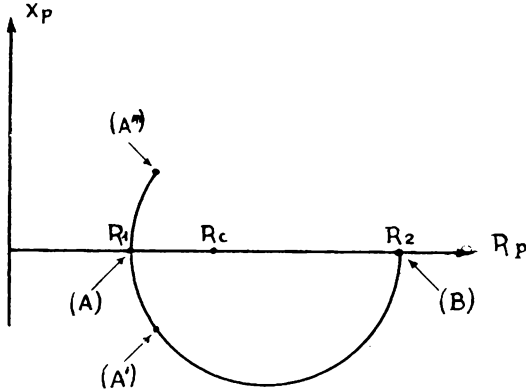


FIG. 11.

Si nous utilisons le même dispositif avec une longueur d'onde λ' différente de λ , quand nous passons sur la ligne de B à A l'impédance Z_p a pour représentation l'arc de cercle (B) (A') si $\lambda' > \lambda$ et (B) (A'') si $\lambda' < \lambda$.

Quoiqu'il en soit, si λ' est différent de λ , l'impédance d'entrée de l'ensemble placée à droite de AA', est différente de R_1 ; l'adaptation n'est plus réalisée, le système est sélectif.

On peut montrer par le calcul ou en utilisant le diagramme du cercle, que pour diminuer le caractère sélectif de l'adaptation on a intérêt à réaliser celle-ci par l'intermédiaire de deux tronçons de ligne en $\frac{\lambda}{4}$ ayant

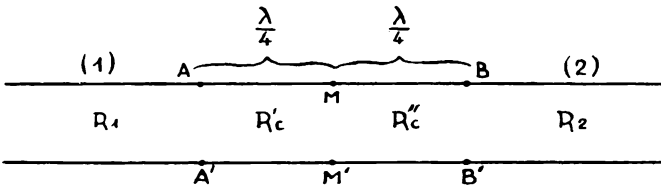


FIG. 12.

des résistances caractéristiques R'_c et R''_c telles que les quantités R_1 , R'_c , R_M , R''_c , R_2 croissent en progression géométrique ; (R_M est la résistance

d'entrée de la ligne de résistance caractéristique R_2 vue à travers le tronçon MB).

On diminuerait encore la sélectivité en augmentant le nombre des tronçons intermédiaires.

Il est bon cependant de préciser ce que l'on entend par *sélectivité*. Pour la longueur d'onde λ , l'adaptation est parfaite : il n'y a pas d'onde réfléchie et le taux d'ondes stationnaires est égal à 1. Mais si la longueur d'onde varie autour de λ , il n'en est plus ainsi. On peut se fixer une limite inférieure de taux d'ondes stationnaires (par exemple 0,9 ou 0,95) et considérer que l'adaptation reste convenable dans toute la gamme de longueurs d'onde (λ' , λ'') entourant λ pour laquelle le taux d'ondes stationnaires ne tombe pas au-dessous de cette valeur limite.

L'adaptation sera d'autant plus sélective que l'écart entre les deux longueurs d'onde extrêmes λ' et λ'' sera plus faible. Diminuer le caractère sélectif d'une adaptation revient donc à accroître la gamme de longueurs d'onde pour laquelle l'adaptation est, sinon parfaite, du moins acceptable.

3° On peut aller plus loin dans la voie indiquée et utiliser des tronçons de ligne à variation continue des caractéristiques unitaires.

Si l'on suppose que ces constantes unitaires varient le long de la ligne, les équations de transmission simples :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial x^2} - \gamma^2 \mathcal{J} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} - \gamma^2 \mathcal{U} = 0$$

où
$$\gamma^2 = (R_1 + jL_1\Omega) (G_1 + jC_1\Omega)$$

prennent ici les formes plus compliquées :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial x^2} - \frac{\partial \log_e (G_1 + jC_1\Omega)}{\partial x} \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x} - \gamma^2 \mathcal{J} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} - \frac{\partial \log_e (R_1 + jL_1\Omega)}{\partial x} \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} - \gamma^2 \mathcal{U} &= 0 \end{aligned}$$

Ces équations dont les coefficients ne sont pas constants, sauf pour quelques formes particulières, doivent être résolues par approximation. Cependant, dans le cas où, les pertes étant négligées, les constantes L_1 et C_1 varient suivant une loi exponentielle

$$\frac{L_{1P}}{L_{1A}} = \frac{C_{1A}}{C_{1P}} = e^{kx}$$

(d'où $L_1 C_1 = \text{constante}$), les équations deviennent :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{J}}{\partial x^2} + k \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x} - \gamma^2 \mathcal{J} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial x^2} + k \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} - \gamma^2 \mathcal{U} = 0$$

Comme k et γ^2 sont ici des constantes, nous avons à faire des équations linéaires du second ordre à coefficients constants qui peuvent être résolues exactement.

REMARQUE. — Dans les paragraphes précédents, nous avons indiqué comment on peut, en utilisant des tronçons de ligne intermédiaires, réaliser l'adaptation entre deux lignes de résistances caractéristiques R_1 et R_2 .

Pour résumer l'étude faite, nous avons tracé les courbes de la figure 13,

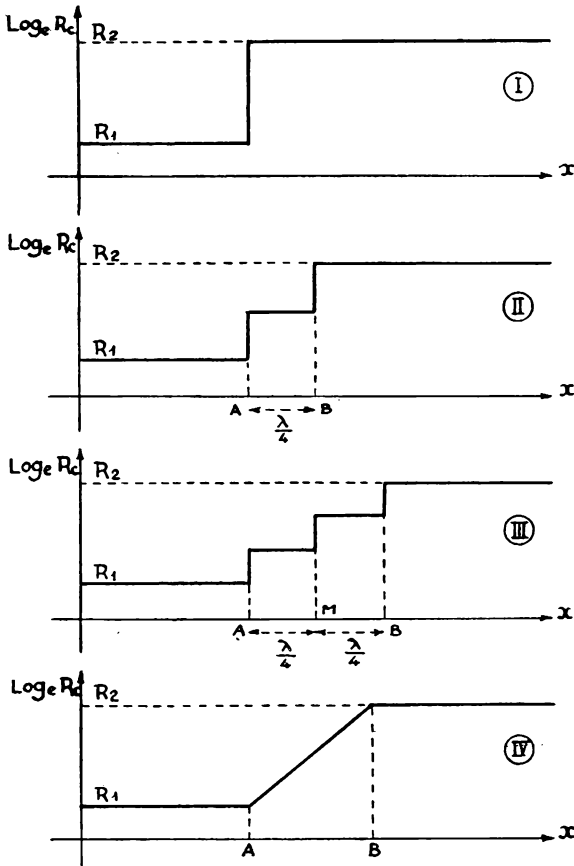


FIG. 13.

en portant en ordonnées le logarithme de la résistance caractéristique, en abscisses x les longueurs de ligne.

Ces courbes correspondent respectivement :

I. — Au cas où les lignes ne sont pas adaptées.

II. — Au cas où les lignes sont adaptées par un tronçon en $\frac{\lambda}{4}$ de résistance caractéristique R_c telle que :

$$\frac{R_c}{R_1} = \frac{R_2}{R_c}$$

(paragraphe 1°).

III. — Au cas où les lignes sont adaptées par l'intermédiaire de deux tronçons en $\frac{\lambda}{4}$ d'impédances caractéristiques R'_c et R''_c telles que

$$\frac{R'_c}{R_1} = \frac{R_M}{R'_c} = \frac{R''_c}{R_M} = \frac{R_2}{R''_c}$$

(paragraphe 2°).

(R_M impédance d'entrée au point de jonction des deux tronçons).

IV. — Au cas où la ligne est adaptée par l'intermédiaire d'un tronçon dont l'impédance caractéristique R_c varie suivant la loi exponentielle :

$$(R_c)_P = \sqrt{\frac{L_{1P}}{C_{1P}}} = \sqrt{\frac{L_{1A}}{C_{1A}}} e^{kx} = R_1 \cdot e^{kx}$$

ou

$$\log_e (R_c)_P = \log_e R_1 + kx$$

(paragraphe 3°).

1.2.3. Adaptation à l'aide de réactances localisées

Nous avons montré dans le paragraphe 1.2.2. ci-dessus comment à l'aide de tronçons de ligne intermédiaires on peut réaliser l'adaptation de lignes ayant des résistances caractéristiques différentes, c'est-à-dire comment on peut supprimer les ondes réfléchies.

Nous allons montrer maintenant, en donnant des exemples, que des impédances localisées, en pratique des réactances, placées en série ou en dérivation sur une ligne permettent de supprimer également les ondes réfléchies qui peuvent prendre naissance soit par suite de non adaptation terminale, soit par suite d'irrégularités en ligne.

1° Une ligne de résistance caractéristique R_c est fermée sur une résistance terminale R différente de R_c (par exemple $R_c < R$).

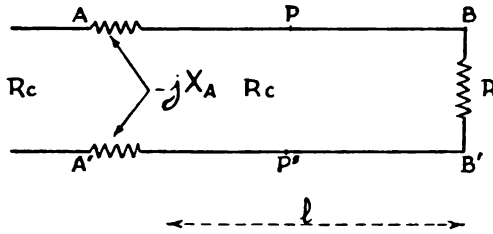


FIG. 14.

L'impédance d'entrée Z_p observée quand on regarde vers la droite (fig. 14) à partir de P est représentée, quand PB varie, par un cercle passant par R pour $PB = 0$ et entourant le point R_c de l'axe des nombres réels (fig. 15) (voir l'étude des diagrammes du cercle en fin de chapitre).

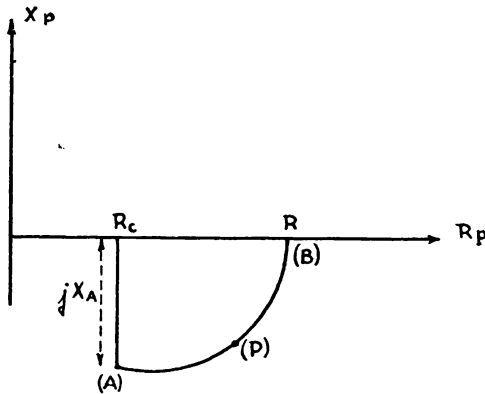


FIG. 15.

Il existe une position A de P ($PB = AB = l$) telle que l'impédance d'entrée Z_p ait alors pour partie réelle R_c :

$$(Z_p)_A = R_c + jX_A$$

Il suffit donc d'ajouter en série dans la ligne, au point A , une réactance localisée $-jX_A$ pour que le tronçon de ligne située à gauche de A soit fermé sur sa résistance caractéristique R_c .

Deux éléments variables sont ici à notre disposition pour le réglage, la distance l qui sépare de l'extrémité de la ligne la réactance ajoutée et la valeur même de cette réactance. Il faut, en effet, avoir deux éléments à sa disposition pour régler une impédance qui comporte une partie réelle et une partie imaginaire.

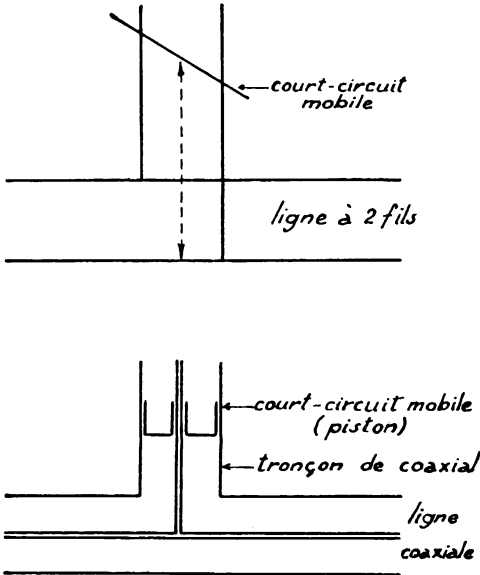


FIG. 16.

2° L'introduction de réactances localisées en série sur une ligne est difficilement réalisable; il est plus facile d'introduire des réactances parallèles, par exemple des tronçons de ligne à pertes négligeables et court-circuités à distance variable du point d'application (fig. 16). On a rappelé, ci-dessus, que l'impédance d'entrée d'un tel tronçon mis en dérivation est égale à

$$Z_0 = jZ_c \operatorname{tg} \alpha l$$

On peut faire ici, sur les admittances $Y = G + jB$, le raisonnement fait dans le paragraphe précédent sur les impédances.

$$Z = R + jX.$$

Une ligne fermée sur l'admittance pure G et vue du point P (fig. 17) a une admittance Y_p définie par le point P du cercle représenté sur la figure 18, et qui entoure le point G_c (voir l'annexe en fin de chapitre).

Il existe une valeur de l (au point A) pour laquelle

$$[Y]_A = G_c + jB_A$$

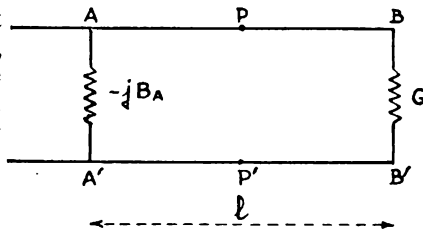


FIG. 17.

où G_c est la conductance caractéristique de la ligne.

Il suffit d'ajouter sur la ligne, en A , sous la forme d'une réactance en parallèle, une susceptance égale à $-jB_A$, pour que la partie gauche de la ligne soit adaptée, c'est-à-dire fermée sur G_c .

Ici encore on a deux éléments de réglage : la

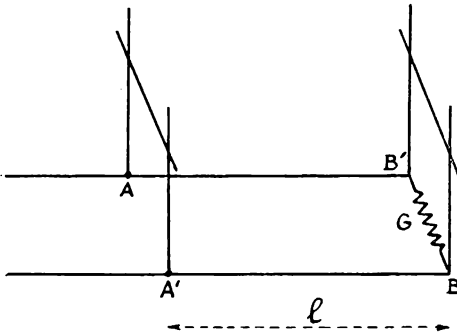
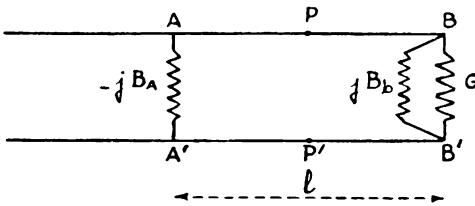


FIG. 19.

G ; on ajoute en B une susceptance jB_b , telle que Z_p ait pour partie réelle G_c lorsque le point P arrive au point A . Le point A est le point de la ligne situé à la distance l de B et où a été placée, en position fixe, la deuxième susceptance variable.

On a ainsi :

$$(Z_p)_A = G_c + jB_A$$

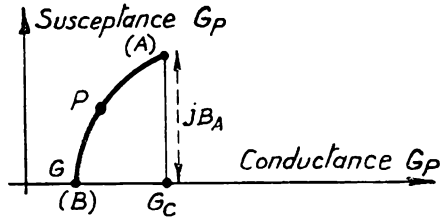


FIG. 18.

longueur l et la susceptance B_A .

3° Dans les paragraphes 1° et 2°, l'un des deux éléments de réglage nécessaire est une longueur l de ligne que, pratiquement, il serait souvent difficile de rendre variable.

On préfère en général effectuer le réglage à l'aide de deux réactances réglables, placées en parallèle sur la ligne en des points différents et fixes et constituées, par exemple, par des tronçons de ligne court-circuités par des shunts dont la position peut être modifiée (piston, par exemple, dans un coaxial) (fig. 19).

La ligne considérée est fermée sur la conductance

Il suffit de donner à la susceptance de réglage, placée au point A , la valeur $-jB_A$ pour que le tronçon gauche de la ligne se trouve fermé sur G_c (fig. 20).

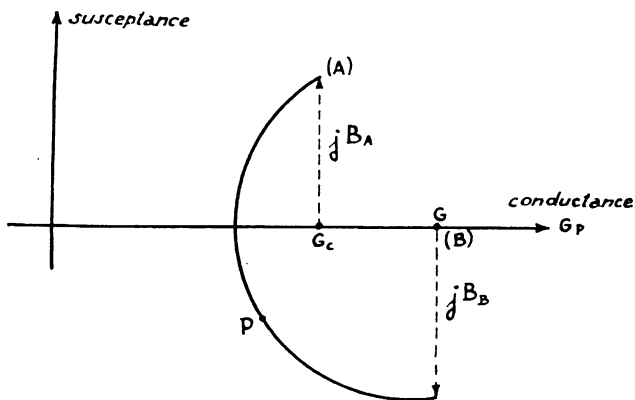


FIG. 20.

REMARQUE. — Le diagramme du cercle, que l'on considère les impédances ou les admittances, permet immédiatement de résoudre les problèmes d'adaptation à l'aide de réactances ou de susceptances mises en parallèle.

1.3. ANNEXE AU CHAPITRE I

DIAGRAMMES UTILISÉS POUR L'ÉTUDE DES LIGNES DE TRANSMISSION

1.3.1. Diagramme du cercle

1.3.1.1. Cas des impédances.

Nous avons rappelé que l'impédance d'entrée d'une ligne d'impédance caractéristique Z_c et de longueur l , fermée sur une impédance Z_t est

$$Z_0 = Z_c \frac{Z_t + Z_c \operatorname{th} \gamma l}{Z_c + Z_t \operatorname{th} \gamma l} \quad \text{avec} \quad \gamma = \beta + j\alpha$$

Introduisons des impédances rationalisées en posant :

$$z_0 = \frac{Z_0}{Z_c} \quad \text{et} \quad z_t = \frac{Z_t}{Z_c}$$

$$z_0 = \frac{z_t + \operatorname{th} \gamma l}{1 + z_t \operatorname{th} \gamma l} = r + jx$$

Posons encore :

$$\gamma l = u_l + jv_l \quad \text{et} \quad u_l = \beta l, \quad v_l = \alpha l$$

il vient

$$z_t = \operatorname{th} [u_t + jv_t] \quad ,$$

$$z_0 = \operatorname{th} [u + jv]$$

avec

$$u = u_t + u_l$$

et

$$v = v_t + v_l$$

Considérons la transformation définie par :

$$r + jx = \operatorname{th} (u + jv) \quad [r + jx = z_0]$$

Il lui correspond :

1° Des courbes $u = \text{constante}$, définies par

$$(r - \coth 2u)^2 + x^2 = \frac{1}{\text{sh}^2 2u}$$

Ce sont *des cercles* de rayon $R_u = \frac{1}{\text{sh} 2u}$ de centre $O_u [r = \coth 2u, x = 0]$ qui coupent l'axe des nombres réels aux points $M (r = \text{th } u)$ et $M' (r = \coth u)$ (fig. 21).

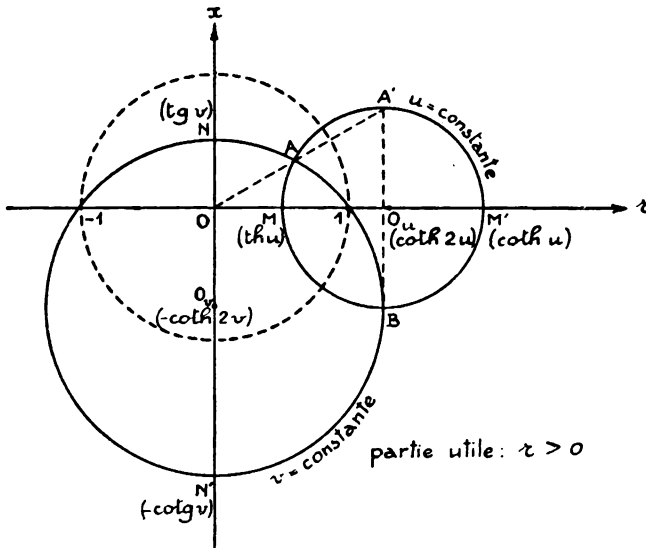


FIG. 21.

La puissance de l'origine par rapport aux cercles $u = \text{constante}$ est égale à 1. Les cercles u sont orthogonaux au cercle de centre O et de rayon 1.

2° Des courbes $v = \text{constante}$, définies par

$$r^2 + (x + \cotg 2v)^2 = \frac{1}{\sin^2 2v}$$

Ce sont *des cercles* de rayon $R_v = \frac{1}{\sin 2v}$ de centre

$$O_v [r = 0, x = -\cotg 2v]$$

qui coupent l'axe des imaginaires purs aux points :

$$N [x = \operatorname{tg} v] \quad \text{et} \quad N' [x = -\operatorname{cotg} v]$$

Les cercles v passent par les points $(+1)$ et (-1) de l'axe réel.

Par inversion de centre O et de puissance 1 les cercles u sont transformés en eux-mêmes et les cercles v en leurs symétriques par rapport à Or .

Si A et B sont les points d'intersection d'un cercle u et d'un cercle v , on a pour les impédances correspondantes :

$$z_A \times z_B = 1$$

Les cercles u et les cercles v sont orthogonaux.

Application au cas de la ligne sans pertes.

Considérons une ligne sans pertes de longueur l fermée sur l'impédance rationalisée $\frac{Z_t}{Z_c} = z_t = r_t + jx_t$ (fig. 22). Par le point $B(r_t, x_t)$ du diagramme de la figure 23 passent un cercle u et un cercle v_t .

Au tronçon l de ligne correspond

$$j\alpha l = jv_l$$

(ici $u_l = 0$)

A l'impédance z_0 à l'entrée de la ligne correspondent les valeurs

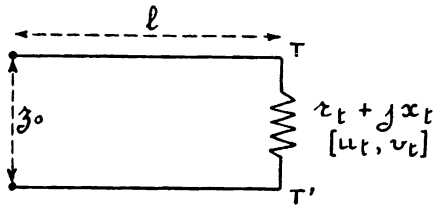


FIG. 22.

$$u = u_t + 0$$

$$v = v_t + v_l$$

c'est-à-dire le point B' obtenu en se déplaçant à partir de B sur le cercle $u_t = \text{constante}$ dans le sens des v croissants, jusqu'à ce qu'on arrive sur le cercle $v_t + v_l$ (fig. 23).

Si r et x sont les coordonnées du point B' , on a :

$$z_0 = r + jx = \frac{Z_0}{Z_c}$$

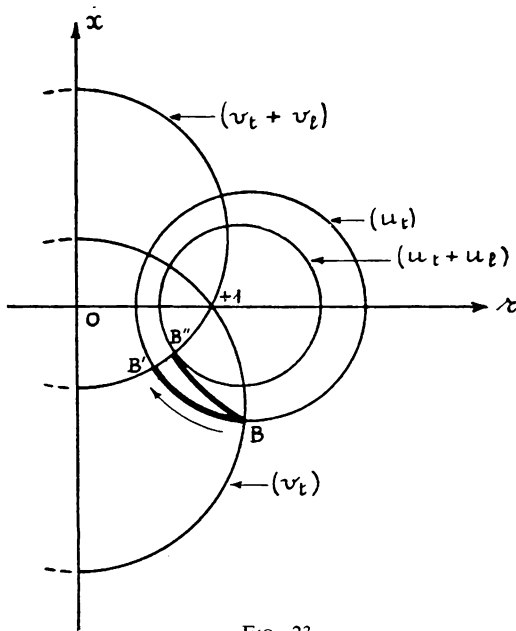


FIG. 23.

REMARQUE I. — Dans le cas où la ligne a des pertes non négligeables, on passe du point $B(u_t, v_t)$ au point $B''(u_t + u_l, v_t + v_l)$.

On a ici :

$$u_l = \beta l \quad \text{et} \quad v_l = \alpha l.$$

REMARQUE II. — Quand une ligne en $\frac{\lambda}{4}$ sans pertes, ayant une impédance Z_c , adapte une ligne d'impédance Z_1 à une ligne d'impédance Z_2 (avec $Z_c^2 = Z_1 \cdot Z_2$), on voit (sur un diagramme tel que celui de la figure 21) que quand on décrit le tronçon $\frac{\lambda}{4}$ on passe d'un point tel que B à un point tel que A ; A et B sont les deux points d'intersection d'un cercle u et d'un cercle v . On a, en effet :

$$z_A \cdot z_B = 1 \qquad \frac{Z_A}{Z_c} \frac{Z_B}{Z_c} = 1$$

et ici

$$Z_A = Z_1 \quad \text{et} \quad Z_B = Z_2$$

Dans le cas où $z_2 = \frac{Z_2}{Z_c}$ est réel, $z_1 = \frac{Z_1}{Z_c}$ l'est aussi. Les points B et A sont sur l'axe réel ; un demi-cercle passant par ces points correspond à une ligne en $\frac{\lambda}{4}$.

1.3.1.2. Cas des admittances.

En nous reportant à la figure 21, nous avons remarqué que $z_A z_B = 1$. Si z_A représente une impédance, z_B représente une admittance.

D'autre part, si l'impédance d'entrée est $z_0 = \frac{1}{y_0}$ et l'impédance ter-

minale $z_t = \frac{1}{y_t}$ on a :

$$z_0 = \frac{z_t + \text{th } \gamma l}{1 + z_t \text{ th } \gamma l}$$

et

$$y_0 = \frac{1 + z_t \text{ th } \gamma l}{z_t + \text{th } \gamma l}$$

$$y_0 = \frac{y_t + \text{th } \gamma l}{1 + y_t \text{ th } \gamma l}$$

Le graphique constitué par les cercles u et v , établi pour les impédances, s'applique aux admittances, en remplaçant simplement z par y .

1.3.2. Diagramme de Smith

1.3.2.1. Définition.

Nous avons posé ci-dessus :

$$z_0 = r + jx = \text{th}(u + jv)$$

On peut écrire :

$$z_0 = -\frac{e^{-2(u+jv)} - 1}{e^{-2(u+jv)} + 1} = -\frac{t-1}{t+1}$$

avec

$$t = e^{-2(u+jv)}$$

D'où l'on tire :

$$t+1 = \frac{2}{z_0+1}$$

$$t = r' + jx'$$

Cette transformation est une inversion (centre : $r = -1$, $x = 0$, puissance : 2) suivie d'une symétrie par rapport à l'axe réel.

Dans cette transformation, appliquée au diagramme du cercle précédemment considéré :

Les cercles $v = \text{constante}$ sont transformés en *droites* passant par l'origine. La pente de la droite $v = \text{constante}$ est égale à $-\text{tg } 2v$ (fig. 24).

Les cercles $u = \text{constante}$ sont transformés en *cercles* orthogonaux aux droites précédentes, donc centrés sur le point O . Le rayon du cercle $u = \text{constante}$ est égal à $R_u = e^{-2v}$ (fig. 24).

Les courbes $r = \text{constante}$ sont des cercles ayant leur centre sur l'axe réel, coupant l'axe réel aux points -1 et $\frac{1-r}{1+r}$, de rayon $\frac{1}{r+1}$ (fig. 25).

Les courbes $x = \text{constante}$ sont des *cercles* centrés sur la droite $r' = -1$, coupant celle-ci aux points d'ordonnées 0 et $-\frac{2}{x}$ et ayant pour rayon $R_x = \frac{1}{x}$ (fig. 25).

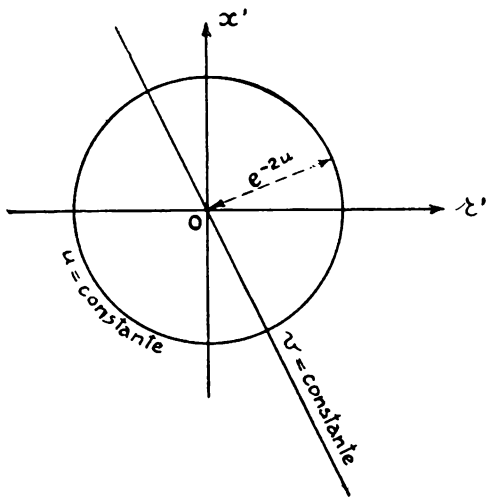


FIG. 24.

Les remarques précédentes permettent, en reportant sur le même graphique les courbes $u = C^{\text{te}}$, $v = C^{\text{te}}$, $r = C^{\text{te}}$, $x = C^{\text{te}}$ d'établir un diagramme, appelé diagramme de Smith, utilisable dans les mêmes conditions que le diagramme cartésien donné ci-dessus, mais qui, au point de vue pratique, présente l'avantage que toute la partie utile du diagramme de Smith est intérieure au cercle $r = 0$.

1.3.2.2. Remarques sur le diagramme de Smith.

1° La formule de transformation qui nous a permis d'établir le diagramme de Smith peut s'écrire :

$$t = -1 + \frac{2}{z_0 + 1} = \frac{1 - z_0}{1 + z_0}$$

ou :

$$t = \frac{1 - \frac{Z_0}{Z_c}}{1 + \frac{Z_0}{Z_c}} = \frac{Z_c - Z_0}{Z_c + Z_0} = p$$

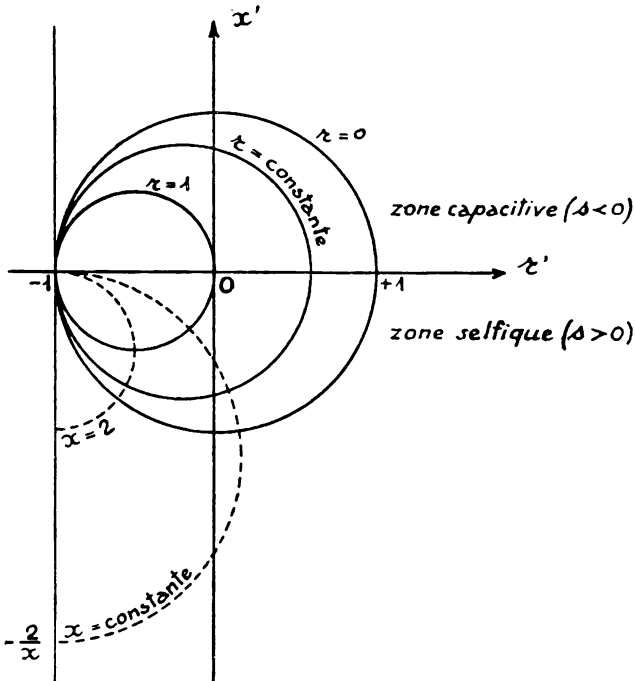


FIG. 25.

Le plan complexe utilisé dans la transformation de Smith est le plan complexe des coefficients de réflexion correspondant à la discontinuité $\frac{Z_0}{Z_c}$ et permet de les déterminer.

2° Une impédance et l'admittance correspondante sont représentées par deux points symétriques par rapport au point O .

3° Un tour complet sur un cercle $u = \text{constante}$ correspond à un déplacement de $\frac{\lambda}{2}$ sur la ligne, c'est-à-dire à une rotation de l'angle de phase de 180° .

1.3.2.3. Utilisation du diagramme de Smith.

La figure 26 donne un diagramme de Smith qui permet de résoudre un grand nombre de problèmes rencontrés dans l'utilisation des lignes de transmission. Indiquons deux de ces problèmes pris parmi les plus importants.

1° Il s'agit de déterminer l'impédance d'une ligne au point situé à la distance l de l'extrémité terminale fermée sur l'impédance réduite

$$z_t = \frac{Z_t}{Z_c}$$

On repère d'abord le point z_t ($z_t = r + jx$) à l'intersection du cercle r et du cercle x . Deux cas sont alors considérés :

a) *Les pertes sont négligeables.* Partant du point z_t il suffit de tourner autour du point central du diagramme d'un angle qui corresponde à la longueur l . Il faut noter ici qu'une rotation complète de 2π correspond à $\frac{\lambda}{2}$ c'est-à-dire à une rotation de phase de π . Il faut d'autre part tourner dans le bon sens, c'est-à-dire ici vers la source.

Le bras mobile donné sur la figure 26 dont le point de rotation O est amené au centre du diagramme peut être utilisé.

Dans la pratique on peut, pour la commodité de l'opération, faire glisser un curseur sur le bras mobile.

b) *Les pertes ne sont pas négligeables.* Quand on se déplace sur la ligne on ne reste plus sur un des cercles $u = \text{constante}$ de la figure 24.

En même temps que l'on tourne autour du centre du diagramme, il faut faire varier u , c'est-à-dire faire varier le rayon vecteur.

Pour tenir compte de la variation de u on peut utiliser l'échelle portée sur le bras mobile et graduée en décibels. Quand on va du point terminal (impédance z_t) au point de la ligne considéré, il faut faire varier le rayon vecteur d'une quantité qui sur l'échelle en question corresponde à l'affaiblissement en ligne exprimé en décibels.

Il faut ici noter, pour certaines applications, que la présence d'un affaiblissement important fait varier la longueur d'onde sur ligne qui peut, par valeurs inférieures, s'écarter sensiblement de la longueur d'onde en espace libre.

2° A l'aide de la deuxième échelle portée sur le bras mobile de la figure 26, on peut déterminer immédiatement le taux d'ondes stationnaires s qui correspond à une valeur quelconque de l'impédance terminale z_t (paragraphe 1.2.1.1.). Le report sur l'échelle s du rayon vecteur correspondant à z_t donne par lecture directe la valeur correspondante de s .

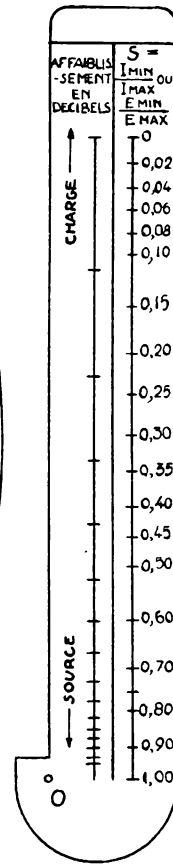
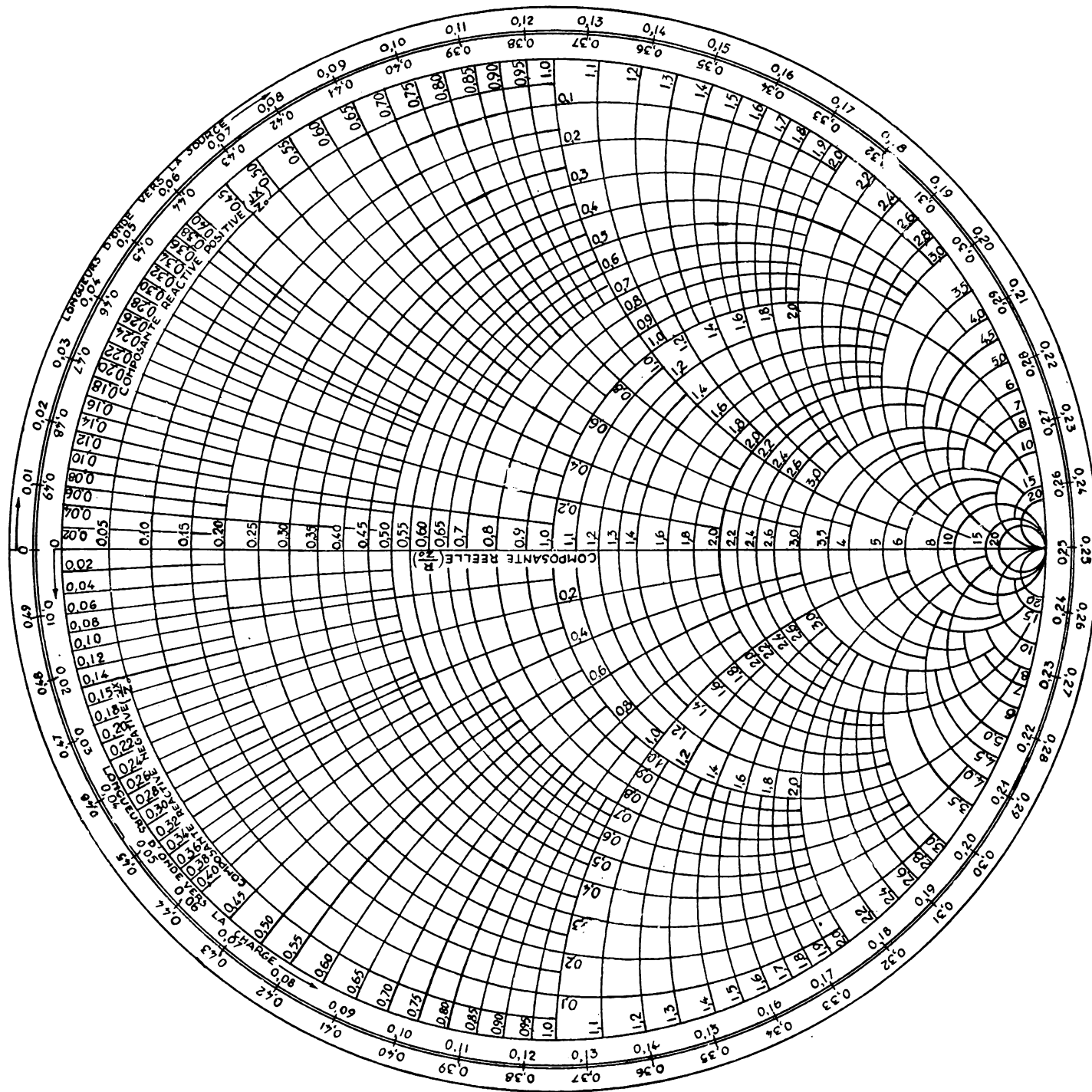


FIG. 26.

CHAPITRE II

IMPÉDANCE D'ONDE RÉFLEXION D'UNE ONDE PLANE

(Cas où il n'y a pas de pertes :
diélectriques purs, conducteurs parfaits)

2.0. INTRODUCTION

Avant de passer à l'étude des dispositifs de transmission et en particulier à celle des guides d'ondes proprement dits, nous allons, à propos de l'onde électromagnétique plane dans un diélectrique parfait, introduire l'importante notion d'impédance d'onde due à Schelkunoff.

Nous étudierons ensuite les problèmes suivants :

1° Onde plane tombant normalement sur la surface plane de séparation de deux milieux diélectriques purs.

2° Onde plane tombant normalement sur la surface plane d'un conducteur parfait.

3° Onde plane tombant obliquement sur la surface plane d'un conducteur parfait.

4° Onde plane tombant obliquement sur la surface de séparation de deux diélectriques purs.

2.1. ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE PLANE DANS UN MILIEU DIÉLECTRIQUE PARFAIT. IMPÉDANCE D'ONDE

Un milieu diélectrique parfait est un milieu dans lequel la conductibilité est nulle.

A très grande distance du lieu de perturbation électromagnétique, tous les points d'un plan π perpendiculaire à la direction de propagation sont, à un instant déterminé, et à une translation près, dans le même état de vibration. Un tel plan est un *plan d'onde*.

1° Les vecteurs e et h représentant le champ électrique et le champ magnétique au point M du plan, sont situés dans le plan π et perpendiculaires entre eux.

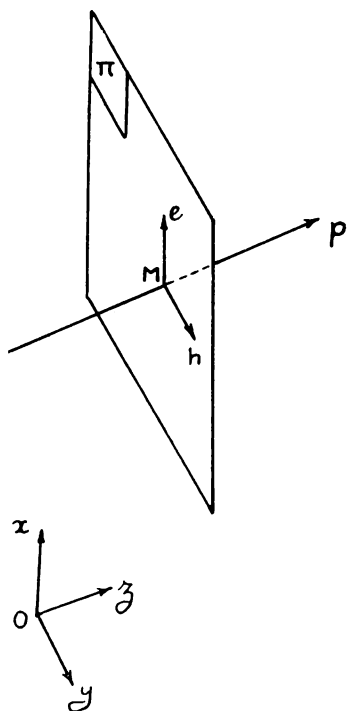


FIG. 1.

Si $\overline{Mp}$ est la normale en M , orientée dans le sens de la propagation, les vecteurs e , h et $\overline{Mp}$ sont orientés comme les axes Ox , Oy , Oz .

A un instant déterminé, le champ électrique e a la même amplitude, la même direction et le même sens en tout point du plan M . Il en est de même du champ magnétique h .

Dans un plan d'onde, tous les vecteurs e et tous les vecteurs h sont dans le même état de vibration ; autrement dit, ils sont en phase.

Les vecteurs e et h sont liés par la relation d'amplitude :

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

L'état de vibration, qui, à l'instant considéré, est celui du plan M , se déplace suivant $\overline{Mp}$ avec la vitesse

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

Dans le vide cette vitesse est égale à la vitesse c de la lumière dans le vide.

2° Si, dans une onde plane, les champs e et h ont une direction constante, on dit que l'onde a une polarisation rectiligne.

Dans le cas d'une onde polarisée rectilignement et tombant sur un plan horizontal Σ , si le vecteur champ électrique e est parallèle à Σ , on dit que la *polarisation est horizontale* ; si le champ électrique e est situé dans le plan vertical d'incidence au sens optique, on dit que la *polarisation est verticale*.

Etant donnée une onde plane à polarisation rectiligne quelconque, on peut la considérer comme résultant de la superposition de deux ondes planes (se propageant dans la même direction et ayant même fréquence qu'elle) dont la première correspond aux champs e_h , h_v et la deuxième aux champs e_v , h_h ; e_h et h_h sont les composantes horizontales des champs

e et h ; e_v et h_v sont les composantes de ces mêmes champs situées dans le plan vertical d'incidence (fig. 2).

Les champs e et h et les composantes e_h , e_v , h_h , h_v vibrent en phase.

A l'inverse, deux ondes planes polarisées rectilignement, se propageant dans la même direction et ayant même fréquence, ont pour résultante une onde plane. Pour que celle-ci soit polarisée rectilignement, il faut que les ondes composantes vibrent en phase. Dans le cas contraire, l'onde résultante a une polarisation elliptique (fig. 3).

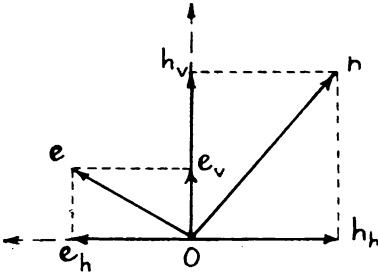


FIG. 2.

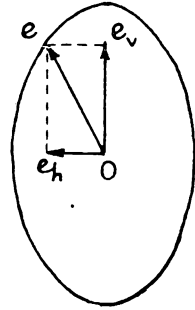


FIG. 3.

3° La propagation d'une onde plane perpendiculairement à une direction Oz est régie par des équations de la forme :

$$\frac{\partial^2 e}{\partial z^2} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} - \gamma^2 \varepsilon = 0$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial z^2} - \gamma^2 \mathcal{H} = 0$$

avec

$$\gamma = j\Omega\sqrt{\varepsilon\mu} = j\alpha = j\frac{2\pi}{\lambda}$$

4° Dans un élément dv pris sur le plan d'onde, l'énergie emmagasinée du fait du champ électrique est, en unités rationalisées :

$$W_c = \frac{\varepsilon}{2} \cdot e^2 \cdot dv$$

l'énergie emmagasinée du fait du champ magnétique est

$$W_h = \frac{\mu}{2} \cdot h^2 \cdot dv$$

et ici

$$W_c = W_h.$$

L'énergie peut être considérée comme un flux qui s'écoule avec une vitesse définie au point M par le vecteur $p = \vec{M}p$, dit vecteur de Poynting, et égal à

$$p = e \wedge h$$

e et h étant en phase en tous points, le vecteur de Poynting perpendiculaire au plan d'ondes est toujours orienté dans le même sens, celui qui éloigne du lieu de perturbation. Cela revient à dire qu'une onde plane ne transporte que de l'énergie active.

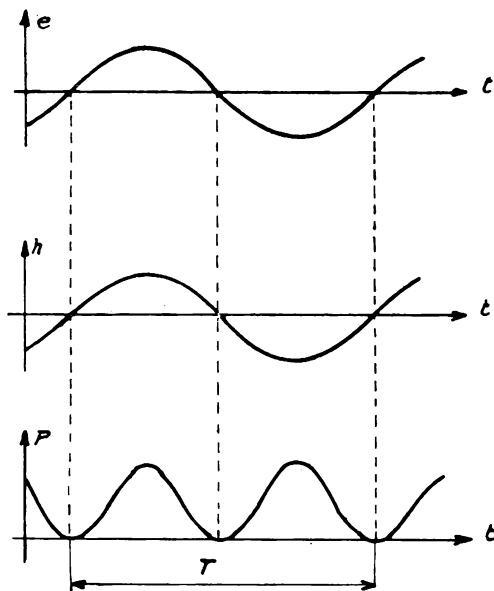


FIG. 4.

Si la source perturbatrice fournit de l'énergie réactive, celle-ci donne lieu à des échanges avec les régions de l'espace voisines de cette source et on ne trouve plus de trace d'énergie réactive à grande distance.

Si e et h sont cissoïdaux, le vecteur de Poynting est pulsant avec deux maxima par période T (fig. 4).

5° Nous venons de voir que dans un milieu diélectrique déterminé le rapport

$$\frac{e}{h} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta$$

est le même en tous points du milieu.

D'autre part, un champ électrique multiplié par une longueur est homogène à une force électromotrice (loi de Faraday) ; un champ magnétique multiplié par une longueur est homogène à une intensité (loi d'Ampère). Le rapport $\frac{e}{h}$ est donc homogène à un rapport $\frac{v}{i}$, c'est-à-dire à une impédance.

On définit par l'expression

$$Z_0 = \frac{e}{h} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta$$

l'impédance d'une onde plane se propageant dans le milieu diélectrique (ε, μ) . On dit aussi que l'expression ci-dessus est l'impédance du milieu considéré.

L'impédance d'onde du vide et de l'air est exprimée en unités pratiques :

$$Z_0 = 376,6 \text{ ohms.}$$

2.2. ONDE PLANE TOMBANT NORMALEMENT SUR UNE SURFACE PLANE DE DISCONTINUITÉ

2.2.1. Onde plane tombant normalement sur la surface plane de séparation de deux milieux diélectriques purs

1° Prenons un axe des z perpendiculaire à la surface de séparation Σ du milieu (1) et du milieu (2).

L'onde incidente dans le milieu (1) est définie par (fig. 5) :

$$e_{(-)} = \varepsilon_{(-)} e^{j(\Omega t - az)}$$

$$h_{(-)} = \mathcal{H}_{(-)} e^{j(\Omega t - az)}$$

avec

$$\frac{e_{(-)}}{h_{(-)}} = \frac{\varepsilon_{(-)}}{\mathcal{H}_{(-)}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta = Z_1$$

Z_1 étant l'impédance d'onde du milieu (1).

Cette onde tombant sur la surface de séparation Σ donne naissance :

a) à une onde $[e_{(+)}, h_{(+)}]$ réfléchiée dans le milieu (1), se propageant vers les z négatifs :

$$e_{(+)} = \varepsilon_{(+)} e^{j(\Omega t + az)}$$

$$h_{(+)} = \mathcal{H}_{(+)} e^{j(\Omega t + az)}$$

avec

$$\frac{e_{(+)}}{h_{(+)}} = \frac{\varepsilon_{(+)}}{\mathcal{H}_{(+)}} = -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = -\eta = -Z_1$$

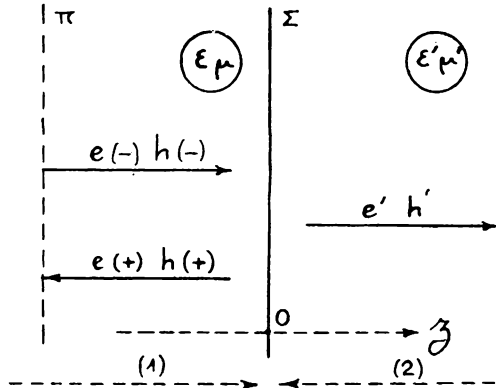


FIG. 5.

b) à une onde $[e', h']$ transmise dans le deuxième milieu et se propageant vers les z positifs :

$$e' = \varepsilon' e^{j(\Omega t - \alpha' z)}$$

$$h' = \mathcal{H}' e^{j(\Omega t - \alpha' z)}$$

avec

$$\frac{e'}{h'} = \frac{\varepsilon'}{\mathcal{H}'} = \sqrt{\frac{\mu'}{\varepsilon'}} = Z_2$$

Prenons l'origine des z sur la surface Σ ($z = 0$). A la traversée de Σ , les composantes tangentielles du champ électrique e et du champ magnétique h , qui sont les champs eux-mêmes, doivent être continues.

On a les relations :

$$\varepsilon_{(-)} + \varepsilon_{(+)} = \varepsilon'$$

$$\mathcal{H}_{(-)} + \mathcal{H}_{(+)} = \mathcal{H}'$$

avec

$$\frac{\varepsilon_{(-)}}{\mathcal{H}_{(-)}} = Z_1 \quad \frac{\varepsilon_{(+)}}{\mathcal{H}_{(+)}} = -Z_1 \quad \frac{\varepsilon'}{\mathcal{H}'} = Z_2$$

$$\frac{\varepsilon_{(+)}}{\varepsilon_{(-)}} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{K - 1}{K + 1} = p \quad \text{avec} \quad K = \frac{Z_2}{Z_1}$$

$$\frac{\mathcal{H}_{(+)}}{\mathcal{H}_{(-)}} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2 + Z_1} = \frac{1 - K}{K + 1} = -p$$

$$\frac{\varepsilon'}{\varepsilon_{(-)}} = \frac{2K}{K+1} \quad \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}_{(-)}} = \frac{2}{K+1}$$

On voit que les formules ainsi obtenues sont tout à fait analogues à celles qui régissent la réflexion d'une onde se propageant sur un circuit de transmission d'impédance caractéristique Z_1 fermé sur une impédance Z_2 (paragraphe 1.2.1).

REMARQUE I. — Pour les diélectriques purs comme pour les lignes sans pertes, les impédances caractéristiques sont des résistances pures

$$\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \text{ dans un cas,} \quad \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ dans l'autre cas.}$$

REMARQUE II. — Nous avons posé ci-dessus

$$\frac{\delta_{(-)}}{\mathcal{H}_{(-)}} = +Z_1 \quad \text{et} \quad \frac{\delta_{(+)}}{\mathcal{H}_{(+)}} = -Z_1$$

En effet si $e_{(-)} \wedge h_{(-)}$ est orienté comme $\vec{o}z$, $e_{(+)} \wedge h_{(+)}$ est orienté en sens inverse.

REMARQUE III. — Par un calcul et un raisonnement tout à fait analogue à celui fait plus haut, à propos de la transmission d'énergie active et d'énergie réactive sur une ligne, on arriverait ici aux résultats suivants :

a) Si $Z_1 = Z_2$, il n'y a pas d'onde réfléchie.

$$\mathcal{J}_{(+)} = 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{U}_{(+)} = 0$$

Un plan quelconque parallèle à la surface Σ n'est traversé que par de l'énergie active.

b) Pratiquement, nous ne trouvons pas ici, avec deux milieux diélectriques, de cas $Z_2 = 0$ et $Z_2 \rightarrow \infty$ qui correspondent à la ligne court-circuitée et à la ligne ouverte. Mais nous verrons, dans un paragraphe suivant, que la réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait correspond au cas $Z_2 = 0$.

c) Dans le cas général où $Z_2 \neq Z_1$, nous avons une onde réfléchie sur la surface Σ (fig. 5). Un plan quelconque π du milieu (1) parallèle à Σ est traversé par de l'énergie active (allant toujours dans le sens positif) et par de l'énergie réactive (de valeur moyenne nulle).

Comme l'amplitude de l'onde réfléchie, la proportion d'énergie réactive augmente avec le coefficient de réflexion.

Dans le milieu (1) nous avons un régime stationnaire avec des plans de nœuds et des plans de ventres, espacés de $\frac{\lambda}{4}$ en $\frac{\lambda}{4}$.

REMARQUE IV. — Un raisonnement analogue à celui fait à propos des lignes permet de déterminer l'énergie active et l'énergie réactive qui traversent un plan parallèle au plan Σ sur lequel se produit la réflexion.

Il suffit de remarquer qu'au terme $\frac{1}{2} \cdot \mathcal{U} \cdot \mathcal{J}^*$ considéré au paragraphe en question, il faut faire correspondre ici l'expression :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} [\mathcal{E} \wedge \mathcal{H}^*]$$

qui représente le vecteur de Poynting complexe, expression dans laquelle

$\mathcal{E}^*$ est l'imaginaire conjugué de $\mathcal{E}$, et que l'on met sous la forme

$$\mathcal{P} = P_A + jP_R$$

P_A et P_R sont respectivement la puissance active et la puissance réactive transmises à travers l'unité de surface.

REMARQUE V. — Etant donné une onde plane tombant sur la surface de séparation Σ du milieu (1) et du milieu (2) on peut, par analogie avec ce qui se passe sur les lignes, se représenter l'état de vibration du milieu (1) suivant l'un ou l'autre des deux aspects suivants :

a) L'état de vibration dans un plan π parallèle à Σ résulte de la superposition d'une onde plane se propageant vers les z positifs et d'une onde plane se propageant vers les z négatifs. Dans le cas général, à ces deux propagations correspondent des amplitudes différentes.

b) L'état de vibration du milieu (1) résulte de la superposition de la propagation progressive d'une onde plane et d'un régime stationnaire pur comportant des plans de vibration nulle et des plans de vibration maximum.

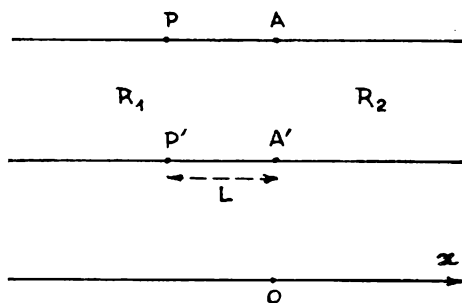


FIG. 6.

2° Deux lignes de résistances caractéristiques différentes R_1 et R_2 étant aboutées en A , l'impédance d'entrée au point P en regardant vers la droite est, en négligeant les pertes

$$\frac{\mathcal{V}_p}{\mathcal{I}_p} = Z_0 = R_1 \frac{R_2 + jR_1 \operatorname{tg} \alpha L}{R_1 + jR_2 \operatorname{tg} \alpha L}$$

Remarquons qu'il est bien normal de trouver une impédance qui soit fonction

de L , c'est-à-dire de l'abscisse x , car en chaque point de la ligne (1) nous avons (c'est une interprétation) un régime d'ondes stationnaires qui se superpose à un régime progressif. Contrairement à ce qui se passe pour

l'onde progressive, le rapport $\frac{\mathcal{V}}{\mathcal{I}}$ varie avec x , tout le long de la ligne, pour l'onde stationnaire. Il en découle donc qu'à la superposition de ces deux ondes correspond un rapport $\frac{\mathcal{V}}{\mathcal{I}}$, c'est-à-dire une impédance, variant avec le point considéré.

Dans le cas d'une onde plane tombant sur la surface de séparation d'un diélectrique (1) et d'un diélectrique (2) nous avons également, dans le milieu (1) un régime progressif qui se superpose à un régime stationnaire, ce dernier ayant une amplitude variable avec z .

Si nous considérons maintenant un plan π , parallèle à Σ et placé à la distance L en avant de lui, compte tenu de l'onde progressive et de l'onde stationnaire, nous avons pour tous les points de ce plan π (fig. 7) :

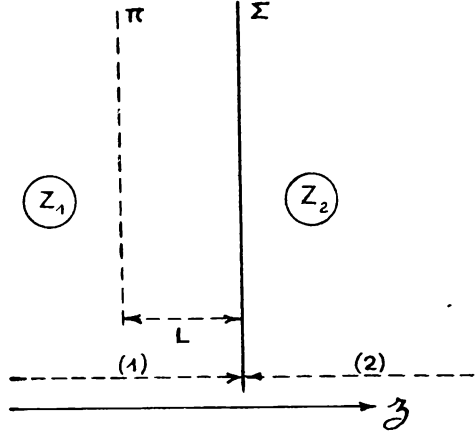


FIG. 7.

$$\left[\frac{e}{h} \right]_{\pi} = Z_1 \frac{Z_2 + jZ_1 \operatorname{tg} \alpha L}{Z_1 + jZ_2 \operatorname{tg} \alpha L} = Z_{\pi}$$

Cette impédance Z_{π} est l'impédance du milieu (2), vue à travers une épaisseur L de milieu (1).

Les calculs qui permettent d'arriver à ce résultat peuvent être calqués sur ceux faits à propos des lignes de transmission.

2.2.2. Suppression de l'onde réfléchie dans le cas d'une onde plane tombant sur la surface de séparation de deux diélectriques purs

Supposons que nous voulions supprimer les réflexions dans le cas d'une onde plane tombant sur la surface de séparation d'un milieu diélectrique ($\epsilon_1 \mu_1$) et d'un milieu diélectrique ($\epsilon_3 \mu_3$), c'est-à-dire sur la surface de séparation de deux milieux d'impédances caractéristiques différentes.

Par analogie avec la méthode employée pour la ligne, nous voyons qu'il suffit d'intercaler, entre le milieu (1) d'impédance Z_1 et le milieu (3) d'impédance Z_3 , une épaisseur $\frac{\lambda}{4}$ d'un milieu (2) tel que son impédance soit égale à Z_2 définie par :

$$Z_2^2 = Z_1 \cdot Z_3$$

On doit donc avoir, puisque $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$:

$$\frac{\mu_2}{\epsilon_2} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1} \cdot \frac{\mu_3}{\epsilon_3}}$$

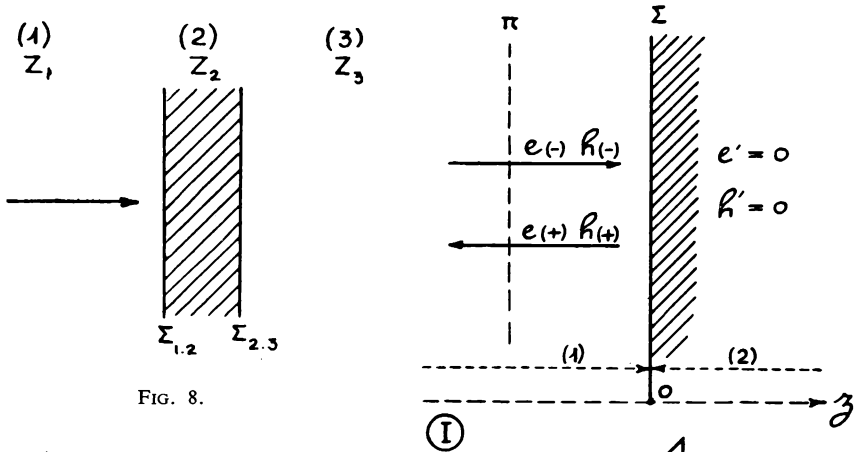


FIG. 8.

et dans le cas pratique, où l'on a approximativement $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$:

$$\varepsilon_2 = \sqrt{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_3}$$

L'adaptation réalisée a évidemment un caractère sélectif. Pour atténuer celui-ci, il faudrait réaliser progressivement le passage de l'impédance Z_1 à l'impédance Z_3 .

2.2.3. Onde plane tombant normalement sur la surface plane d'un conducteur parfait

Le milieu (1) est un diélectrique pur, le milieu (2) est un conducteur parfait.

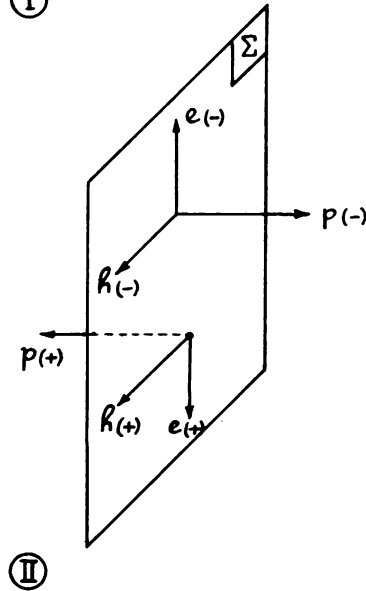


FIG. 9.

Sur la figure 9 (I), la surface Σ de séparation du diélectrique et du conducteur est normale au plan de cette figure. Un plan d'ondes quelconque π est parallèle à Σ . Les vecteurs e et h , en un point quelconque M du plan π sont situés dans ce plan.

Dans le conducteur parfait, milieu (2), le champ électromagnétique est nul :

$$(e' = 0, h' = 0)$$

Dans le diélectrique, milieu (1), nous pouvons supposer que l'état de vibration dans un plan π résulte de la superposition de deux ondes planes qui se propagent l'une dans un sens, l'autre dans l'autre.

Nous avons donc :

$$e = \varepsilon_{(-)} e^{j(\Omega t - \alpha z)} + \varepsilon_{(+)} e^{j(\Omega t + \alpha z)}$$

$$h = \mathcal{H}_{(-)} e^{j(\Omega t - \alpha z)} + \mathcal{H}_{(+)} e^{j(\Omega t + \alpha z)}$$

Prenons l'origine des z dans le plan Σ et écrivons les conditions aux limites pour les composantes tangentielles sur la surface Σ en remarquant que les composantes tangentielles des champs e et h sont ici ces champs eux-mêmes.

a) Pour le champ électrique, la relation

$$[\varepsilon_{(-)} + \varepsilon_{(+)}] = \varepsilon'$$

se réduit à

$$\varepsilon_{(-)} + \varepsilon_{(+)} = 0$$

donc

$$\varepsilon_{(+)} = -\varepsilon_{(-)}$$

b) Pour les conducteurs parfaits qui portent une densité superficielle de courant finie sur une épaisseur infiniment petite, la condition aux limites relative aux composantes tangentielles du champ magnétique est :

$$[\mathcal{H}_{(-)} + \mathcal{H}_{(+)}] - \mathcal{H}' = \mathcal{J} \quad \text{avec} \quad \mathcal{H}' = 0$$

soit

$$\mathcal{H}_{(-)} + \mathcal{H}_{(+)} = \mathcal{J}$$

$\mathcal{J}$ étant l'intensité de courant par unité de longueur, $\mathcal{J}$ est perpendiculaire à $\mathcal{H}$.

Comme nous avons d'autre part

$$\frac{\varepsilon_{(-)}}{\mathcal{H}_{(-)}} = Z_1 \quad \text{et} \quad \frac{\varepsilon_{(+)}}{\mathcal{H}_{(+)}} = -Z_1$$

il vient :

$$\mathcal{H}_{(-)} = \mathcal{H}_{(+)} = \frac{1}{2} \cdot \mathcal{J}$$

Nous avons donc finalement les expressions suivantes pour e et pour h dans le diélectrique.

$$e = \epsilon_{(-)}[e^{-j\alpha z} - e^{+j\alpha z}]e^{j\Omega t} = -\epsilon_{(-)} \cdot 2j \sin \alpha z \cdot e^{j\Omega t}$$

$$h = \mathcal{H}_{(-)}[e^{-j\alpha z} + e^{+j\alpha z}]e^{j\Omega t} = +\mathcal{H}_{(-)} \cdot 2 \cos \alpha z \cdot e^{j\Omega t}$$

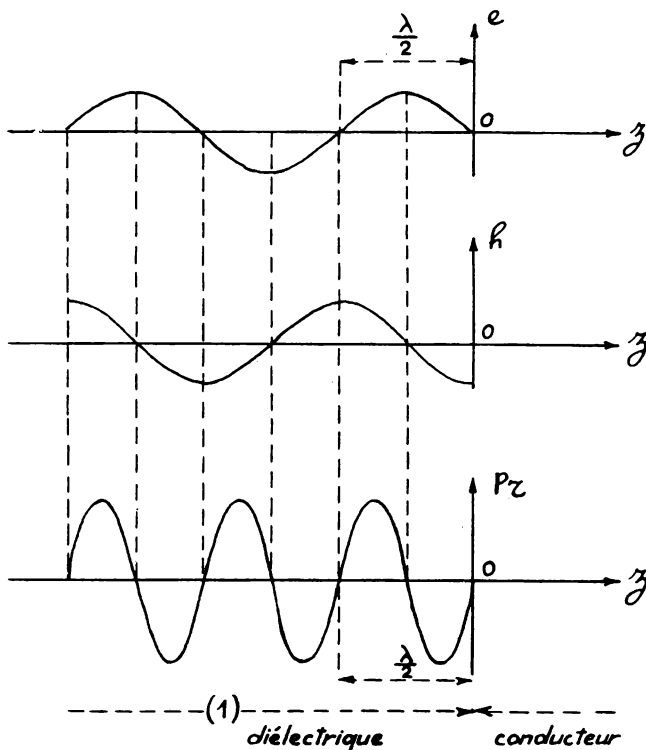


FIG. 10.

Nous avons, dans le milieu diélectrique, un régime stationnaire pur. Dans le plan $\Sigma (z = 0)$ et dans tous les plans situés à la distance $n \cdot \frac{\lambda}{2}$ de celui-ci, le champ électrique e est nul, et le champ magnétique h maximum.

La présence du terme j dans l'expression ci-dessus de e nous montre que e et h sont en quadrature, (car $\frac{\epsilon_{(-)}}{\mathcal{H}_{(-)}} = Z_1 = \text{nombre réel}$). L'énergie traversant le plan π est exclusivement de l'énergie réactive.

REMARQUE. — Les résultats obtenus ici sont analogues à ceux obtenus à propos de la ligne de transmission court-circuitée. On comparera la figure 10 à la figure 8 du chapitre I.

Dans le cas étudié d'une onde plane tombant perpendiculairement sur un conducteur parfait, comme dans le cas d'une ligne court-circuitée, ou d'une ligne ouverte, il n'y a aucune énergie transmise au-delà de la discontinuité. En négligeant les pertes, l'onde de retour a la même amplitude que l'onde incidente. On a donc, dans ces différents cas, un régime stationnaire pur.

2.3. NOTION DE LONGUEUR D'ONDE ET DE VITESSE DE PHASE

La considération d'incidences obliques nous amène au préalable à définir la longueur d'onde de phase.

Considérons une propagation cissoïdale d'ondes planes dont la direction de propagation est la direction oz . La vitesse de propagation est v et la longueur d'onde correspondante λ .

Dans le plan yoz les plans d'onde, correspondant par exemple à la vibration positive maximum prise comme repère, ont pour traces les droites π_1, π_2, π_3 , etc. . distantes de λ (fig. 11).

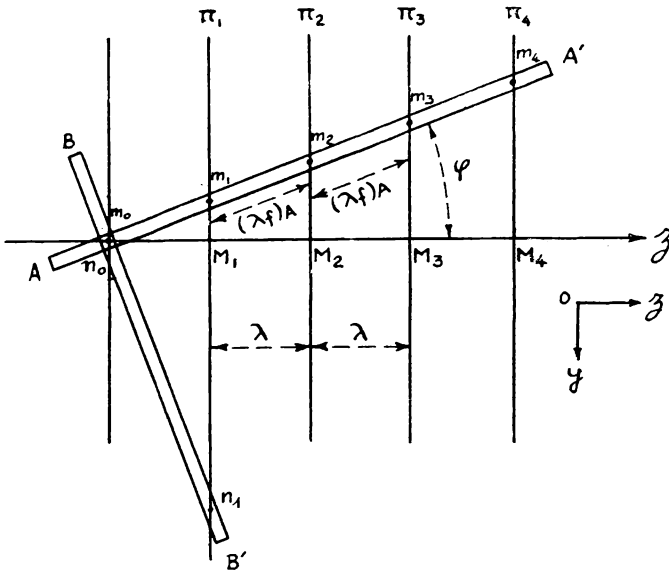


FIG. 11.

Dans le plan $y o z$ perpendiculaire aux plans d'onde, nous avons donc propagation d'une onde à front rectiligne qui se propage à la vitesse v . Examinons cette propagation plane à travers une fente rectiligne $A A'$, inclinée de l'angle ϕ sur oz et percée dans un écran opaque. Deux maxima positifs successifs, vus à travers cette fente, sont séparés par la distance $m_1 m_2 = m_2 m_3$. Pour cette observation, faite suivant $A A'$, cette distance est une longueur d'onde apparente qu'on appelle longueur d'onde de phase.

Cette longueur d'onde de phase λ_{fA} est telle que

$$\lambda_{fA} = \frac{\lambda}{\cos \phi}$$

Pendant une période, c'est-à-dire pendant que M_1 vient en M_2 , m_1 vient en m_2 et la propagation apparente à travers la fente $A A'$ se produit à la vitesse de phase v_{fA} telle que

$$v_{fA} = \frac{v}{\cos \phi}$$

Si l'on avait pris des fentes différentes, on aurait eu des longueurs d'ondes et des vitesses de phases différentes. Par exemple, pour la fente BB' , perpendiculaire à AA' , on aurait eu :

$$\lambda_{fB} = \frac{\lambda}{\sin \phi} \quad \text{et} \quad v_{fB} = \frac{v}{\sin \phi}$$

Dans tous les cas on a : $\lambda_f = v_f \cdot T$, comme l'on a $\lambda = v \cdot T$

Une vitesse de phase v_f qui correspond non pas à un déplacement d'énergie, mais *au déplacement de l'image d'une vibration*, est plus grande que la vitesse v de déplacement du front rectiligne de l'onde.

$$v_f > v \quad \lambda_f > \lambda$$

REMARQUE. — Etant donnée l'onde à front rectiligne qui se déplace dans un plan $y o z$ avec la longueur d'onde λ , les longueurs d'onde de phase λ_{fy} et λ_{fz} qui correspondent aux axes rectangulaires oy et oz sont telles que

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_{fy}^2} + \frac{1}{\lambda_{fz}^2}$$

2.4. ONDE PLANE TOMBANT OBLIQUEMENT SUR UNE SURFACE PLANE DE DISCONTINUITÉ

2.4.1. Onde plane tombant obliquement sur la surface plane d'un conducteur parfait

Supposons d'abord qu'une onde plane incidente de nature quelconque ait ses plans d'ondes perpendiculaires au plan oyz et que se propageant dans un milieu sans pertes, elle tombe sur une surface plane Σ parfaitement réfléchissante et prise pour plan $y = 0$ (fig. 12).

La direction de propagation fait l'angle Ψ avec Σ .

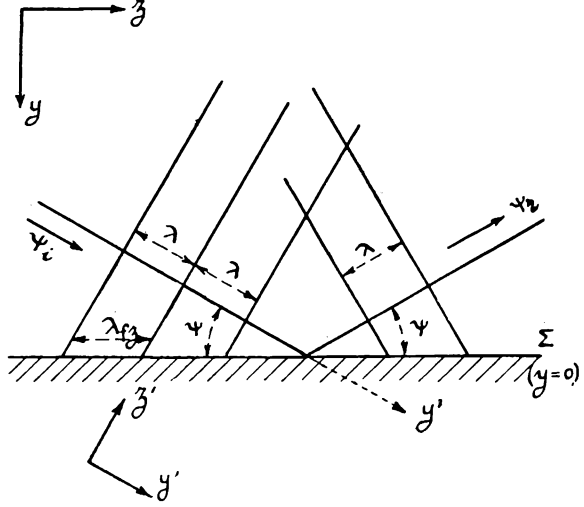


FIG. 12.

Rapportée à des axes $(oy' oz')$, oy' étant dirigé suivant la normale à l'onde incidente, l'équation de celle-ci serait

$$F_i = A e^{j(\Omega t - \alpha y')} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Par rapport aux axes oy et oz , avec $y' = y \sin \Psi + z \cos \Psi$, cette expression devient :

$$\begin{aligned} F_i &= A e^{j[\Omega t - \alpha(y \sin \Psi + z \cos \Psi)]} \\ &= A e^{-j\alpha y \sin \Psi} e^{j(\Omega t - \alpha z \cos \Psi)} \end{aligned}$$

Cette onde incidente donne naissance à une onde réfléchie F_r , obéissant aux lois connues.

L'onde réfléchie a pour expression (en changeant y en $-y$) :

$$\begin{aligned} F_r &= \pm A e^{j[\Omega t - \alpha(-y \sin \Psi + z \cos \Psi)]} \\ &= \pm A e^{+j\alpha y \sin \Psi} e^{j(\Omega t - \alpha z \cos \Psi)} \end{aligned}$$

a) Le signe — devant A correspond au cas où l'on a annulation sur Σ ($y = 0$).

b) Le signe + devant A correspond au cas où l'on a doublement sur Σ .

En un point quelconque (y, z) du milieu (1) au-dessus de Σ , on a un état de vibration défini par $F = F_i + F_r$, soit :

$$F_a = -2Aj \sin(\alpha y \sin \Psi) \cdot e^{j(\Omega t - \alpha z \cos \Psi)} \quad \text{dans le cas } a$$

$$F_b = 2A \cos(\alpha y \sin \Psi) \cdot e^{j(\Omega t - \alpha z \cos \Psi)} \quad \text{dans le cas } b.$$

De toutes façons on a un régime stationnaire avec plans de mouvement nul définis par $\sin(\alpha y \sin \Psi) = 0$ ou $\cos(\alpha y \sin \Psi) = 0$. Ce régime stationnaire se déplace horizontalement, parallèlement à l'axe oz , avec la vitesse de phase $v_z = \frac{v}{\cos \Psi}$, comme cela résulte de l'examen du terme exponentiel figurant dans les expressions de F .

A cette vitesse v_z correspond une longueur d'onde de phase λ_{fz} mise en évidence sur la figure 12.

2.4.1.1. Conditions aux limites.

Dans le cas qui nous intéresse, nous avons affaire à une onde électromagnétique se propageant dans un milieu diélectrique et se réfléchissant sur la surface Σ d'un conducteur parfait.

Nous pouvons décomposer chaque élément de champ (e ou h) en une composante parallèle au plan $\Sigma = 0$ (e_t ou h_t) et en une composante normale (e_n ou h_n).

Compte tenu de ce que nous savons sur les conditions aux limites sur un conducteur parfait, nous devons ici, sur la surface Σ avoir $e_t = 0$ et $h_n = 0$, c'est-à-dire que la réflexion correspondante se fait avec annulation et que dans l'espace diélectrique, e_t et h_n sont représentées par des expressions du type (a) ci-dessus.

Pour e_n et h_t qui ne s'annulent pas à la surface du conducteur, il y a doublement du champ incident à la réflexion et ce sont les expressions (b) qui leur correspondent.

2.4.1.2. Polarisation horizontale et polarisation verticale.

Dans le cas de l'onde électromagnétique, deux cas méritent un examen particulier.

a) *Polarisation horizontale.* Dans le langage des radioélectriciens, on dit que la polarisation est horizontale quand le champ électrique est horizontal.

Dans le plan π_i , de l'onde incidente (fig. 13), le vecteur champ électrique e_i horizontal, est perpendiculaire au plan de la figure, dirigé par exemple d'arrière en avant, comme l'axe ox .

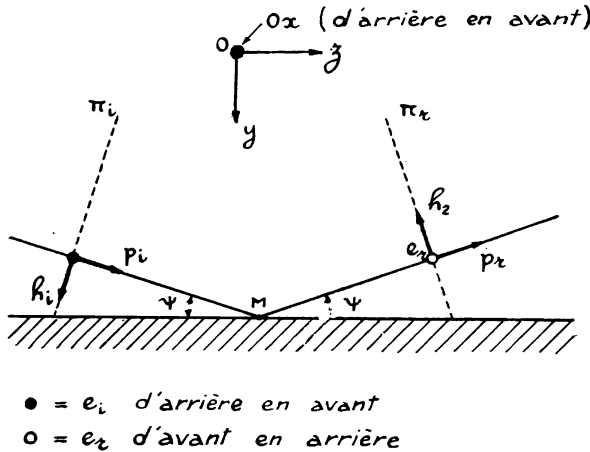


FIG. 13.

Dans le plan π_r de l'onde réfléchie, le vecteur champ électrique horizontal est perpendiculaire au plan de la figure et dirigé d'avant en arrière.

Précisons que les dimensions de la figure sont supposées petites par rapport à la longueur d'onde.

Les vecteurs champs magnétiques h_i et h_r et les vecteurs de Poynting p_i et p_r qui donnent le sens de propagation des ondes planes, sont orientés comme sur la figure 13.

Pour vérifier le tracé de la figure, il faut se rappeler qu'en M on doit avoir :

$$e_i + e_r = 0, \quad (h_i)_n + (h_r)_n = 0, \quad (h_i)_t = (h_r)_t$$

b) *Polarisation verticale.* Le champ électrique est situé dans le plan d'incidence.

Le champ magnétique est horizontal.

La figure 14 indique dans quelles conditions se produit la réflexion.

Au point M , on a :

$$(e_i)_t + (e_r)_t = 0 \quad (e_i)_n = (e_r)_n \quad h_i = h_r$$

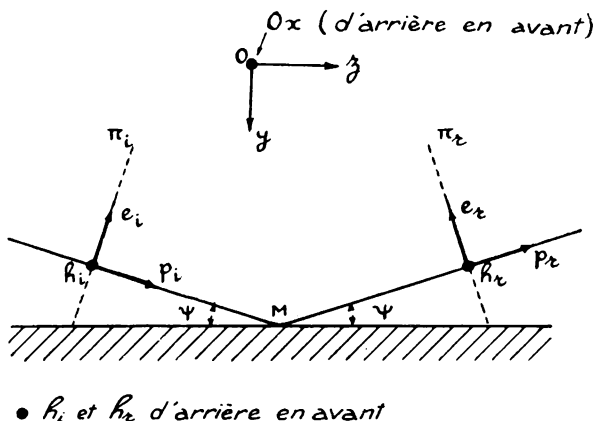


FIG. 14.

2.4.1.3. Expressions du champ électromagnétique.

Pour simplifier l'écriture, nous posons dans ce qui suit :

$$A_{(-)} = e^{-jxy \sin \Psi}, \quad A_{(+)} = e^{+jxy \sin \Psi} \quad \cdot \quad \mathcal{B} = e^{j(\Omega t - az \cos \Psi)}$$

Dès lors, en posant, comme ci-dessus, dans le cas de l'onde plan $\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta$, et en tenant compte des expressions obtenues dans le cas de la réflexion d'une onde de nature quelconque, on a les expressions suivantes :

a) *Polarisation horizontale.*

— Pour l'onde incidente :

$$\begin{aligned} e_i &= e_x = E \cdot A_{(-)} \cdot \mathcal{B} \\ \left\{ \begin{aligned} h_y &= \frac{E}{\eta} \cdot \cos \Psi \cdot A_{(-)} \cdot \mathcal{B} \\ h_z &= -\frac{E}{\eta} \sin \Psi \cdot A_{(-)} \cdot \mathcal{B} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

— Pour l'onde réfléchie :

$$e_r = e_x = -E \cdot A_{(+)} \cdot \mathcal{B}$$

$$h_r \left\{ \begin{array}{l} h_y = -\frac{E}{\eta} \cdot \cos \Psi \cdot A_{(+)} \cdot \mathcal{B} \\ h_z = -\frac{E}{\eta} \cdot \sin \Psi \cdot A_{(+)} \cdot \mathcal{B} \end{array} \right.$$

— Pour l'onde résultante :

$$e_t = e_x = -2jE \cdot \sin (\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B}$$

$$h_t \left\{ \begin{array}{l} h_y = -2j \frac{E}{\eta} \cdot \cos \Psi \cdot \sin (\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B} \\ h_z = -2 \frac{E}{\eta} \cdot \sin \Psi \cdot \cos (\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B} \end{array} \right.$$

b) *Polarisation verticale.*

— Pour l'onde incidente :

$$e_i \left\{ \begin{array}{l} e_y = -E \cos \Psi \cdot A_{(-)} \cdot \mathcal{B} \\ e_z = E \sin \Psi \cdot A_{(-)} \cdot \mathcal{B} \end{array} \right.$$

$$h_i = h_x = \frac{E}{\eta} \cdot A_{(-)} \cdot \mathcal{B}$$

— Pour l'onde réfléchie :

$$e_r \left\{ \begin{array}{l} e_y = -E \cos \Psi \cdot A_{(+)} \cdot \mathcal{B} \\ e_z = -E \sin \Psi \cdot A_{(+)} \cdot \mathcal{B} \end{array} \right.$$

$$h_r = h_x = \frac{E}{\eta} \cdot A_{(+)} \cdot \mathcal{B}$$

— Pour l'onde résultante :

$$e_t \left\{ \begin{array}{l} e_y = -2E \cos \Psi \cdot \cos (\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B} \\ e_z = -2jE \sin \Psi \cdot \sin (\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B} \end{array} \right.$$

$$h_t = h_x = 2 \frac{E}{\eta} \cdot \cos \cdot (\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B}$$

REMARQUE I. — e et h caractérisant le champ électromagnétique, en un point quelconque M de l'espace, il y a écoulement d'un flux d'énergie défini par le vecteur $p = e \wedge h$. Considérons le vecteur de Poynting p comme

la résultante d'une composante p_t parallèle au plan Σ et d'une composante p_n perpendiculaire à ce plan.

a) Dans le cas de la *polarisation horizontale* :

$$p_t = (e_x \wedge h_y)$$

$$p_n = (e_x \wedge h_z)$$

b) Dans le cas de la *polarisation verticale* :

$$p_t = (e_y \wedge h_x)$$

$$p_n = (e_z \wedge h_x)$$

Les expressions du champ électromagnétique résultant données plus haut dans le cas de la polarisation horizontale et de la polarisation verticale montrent que les deux vecteurs entrant dans l'expression de p_t sont en phase et que les deux vecteurs entrant dans l'expression de p_n sont en quadrature. Le vecteur p_t correspond à une propagation horizontale d'énergie active, le vecteur p_n a une propagation verticale d'énergie réactive.

Une onde ayant une polarisation rectiligne quelconque peut être considérée comme la somme de deux ondes respectivement polarisées horizontalement et verticalement. La remarque faite s'applique donc à une onde quelconque se réfléchissant sur un conducteur parfait.

On peut voir d'ailleurs les choses comme suit :

En un point M quelconque, un élément de l'onde incidente peut être décomposé en deux « ondelettes » élémentaires respectivement perpendiculaires à oy et oz . On décompose de la même façon l'onde réfléchie. Les deux « ondelettes » horizontales incidente et réfléchie de même amplitude et se propageant *en sens inverse* donnent suivant la verticale oy un régime stationnaire pur. Les deux « ondelettes » verticales, perpendiculaires à oz , se propagent *dans le même sens* et donnent une vibration résultante progressive suivant oz .

REMARQUE II.

a) *En polarisation horizontale* :

$$p_t = e_x \wedge h_y \quad \text{et} \quad p_n = e_x \wedge h_z$$

Pour la propagation horizontale d'énergie avec $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$, nous avons, pour les ondes incidente, réfléchie et résultante :

$$\frac{e_x}{h_y} = \frac{\eta}{\cos \Psi} = \text{constante.}$$

Nous pouvons considérer une impédance d'onde correspondante :

$$\frac{\eta}{\cos \Psi} = Z_z$$

Pour la propagation verticale d'énergie, nous avons pour les ondes incidente et réfléchie :

$$\frac{e_x}{h_z} = \frac{\pm \eta}{\sin \Psi}$$

d'impédance correspondante :

$$\frac{\eta}{\sin \Psi} = Z_y$$

Dans ce dernier cas, le rapport $\left| \frac{e_x}{h_z} \right|$ n'est pas indépendant de y pour l'onde résultante (onde stationnaire).

b) *En polarisation verticale :*

$$p_t = e_y \wedge h_x \quad \text{et} \quad p_n = e_z \wedge h_x$$

Pour la propagation horizontale, on a pour les ondes incidente, réfléchie et résultante :

$$\frac{e_y}{h_x} = -\eta \cos \Psi$$

d'impédance correspondante :

$$\eta \cos \Psi = Z_z$$

Pour la propagation verticale, on a pour les ondes incidente et réfléchie seulement :

$$\frac{e_z}{h_x} = \pm \eta \sin \Psi$$

d'impédance correspondante

$$Z_y = \eta \sin \Psi$$

Ces remarques nous permettront d'étendre la notion d'impédance d'onde.

REMARQUE III. — Les expressions du champ incident ou réfléchi écrites ci-dessus sont de la forme

$$Ae^{j(\Omega t \pm \alpha y \sin \Psi - \alpha z \cos \Psi)}$$

Écrites sous la forme

$$Ae^{\pm j\alpha y \sin \Psi} e^{j(\Omega t - \alpha z \cos \Psi)},$$

elles permettent de mettre en évidence pour la propagation parallèle au

plan Σ , suivant oz , une vitesse de phase

$$v_z = \frac{\Omega}{\alpha} \cdot \frac{1}{\cos \Psi} = \frac{v}{\cos \Psi}$$

v étant la vitesse de propagation dans l'espace libre

De la même façon, écrites sous la forme

$$A e^{-j\alpha z \cos \Psi} e^{j(\Omega t \pm \alpha y \sin \Psi)}$$

elles permettent de définir, pour la propagation suivant oy normal au plan Σ , une vitesse de phase

$$v_y = \pm \frac{\Omega}{\alpha \sin \Psi} = \pm \frac{v}{\sin \Psi}$$

2.4.2. Onde plane tombant obliquement sur la surface de séparation de deux diélectriques purs. Angle limite

2.4.2.1. Equation du champ électromagnétique.

La surface plane de la séparation Σ sépare les deux milieux diélectriques parfaits (1) et (2) (fig. 15).

Ces deux milieux sont caractérisés par leurs constantes diélectriques (ε_1 , ε_2), leurs perméabilités (μ_1 , μ_2) leurs impédances d'onde plane

$$(Z_1 = \eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}, Z_2 = \eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}),$$

leurs longueurs d'onde en espace libre (λ_1 , λ_2), leurs exposants linéiques de phase

$$\left(\alpha_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}, \alpha_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} \right)$$

Dans le milieu (1) nous avons une onde incidente et une onde réfléchie.

Dans le milieu (2) nous avons une onde réfractée.

Donnons l'expression des champs dans le cas de la polarisation horizontale, et de la polarisation verticale.

Pour simplifier l'écriture, posons, dans les expressions des champs :

$$A_{1(-)} = e^{-j\alpha_1 y \sin \Psi_1}$$

$$\mathcal{B}_1 = e^{j(\Omega t - \alpha_1 z \cos \Psi_1)}$$

$$A_{1(+)} = e^{+j\alpha_1 y \sin \Psi_1}$$

$$A_2 = e^{-j\alpha_2 y \sin \Psi_2}$$

$$\mathcal{B}_2 = e^{j(\Omega t - \alpha_2 z \cos \Psi_2)}$$



FIG. 15.

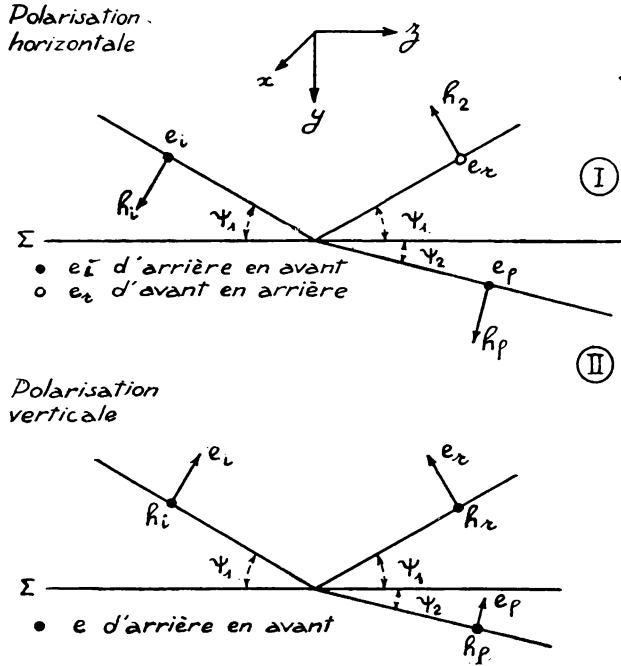


FIG. 16.

Les indices 1 et 2 correspondent aux milieux (1) et (2).

a) Dans le cas de la *polarisation horizontale* [fig. 16 (I)], on a :

— Pour l'onde incidente :

$$e_i = e_x = \varepsilon_i \cdot A_{1(-)} \mathcal{B}_1$$

$$h_i = \begin{cases} h_y = \mathcal{H}_i \cdot A_{1(-)} \mathcal{B}_1 \cos \Psi_1 \\ h_z = -\mathcal{H}_i \cdot A_{1(-)} \mathcal{B}_1 \sin \Psi_1 \end{cases}$$

— Pour l'onde réfléchie :

$$e_r = e_x = -\varepsilon_r \cdot A_{1(+)} \mathcal{B}_1$$

$$h_r = \begin{cases} h_y = -\mathcal{H}_r \cdot A_{1(+)} \mathcal{B}_1 \cos \Psi_1 \\ h_z = -\mathcal{H}_r \cdot A_{1(+)} \mathcal{B}_1 \sin \Psi_1 \end{cases}$$

— Pour l'onde réfractée :

$$\begin{aligned} e_\rho &= e_x = \varepsilon_\rho \cdot A_2 \mathcal{B}_2 \\ h_\rho &\begin{cases} h_y = \mathcal{H}_\rho \cdot A_2 \mathcal{B}_2 \cdot \cos \Psi_2 \\ h_z = -\mathcal{H}_\rho \cdot A_2 \mathcal{B}_2 \cdot \sin \Psi_2 \end{cases} \end{aligned}$$

b) Dans le cas de la *polarisation verticale* [fig. 16 (II)] :

— Pour l'onde incidente :

$$\begin{aligned} e_i &\begin{cases} e_y = -\varepsilon_i \cdot A_{1(-)} \mathcal{B}_1 \cdot \cos \Psi_1 \\ e_z = +\varepsilon_i \cdot A_{1(-)} \mathcal{B}_1 \cdot \sin \Psi_1 \end{cases} \\ h_i &= h_x = \mathcal{H}_i \cdot A_{1(-)} \mathcal{B}_1 \end{aligned}$$

— Pour l'onde réfléchie :

$$\begin{aligned} e_z &\begin{cases} e_y = -\varepsilon_r \cdot A_{1(+)} \mathcal{B}_1 \cos \Psi_1 \\ e_z = -\varepsilon_r \cdot A_{1(+)} \mathcal{B}_1 \sin \Psi_1 \end{cases} \\ h_r &= h_x = \mathcal{H}_r \cdot A_{1(+)} \mathcal{B}_1 \end{aligned}$$

— Pour l'onde réfractée :

$$\begin{aligned} e_\rho &\begin{cases} e_y = -\varepsilon_\rho \cdot A_2 \mathcal{B}_2 \cos \Psi_2 \\ e_z = \varepsilon_\rho \cdot A_2 \mathcal{B}_2 \sin \Psi_2 \end{cases} \\ h_\rho &= h_x = \mathcal{H}_\rho \cdot A_2 \cdot \mathcal{B}_2 \end{aligned}$$

REMARQUE. — On verra plus loin que, pour toute valeur de y , $\mathcal{B}_1 = \mathcal{B}_2$.

2.4.2.2. Propagation parallèlement et perpendiculairement à la surface de séparation

Dans tous les cas, par un procédé de décomposition qui nous est maintenant familier, nous allons envisager séparément la propagation d'énergie qui a lieu parallèlement à Σ et à oz et la propagation d'énergie suivant oy perpendiculaire à Σ .

a) *Propagation parallèle à Σ* . Les longueurs d'onde de phase correspondantes sont (voir la fig. 15) :

— pour l'onde incidente et pour l'onde réfléchie :

$$\lambda_z = \frac{\lambda_1}{\cos \Psi_1}$$

— pour l'onde réfractée :

$$\lambda_z = \frac{\lambda_2}{\cos \Psi_2}$$

Mais en raison des continuités physiques nécessaires, un observateur placé sur Σ doit avoir la même longueur d'onde de phase (ou la même vitesse de phase) qu'il regarde vers le milieu (1) ou qu'il regarde vers le milieu (2), c'est-à-dire que, sur la figure 15, on doit avoir :

$$mm' = \lambda_z = \frac{M_1 M'_1}{\cos \Psi_1} = \frac{\lambda_1}{\cos \Psi_1} = \frac{M_2 M'_2}{\cos \Psi_2} = \frac{\lambda_2}{\cos \Psi_2}$$

Tous les déplacements parallèles à Σ se produisent donc avec la même vitesse de phase v_z correspondant à la longueur d'onde de phase.

$$\lambda_z = \frac{\lambda_1}{\cos \Psi_1} = \frac{\lambda_2}{\cos \Psi_2}$$

Remarquons que les déplacements parallèles à Σ qui viennent d'être considérés correspondent à des régimes progressifs.

b) *Propagation perpendiculaire* à Σ . Nous avons ici à considérer, pour les déplacements parallèles à oy , deux longueurs d'onde de phase :

$$[\lambda_y]_1 = \frac{\lambda_1}{\sin \Psi_1} \text{ dans le milieu (1),}$$

$$[\lambda_y]_2 = \frac{\lambda_2}{\sin \Psi_2} \text{ dans le milieu (2).}$$

A $[\lambda_y]_1$ correspondent, pour l'onde incidente et pour l'onde réfléchie, des vitesses de phases $\pm [v_y]_1$ de même amplitude, mais de signes contraires.

A $[\lambda_y]_2$ correspond une vitesse de phase $[v_y]_2$ pour l'onde réfractée.

REMARQUE. — La relation $\frac{\lambda_1}{\cos \Psi_1} = \frac{\lambda_2}{\cos \Psi_2}$ montre que les quantités

$$\mathcal{B}_1 = e^{+j(\Omega t - \alpha_1 z \cos \Psi_1)} \quad \text{et} \quad \mathcal{B}_2 = e^{+j(\Omega t - \alpha_2 z \cos \Psi_2)}$$

sont égales pour toute valeur de z puisque

$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{v_1} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}$$

Cette relation, liant les inclinaisons Ψ_1 et Ψ_2 des deux ondes incidente et réfractée sur le plan de séparation, n'est autre d'ailleurs que la loi de Descartes bien connue en optique.

Soient en effet n_1 et n_2 les indices de réfraction des milieux 1 et 2, v_1 et v_2 les vitesses de propagation d'ondes planes dans ces milieux, c la vitesse de la lumière dans le vide (de constante diélectrique et perméabilité ε_0 et μ_0), f la fréquence, λ la longueur d'onde dans le vide.

On a, par définition de l'indice de réfraction :

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad n_2 = \frac{c}{v_2} ,$$

et, suivant les relations bien connues :

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f} = \frac{\lambda}{n_1} \quad \lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{\lambda}{n_2} .$$

D'où l'on tire bien la loi de Descartes :

$$n_1 \cos \Psi_1 = n_2 \cos \Psi_2$$

Remarquons par ailleurs que l'indice de réfraction d'un milieu diélectrique a pour valeur :

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\varepsilon \mu}{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

Dans un milieu diélectrique non magnétique ($\mu = \mu_0$), on a ainsi :

$$n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}$$

2.4.2.3. Coefficients de réflexion et de réfraction.

La considération de la propagation d'énergie suivant oy perpendiculaire à Σ nous permet de déterminer les amplitudes relatives des champs dans les ondes incidente, réfléchie et réfractée.

Ecrivons en effet que les composantes des champs parallèles au plan zox qui interviennent seules dans cette propagation sont continues à la traversée de Σ ($y = 0$).

Pour $y = 0$, toutes les exponentielles $e^{-jay \sin \Psi}$ sont égales à l'unité ; d'autre part $\mathcal{B}_1 = \mathcal{B}_2$ pour toute valeur de z .

Dès lors, les conditions de continuité à la traversée de Σ , écrites pour les composantes des champs dirigés suivant ox et oz donnent :

a) Pour la *polarisation horizontale* :

$$\varepsilon_i - \varepsilon_r = \varepsilon_p$$

$$(\mathcal{H}_i + \mathcal{H}_r) \sin \Psi_1 = \mathcal{H}_p \sin \Psi_2$$

expressions d'où l'on tire :

$$\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_i} = \frac{1 - K}{1 + K}$$

$$\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_i} = \frac{2K}{1 + K}$$

$$\frac{\mathcal{H}_r}{\mathcal{H}_i} = \frac{1 - K}{1 + K}$$

$$\frac{\mathcal{H}_p}{\mathcal{H}_i} = \frac{2}{1 + K} \cdot \frac{\sin \Psi_1}{\sin \Psi_2}$$

avec

$$K = \frac{(Z_2)_y}{(Z_1)_y}$$

et

$$(Z_1)_y = \frac{Z_1}{\sin \Psi_1} = \pm \frac{e}{h_z} \quad \text{pour les ondes incidente et réfléchie,}$$

$$(Z_2)_y = \frac{Z_2}{\sin \Psi_2} = \left| \frac{e}{h_z} \right| \quad \text{pour l'onde réfractée.}$$

b) Pour la *polarisation verticale* :

$$(\varepsilon_i - \varepsilon_r) \sin \Psi_1 = \varepsilon_p \sin \Psi_2$$

$$\mathcal{H}_i + \mathcal{H}_r = \mathcal{H}_p$$

expressions de continuité d'où l'on tire :

$$\begin{aligned}\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_i} &= \frac{1-K}{1+K} & \frac{\varepsilon_\rho}{\varepsilon_i} &= \frac{2K}{1+K} \cdot \frac{\sin \Psi_1}{\sin \Psi_2} \\ \frac{\mathcal{H}_r}{\mathcal{H}_i} &= \frac{1-K}{1+K} & \frac{\mathcal{H}_\rho}{\mathcal{H}_i} &= \frac{2}{1+K}\end{aligned}$$

avec
$$K = \frac{(Z_2)_y}{(Z_1)_y}$$

$$(Z_1)_y = Z_1 \sin \Psi_1 = \pm \frac{e_z}{h} \quad \text{pour les ondes incidente et réfléchie,}$$

$$(Z_2)_y = Z_2 \sin \Psi_2 = \frac{e_z}{h} \quad \text{pour l'onde réfractée.}$$

REMARQUE. — On comparera les expressions de $\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_i}$, $\frac{\varepsilon_\rho}{\varepsilon_i}$ obtenues dans le paragraphe précédent à celles de $\frac{\varepsilon_+}{\varepsilon_{(-)}}$, $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon_{(-)}}$ dans le cas de l'incidence normale. Les indices (—) (+) (') correspondant respectivement aux indices i , r et ρ .

On vérifiera que les expressions obtenues ci-dessus sont identiques à celles obtenues lorsqu'on fait dans les premières $\sin \Psi_1 = \sin \Psi_2 = 1$, c'est-à-dire lorsqu'on considère l'incidence normale.

2.4.2.4. Généralisation de la notion d'impédance d'onde.

Considérons une propagation d'énergie active qui s'effectue dans la direction Δ ; les composantes e_n et h_n du champ électromagnétique situées dans un plan perpendiculaire à Δ sont telles que $\frac{e_n}{h_n} = \text{constante}$.

Puisqu'il s'agit d'énergie active et par conséquent d'onde progressive, e_n et h_n sont en phase. Le flux d'énergie s'écoule à la vitesse

$$p_\Delta = e_n \wedge h_n$$

Nous disons que l'impédance d'onde correspondante (réelle) est

$$Z_\Delta = \frac{e_n}{h_n}$$

Dans les problèmes précédents nous avons ainsi, pour les ondes résultant de la décomposition des ondes incidentes, réfléchies ou réfractées, considéré des impédances d'onde Z_y et Z_z .

Nous parlerons ultérieurement, dans les mêmes conditions, de l'impédance d'un guide d'onde correspondant à la propagation progressive s'effectuant parallèlement aux génératrices.

2.4.2.5. Angle limite. Réflexion totale.

Nous avons pour expressions de K

— dans le cas de la *polarisation horizontale* :

$$K = \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{\sin \Psi_1}{\sin \Psi_2} = \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{\sin \Psi_1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cos \Psi_1\right)^2}}$$

— dans le cas de la *polarisation verticale* :

$$K = \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{\sin \Psi_1}{\sin \Psi_2} = \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cos \Psi_1\right)^2}}{\sin \Psi_1}$$

1° $\lambda_1 > \lambda_2$, c'est-à-dire $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ en supposant $\mu_1 = \mu_2$. La quantité sous le radical dans les expressions ci-dessus n'est jamais nulle, et quand Ψ_1 varie de $\frac{\pi}{2}$ à 0, Ψ_2 varie de $\frac{\pi}{2}$ à Ψ_{2L} défini par $\cos \Psi_{2L} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$

2° $\lambda_1 < \lambda_2$, c'est-à-dire $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ en supposant $\mu_1 = \mu_2$. La quantité sous le radical prend une valeur nulle pour la valeur Ψ_{1L} de Ψ_1 telle que $\cos \Psi_{1L} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$; quand Ψ_1 varie de $\frac{\pi}{2}$ à Ψ_{1L} , Ψ_2 varie de $\frac{\pi}{2}$ à 0.

a) Pour la valeur limite $\Psi_1 = \Psi_{1L}$, $\Psi_2 = 0$. L'impédance $(Z_2)_y$ est infiniment grande en polarisation horizontale $\left(= \frac{\eta_2}{\sin \Psi_2}\right)$; elle est nulle en polarisation verticale $(= \eta_2 \sin \Psi_2)$. Dans les deux cas il n'y a pas d'énergie transmise au deuxième milieu et les champs dans l'onde réfléchie sont égaux en amplitude aux champs de l'onde incidente :

$$\frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_i} = \frac{\mathcal{H}_r}{\mathcal{H}_i} = \pm 1$$

On a alors réflexion totale.

b) En restant dans l'hypothèse $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$, on voit que lorsque $\Psi_1 < \Psi_{1L}$ les expressions de K deviennent imaginaires pures.

Les expressions $\frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_i}$ et $\frac{\mathcal{H}_r}{\mathcal{H}_i}$ restent *en module* égales à 1, tant pour la polarisation horizontale que pour la polarisation verticale. Mais les arguments de ces rapports dépendent de K .

Remarquons, d'autre part, qu'à une valeur déterminée de $\Psi_1 < \Psi_{1L}$ correspondent deux valeurs de K différentes pour la polarisation horizontale et pour la polarisation verticale. Considérons donc une onde plane incidente pour laquelle le vecteur champ électrique a une direction quelconque, mais déterminée (polarisation rectiligne).

Nous pouvons considérer cette onde plane comme la somme de deux ondes planes correspondant respectivement à la composante horizontale du champ électrique et à la composante de ce champ située dans le plan vertical d'incidence ; ces deux composantes sont en phase (fig. 17 I). Après réflexion, sous un angle $\Psi_1 < \Psi_{1L}$ nous avons deux ondes réfléchies dont les amplitudes sont égales à celles des ondes composantes incidentes, mais qui sont déphasées l'une par rapport à l'autre. L'onde résultante réfléchie se trouve polarisée elliptiquement (fig. 17 II).

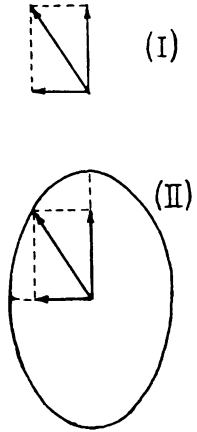


FIG. 17.

c) Dans l'hypothèse $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ et $\Psi_1 < \Psi_{1L}$ une certaine énergie passe au delà de la surface Σ ; mais cette énergie est purement réactive car l'impédance $|Z_2|_y$ est imaginaire pure.

D'autre part, à l'exponentielle de propagation $e^{-j\alpha y}$ se substitue alors une exponentielle d'affaiblissement $e^{-\beta y}$ qui indique que les champs n'existent dans le milieu (2) qu'au voisinage de la surface de séparation Σ .

2.4.2.6. Angle correspondant à la suppression du rayon réfléchi

Nous avons trouvé :

$$\frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_i} = \frac{\mathcal{H}_r}{\mathcal{H}_i} = \frac{1-K}{1+K},$$

avec

$$K = \frac{(Z_2)_y}{(Z_1)_y} = \frac{Z_2 \sin \Psi_1}{Z_1 \sin \Psi_2} = \frac{\eta_2 \sin \Psi_1}{\eta_1 \sin \Psi_2}$$

pour la polarisation horizontale,

et

$$K = \frac{(Z_2)_y}{(Z_1)_y} = \frac{Z_2 \sin \Psi_2}{Z_1 \sin \Psi_1} = \frac{\eta_2 \sin \Psi_2}{\eta_1 \sin \Psi_1}$$

pour la polarisation verticale.

Est-il possible d'avoir, dans certaines conditions, $K = 1$, c'est-à-dire $\varepsilon_r = \mathcal{K}_r = 0$?

Compte tenu des relations

$$\frac{\lambda_1}{\cos \Psi_1} = \frac{\lambda_2}{\cos \Psi_2}, \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}}{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}, \quad \frac{\eta_2}{\eta_1} = \sqrt{\frac{\mu_2 \varepsilon_1}{\mu_1 \varepsilon_2}}$$

la condition $K = 1$ entraîne :

— dans le cas de la *polarisation horizontale* :

$$1 = \frac{\mu_2 \varepsilon_1}{\mu_1 \varepsilon_2} \cdot \frac{1 - \cos^2 \Psi_1}{1 - \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{\varepsilon_2 \mu_2} \cos^2 \Psi_1}$$

et

$$\cos \Psi_1 = \sqrt{\frac{1 - \frac{\mu_1 \varepsilon_2}{\mu_2 \varepsilon_1}}{1 - \frac{\mu_1^2}{\mu_2^2}}}$$

— dans le cas de la *polarisation verticale* :

$$1 = \frac{\mu_2 \varepsilon_1}{\mu_1 \varepsilon_2} \cdot \frac{1 - \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{\varepsilon_2 \mu_2} \cos^2 \Psi_1}{1 - \cos^2 \Psi_1}$$

$$\cos \Psi_1 = \sqrt{\frac{1 - \frac{\mu_2 \varepsilon_1}{\mu_1 \varepsilon_2}}{1 - \frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2^2}}}$$

Mais pour les milieux rencontrés, on a pratiquement $\mu_1 = \mu_2$. Des deux valeurs obtenues ci-dessus pour $\cos \Psi_1$, seule celle qui correspond à la polarisation verticale est possible ; en faisant $\mu_1 = \mu_2$ l'expression ci-dessus devient :

$$\cos \Psi_{1B} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}}$$

Lorsqu'une onde plane non polarisée, ou polarisée rectilignement dans une direction quelconque, tombe sur une surface Σ sous l'angle Ψ_{1B} défini ci-dessus, la composante du champ électrique réfléchi située dans le plan de réflexion (ou d'incidence) est nulle. L'onde réfléchie a un champ électrique horizontal ; elle est polarisée horizontalement. L'angle Ψ_{1B} que nous venons de considérer est l'angle complémentaire de l'angle appelé en optique angle de Brewster.

CHAPITRE III

ONDES GUIDÉES EN L'ABSENCE DE PERTES (Diélectriques purs — Conducteurs parfaits)

3.1. ONDE GUIDÉE PAR DEUX PLANS PARALLÈLES

Nous avons étudié la réflexion d'une onde plane sur un conducteur parfait et donné les expressions, au-dessus du plan Σ de réflexion, du champ résultant de la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie.

Nous écrivons à nouveau ci-dessous les expressions obtenues.

Nous avons ainsi, en conservant les axes habituels (fig. 1), pour le champ résultant :

a) *En polarisation horizontale :*

$$\begin{cases} e_t = e_x = -2jE \cdot \sin(\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B} \\ h_t \begin{cases} h_y = -2j\frac{E}{\eta} \cdot \cos \Psi \cdot \sin(\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B} \\ h_z = -2\frac{E}{\eta} \cdot \sin \Psi \cdot \cos(\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B} \end{cases} \end{cases}$$

b) *En polarisation verticale :*

$$\begin{cases} e_y = -2E \cos \Psi \cdot \cos(\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B} \\ e_z = -2jE \sin \Psi \cdot \sin(\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B} \end{cases}$$
$$h_t = h_x = 2\frac{E}{\eta} \cdot \cos(\alpha y \sin \Psi) \cdot \mathcal{B}$$

Nous voyons ainsi que toutes les fois que l'on a :

$$\sin(\alpha y \sin \Psi) = 0 \quad \Sigma' \text{ // } \text{diagonal lines}$$

c'est-à-dire :

$$|\alpha y \sin \Psi| = n\pi$$

— en polarisation horizontale :

$$e_x = 0, \quad h_y = 0$$

— en polarisation verticale :

$$e_z = 0$$



FIG. 1.

C'est dire que, si l'on place au-dessus de Σ un plan Σ' parallèle à Σ et constitué par un conducteur parfait, les conditions aux limites (champ électrique normal, champ magnétique tangentiel) se trouvent satisfaites sur la paroi inférieure de Σ' comme elles le sont sur la paroi supérieure de Σ .

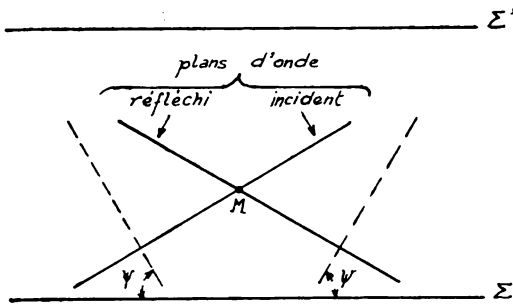


FIG. 2.

Nous pouvons donc avoir dans l'espace situé entre les plans horizontaux Σ et Σ' une propagation d'onde ayant les caractères suivants :

a) En un point quelconque M de cet espace l'état de vibration résulte de la superposition de deux ondes planes (l'onde incidente et l'onde réfléchie) ayant le plan yz comme plan de symétrie et présentant la propriété fondamentale d'être également inclinées par rapport à oz et par rapport à un plan de section droite (fig. 2).

b) Les composantes des champs e et h situées dans un plan perpendiculaire à oz sont en phase et leur rapport est constant : $\frac{e_x}{h_y} = \frac{\eta}{\cos \Psi}$

pour la polarisation horizontale $\left(\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\right)$, $\frac{e_y}{h_x} = \eta \cos \Psi$ pour la polarisation verticale.

A ces expressions correspondent pour la propagation suivant oz des impédances d'onde :

$$Z_z = \frac{\eta}{\cos \Psi} \quad (\text{polarisation horizontale})$$

$$Z_z = \eta \cos \Psi \quad (\text{polarisation verticale}).$$

c) Dans un plan perpendiculaire à oz existe à l'instant t un état de vibration stationnaire. Cet état de vibration est soumis à un déplacement *progressif* suivant oz caractérisé par l'exponentielle :

$$\mathcal{B} = e^{j(\Omega t - \alpha z \cos \Psi)}$$

Ecrivons :

$$\mathcal{B} = e^{j(\Omega t - \alpha' z)}$$

avec $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}$ et $\alpha' = \frac{2\pi}{\lambda_z}$;

λ est la longueur d'onde en espace libre et λ_z la *longueur d'onde de phase* suivant oz .

Remarquons que si au déplacement progressif suivant oz correspond la longueur d'onde de phase $\lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \Psi}$, à la vibration stationnaire suivant oy correspond la longueur d'onde de phase $\lambda_y = \frac{\lambda}{\sin \Psi}$.

REMARQUE. — Considérons le cas limite $\Psi = 0$. Le plan Σ est rejeté à l'infini.

En *polarisation horizontale* toutes les composantes du champ (e_x , h_y , h_z) sont nulles ; il n'y a pas de solution pratique.

En *polarisation verticale* :

$$e_y = -2E\mathcal{B} = -E'\mathcal{B} \quad \text{avec} \quad \mathcal{B} = e^{j(\Omega t - \alpha' z)}$$

$$h_x = \frac{2E}{\eta} \mathcal{B} = \frac{E'}{\eta} \mathcal{B}$$

On peut donc avoir la propagation d'une onde plane guidée par un plan conducteur parfait unique, si e est normal à ce plan et si h lui est parallèle (fig. 3).

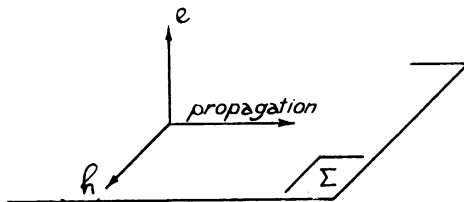


FIG. 3.

3.2. GUIDES D'ONDES A SECTION RECTANGULAIRE SOLUTIONS PARTICULIÈRES

3.2.1. Cas simple de l'onde H_{01} ou TE_{01}

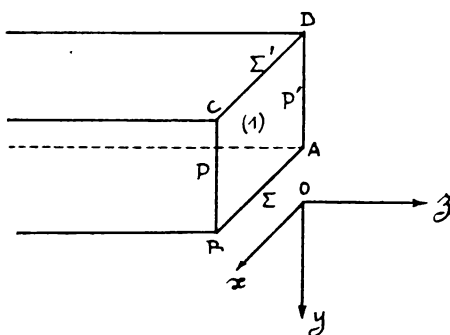


FIG. 4.

Partant du système réalisé par les deux plans Σ et Σ' horizontaux considérés au paragraphe précédent, ajoutons deux plans verticaux P et P' parallèles à oz , de façon à réaliser un cylindre parfaitement conducteur dont les génératrices sont parallèles à oz et dont la section droite est rectangulaire (fig. 4).

Qu'advient-il de la propagation d'onde étudiée au paragraphe précédent ?

Dans le cas de la *polarisation verticale*, les conditions aux limites ne sont plus satisfaites sur les parois intérieures de P et P' . Nous ne pouvons pas avoir, à l'intérieur du cylindre, un régime de vibration qui puisse être en chaque point considéré comme le résultat de la superposition de deux ondes planes.

Par contre, en *polarisation horizontale*, les conditions aux limites sont satisfaites sur P et P' ; le champ électrique est normal, le champ magnétique tangent aux parois correspondantes, et l'adjonction des plans P et P' n'introduit aucune perturbation.

Nous nous proposons d'étudier en détail, dans la suite, la propagation à l'intérieur du « guide d'ondes » à section rectangulaire ainsi constitué et fonctionnant dans les conditions indiquées, le vecteur champ électrique e étant perpendiculaire à PP' . Ce mode de propagation, nous verrons pourquoi, est appelé TE_{01} ou H_{01} .

Cette étude présente de l'intérêt : d'une part le mode de vibration considéré est particulièrement simple et il est ainsi facile, à son propos, de mettre en évidence certaines notions fondamentales ; d'autre part ce mode de vibration est très employé dans la pratique.

3.2.2. Propriétés de l'onde TE_{01} (H_{01}) dans un guide d'ondes à section rectangulaire

1° En un point M quelconque pris à l'intérieur du guide, l'état de vibration résulte de la superposition de deux ondes planes, une onde incidente et une onde réfléchie, admettant le plan $yo z$ comme plan de symétrie et dont les directions de propagation font l'angle Ψ avec la direction des génératrices.

Sur la figure 5 on a dessiné une onde incidente et une onde réfléchie. (Pour la commodité du dessin ce ne sont pas celles qui passent au point M).

2° Si a et b sont les dimensions de la section droite, le champ électrique étant parallèle aux côtés AB et CD et perpendiculaire aux faces AD et BC , nous savons que la relation $\alpha b \sin \Psi = n\pi$ (avec $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}$) doit être satisfaite.

L'onde qui nous intéresse pour le moment correspond au cas le plus simple $n = 1$ et à la relation

$$\alpha b \sin \Psi = \pi ;$$

d'où l'on tire :

$$b = \frac{\pi}{\alpha \sin \Psi} = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{1}{\sin \Psi} = \frac{\lambda_y}{2}$$

λ_y étant la longueur d'onde de phase correspondant à la propagation suivant oy .

3° *Longueurs d'onde de phase.*

A la propagation progressive suivant oz correspond une longueur d'onde de phase :

$$\lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \Psi}$$

A la propagation transversale (stationnaire) qui se produit suivant oy correspond une longueur d'onde de phase :

$$\lambda_y = \frac{\lambda}{\sin \Psi}$$

On trace un demi-cercle sur EF comme diamètre, et on trace la corde EG faisant l'angle Ψ avec la direction des génératrices. On a :

$EG = \frac{\lambda}{2}$: demi-longueur d'onde en espace libre dans le milieu diélectrique qui remplit le guide ;

$EF = \frac{\lambda_y}{2} = \frac{\lambda}{2 \sin \Psi}$: demi-longueur d'onde de phase de section droite ;

$EH = \frac{\lambda_z}{2} = \frac{\lambda}{2 \cos \Psi}$: demi-longueur d'onde de phase suivant oz .

REMARQUE. — Connaissant la longueur d'onde de fonctionnement λ et les dimensions du tube on a l'expression suivante pour λ_z , quantité intéressante en pratique et, nous le verrons, directement mesurable :

$$\lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \Psi} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_y^2}}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4b^2}}}$$

4° *Fréquence de coupure.*

La construction n'est possible que si

$$\lambda < \lambda_y = 2b ;$$

on voit donc que pour le régime considéré le guide d'onde à section rectangulaire ne peut transmettre que des longueurs d'onde inférieures à λ_y .

Le guide se comporte donc pour l'onde H_{01} ou TE_{01} comme un *filtre passe-haut* en fréquence ayant une longueur d'onde de coupure :

$$\lambda_c = \lambda_y = 2b .$$

et une fréquence de coupure

$$f_c = \frac{v}{\lambda_c}$$

v étant la vitesse de propagation dans le milieu qui remplit le guide.

REMARQUE. — *A la coupure*, pour

$$\lambda = \lambda_y = \lambda_c = 2b, \quad \Psi = \frac{\pi}{2}$$

la vibration est purement transversale ; il n'y a pas transmission d'énergie le long de oz .

Quand $\lambda \rightarrow 0$, $\Psi \rightarrow 0$, mais en même temps, nous l'avons vu, puisque nous sommes en polarisation horizontale, les champs tendent vers zéro. A la limite on ne peut pas avoir de transmission d'énergie correspondant à $\Psi = 0$. Remarquons cependant que, quand $\lambda \rightarrow 0$, $\frac{\lambda}{\lambda_z} \rightarrow 1$.

Quand λ décroît à partir de λ_c , Ψ diminue ; les deux ondes composantes sont de moins en moins inclinées sur les parois de réflexion (fig. 7).

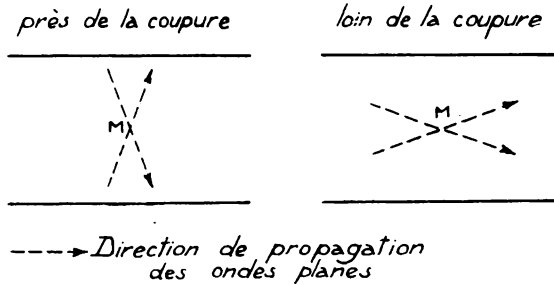


FIG. 7.

5° L'impédance d'onde pour la propagation suivant oz est :

$$Z_z = \frac{\eta}{\cos \Psi}$$

Cette impédance est infiniment grande à la coupure pour $\Psi = \frac{\pi}{2}$ et tend vers l'impédance d'onde en espace libre quand $\Psi \rightarrow 0$.

6° On voit sans difficulté en se reportant aux formules données pour la polarisation horizontale (2.4.1.3.) que les variations suivant oy (par exemple le long de EF dans la figure 6) ont l'allure donnée par les courbes de la figure 8.

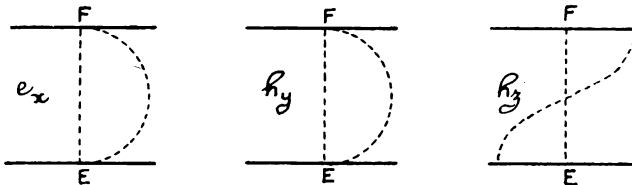


FIG. 8.

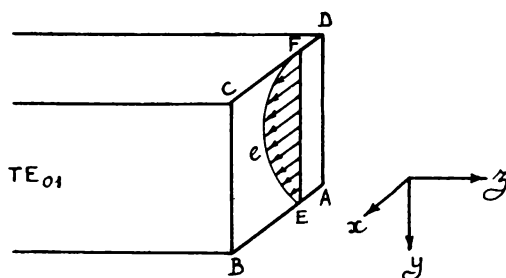


FIG. 9.

La figure 9 donne, à un instant déterminé, la représentation du champ électrique dans le plan de la section droite ABCD.

7° Puissance mise en jeu.

A e_x et h_y , en phase, correspond la composante p_z du vecteur de Poynting qui donne

une propagation d'énergie *active* suivant oz .

A e_x et h_z , en quadrature, correspond la composante p_y du vecteur de Poynting, qui donne une vibration transversale suivant oy mettant en jeu de l'énergie *réactive*.

Aux instants t et $t + \frac{T}{2}$ les variations d'amplitude de p_z et p_y le long de EF sont représentées sur la figure 10.

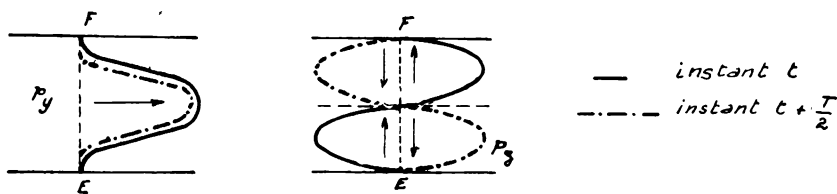


FIG. 10.

8° Les lignes de champ électrique et de champ magnétique correspondant au régime TE_{01} sont représentées sur la figure donnée plus loin.

9° Dans le régime de vibration considéré le vecteur champ électrique e est situé dans un plan de section droite, donc transversal ; c'est pour cela qu'on dit que ce régime est du *type TE*. On peut remarquer également que seul le vecteur h a une composante suivant oz ; en se plaçant à ce point de vue on dit que le régime considéré est du *type H*. Ces deux façons de s'exprimer sont l'une et l'autre utilisées, mais la première est plus usuelle.

D'autre part, pour différencier ce mode de vibration de ceux que nous rencontrons dans la suite, et la remarque étant faite que dans un plan de section droite on ne constate aucune variation du champ suivant ox mais une variation d'une demi-sinusoïde suivant oy (fig. 9), on l'affecte des indices 0 et 1.

On dit donc que le mode étudié est le mode TE_{01} ou H_{01} .

3.2.3. Les ondes TE_{on} (H_{on}) dans un guide à section rectangulaire

1° Dans un paragraphe précédent nous avons rappelé que les conditions aux limites sur les plans sur lesquels se produit la réflexion des ondes planes composantes (plans perpendiculaires à oy) sont satisfaites si

$$\alpha b \sin \Psi = n\pi.$$

Nous avons étudié ci-dessus l'onde TE_{01} (H_{01}) en faisant $n = 1$.

En faisant $n = 2, n = 3$, etc., on obtient d'autres régimes de vibration que nous appellerons TE_{02}, TE_{03} ou H_{02}, H_{03} ...

De la relation ci-dessus on tire :

$$b = \frac{n\pi}{\alpha \sin \Psi} = n \frac{\lambda}{2 \sin \Psi} = \frac{n\lambda_y}{2}$$

2° La figure 11 donne, pour les ondes TE_{02} et TE_{03} à l'instant t , les variations le long de EF , parallèle à oy , de l'amplitude du champ électrique parallèle à ox .

Nous savons qu'il n'y a aucune variation de cette amplitude le long de ox .

La figure 12 qu'on comparera à la figure 6 met en évidence, pour l'onde TE_{03} , les longueurs d'onde

$$\lambda, \lambda_y \text{ et } \lambda_z.$$

3° *Fréquence de coupure.*

La construction de la figure 12 pour l'onde TE_{03} n'est possible que si

$$3 \frac{\lambda}{2} < 3 \frac{\lambda_y}{2},$$

c'est à dire

$$3 \frac{\lambda}{2} < b$$

ou

$$\lambda < \frac{1}{3} 2b$$

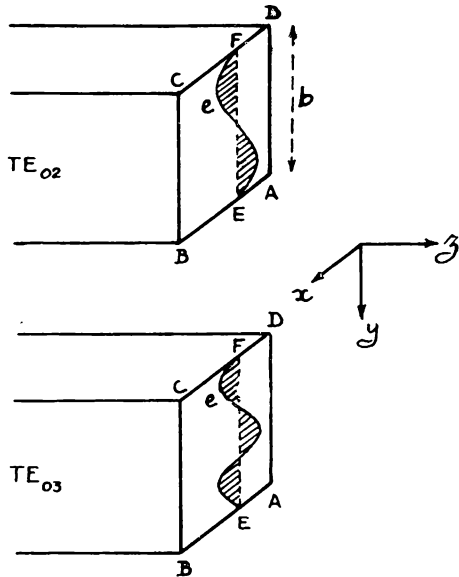


FIG. 11.

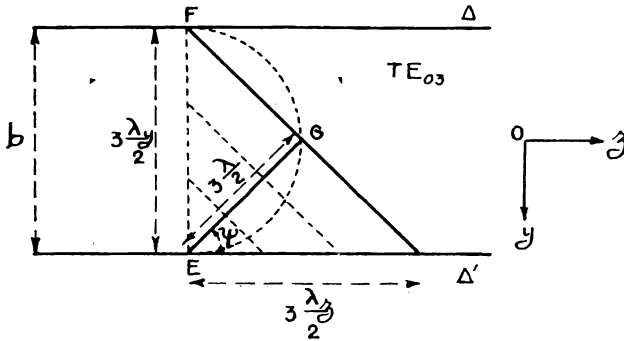


FIG. 12.

Pour le régime TE_{03} le guide est un filtre passe-haut et nous mettons donc en évidence une longueur d'onde de coupure : $\lambda_c = \frac{2}{3} b$.

Pour le régime TE_{on} nous aurions trouvé une longueur d'onde de

$$\lambda_c (TE_{on}) = \frac{1}{n} \cdot 2 b.$$

4° Longueurs d'onde de phase.

La longueur d'onde de phase de section droite λ_y n'est autre que la longueur d'onde de coupure λ_c

$$\lambda_y = \lambda_c = \frac{\lambda}{\sin \Psi} \quad \text{avec} \quad \lambda_c = \frac{1}{n} 2 b.$$

La longueur d'onde de phase λ_z a pour expression, pour TE_{on}

$$\lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \Psi} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_c^2}}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{n^2 \lambda^2}{4 b^2}}}$$

3.2.4. Possibilités de fonctionnement en TE_{on}

1° Fonctionnement à λ donné.

Pour qu'un régime TE_{on} soit possible, il faut que $\lambda < \frac{1}{n} 2 b$.

Etant donné un guide rectangulaire déterminé, si m est le plus grand entier tel que $m \frac{\lambda}{2} < b$ les régimes TE_{01} , TE_{02} ... TE_{0m} sont seul possibles.

Les représentations de la figure 13 correspondent au cas où $m = 3$.

On voit sur cette figure que l'angle Ψ augmente avec l'indice n . L'impédance d'onde $Z_z = \frac{\eta}{\cos \Psi}$ augmente en même temps.

REMARQUE. — Dans le cas où, à λ donné, un seul régime TE_{0n} est possible dans un guide donné, ce régime ne peut être que TE_{01} .

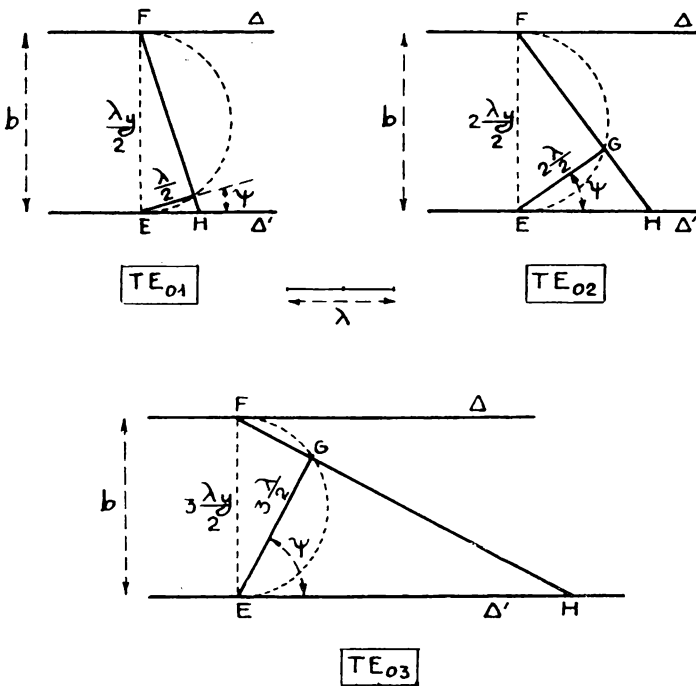


FIG. 13.

Pour que seul le régime TE_{01} soit possible il faut que l'on ait :

$$\frac{\lambda}{2} < b < \lambda$$

parasite TE_{on} , même pas TE_{01} , ne puisse exister en prenant les plans P et P' (fig. 15) comme plans de réflexion. On doit donc avoir

$$a < \frac{\lambda}{2}$$

Pour $\lambda = 10$ cm, on prend par exemple $a = 3,5$ cm.

Des régimes que nous connaissons, seul pourra exister dans un guide de $3,5$ cm $\times$ 7 cm, et pour $\lambda = 10$ cm, le régime TE_{01} pour lequel les plans de réflexion sont les plans Σ et Σ' , et pour lequel le champ électrique est normal aux plans P et P' .

Nous verrons que les dimensions adoptées protègent également un guide rectangulaire contre les ondes que nous allons maintenant étudier.

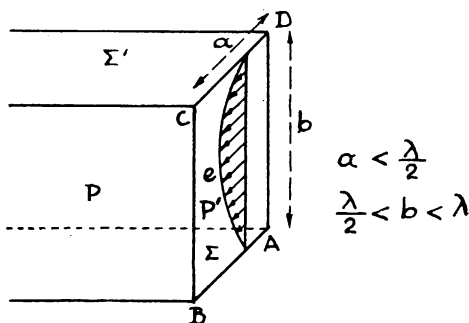


FIG. 15.

3.3. GUIDES D'ONDES CYLINDRIQUES DE SECTION QUELCONQUE DIFFÉRENTS RÉGIMES. THÉORÈME FONDAMENTAL

Pour donner une interprétation aussi physique que possible du fonctionnement des guides d'ondes cylindriques de section droite quelconque, nous utilisons un théorème, dont la démonstration est donnée en annexe à la fin de ce chapitre, disant que tout régime de vibration existant dans un guide peut être considéré comme le résultat de la superposition d'ondes planes également inclinées sur la direction des génératrices et par conséquent sur les plans de section droite.

Pour fixer les idées, indiquons que le nombre des plans composants est égal à deux (nous l'avons vu) dans un guide rectangulaire pour l'onde TE_{on} , à quatre dans un guide rectangulaire dans le cas général, à une infinité dans le guide à section circulaire.

L'utilisation que nous voulons faire du théorème indiqué nous amène, d'autre part, à étendre la notion de vitesse de phase.

3.3.1. Extension de la notion de vitesse de phase

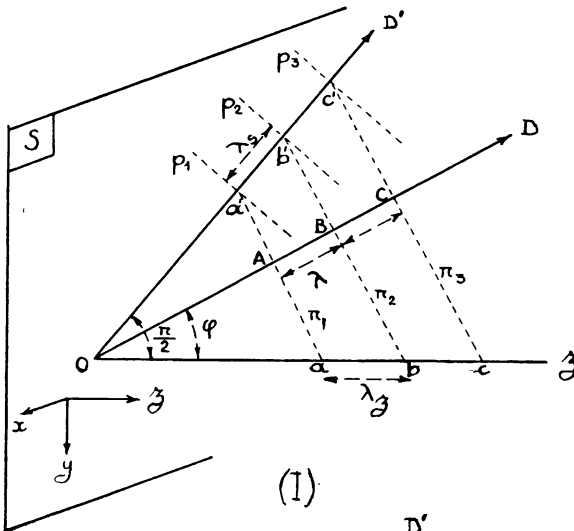
1° Précédemment nous avons introduit la notion de vitesse de phase en considérant en fait une propagation se produisant suivant une droite.

Considérons maintenant un plan S et une droite oz perpendiculaire

à S (ce sont respectivement la section droite et la direction des génératrices d'un guide d'ondes).

Une vibration par ondes planes a pour direction de propagation dans l'espace OD , faisant avec oz un angle quelconque Ψ .

OD' est la projection orthogonale de OD sur S . Trois plans d'onde équiphases successifs sont distants de $AB = BC = \lambda$ [fig. 16 (I)] ; π_1, π_2, π_3 sont les traces de ces plans d'onde sur le plan zOD' ; p_1, p_2, p_3 sont les traces de ces plans d'onde sur le plan S .



A la propagation le long de oz correspond une longueur d'onde de phase :

$$\lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \Psi}$$

A la propagation dans le plan S caractérisée par les fronts d'onde rectilignes p_1, p_2, p_3 correspond une longueur d'onde de phase :

$$\lambda_s = \frac{\lambda}{\sin \Psi}$$

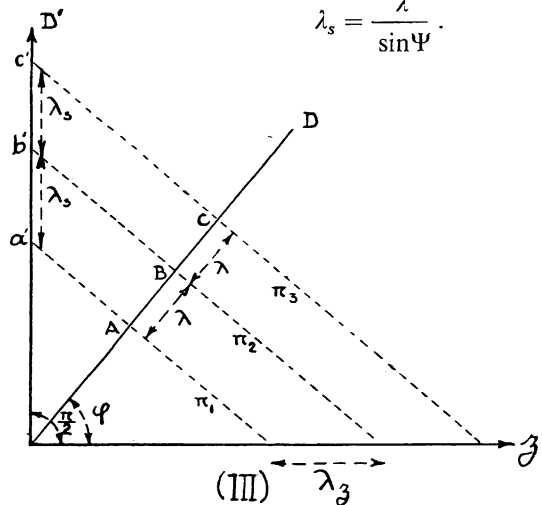
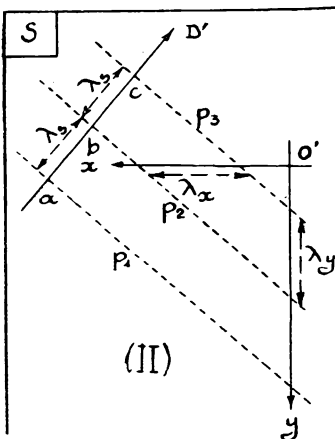


FIG. 16.

Nous disons que λ_s est la longueur d'onde de phase de section droite. On a évidemment les relations :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_z^2} + \frac{1}{\lambda_s^2}$$

et

$$\frac{1}{v^2} = \frac{1}{v_z^2} + \frac{1}{v_s^2}$$

2° L'introduction de la notion de vitesse de phase de section droite nous permet de décomposer l'équation fondamentale de propagation.

Posons, par exemple, pour le vecteur e ,

$$\Delta e = \Delta_z e + \Delta_s e$$

$\Delta_s e$ est le Laplacien pour les deux coordonnées de section droite ;

$\Delta_z e$ est le Laplacien pour la coordonnée z .

On a :

$$\Delta e = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = -\frac{\Omega^2}{v^2} \cdot e, \quad \text{équation de propagation dans l'espace.}$$

$$\Delta_s e = \frac{1}{v_s^2} \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = -\frac{\Omega^2}{v_s^2} \cdot e, \quad \text{équation de propagation dans le plan.}$$

$$\Delta_z e = \frac{1}{v_z^2} \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = -\frac{\Omega^2}{v_z^2} \cdot e, \quad \text{équation de propagation sur } oz.$$

La propagation d'une onde plane, et aussi, par conséquent, la propagation dans un guide d'une onde résultant de la superposition d'ondes planes auxquelles correspondent les mêmes vitesses v_z et v_s , peut être décomposée en une propagation de section droite de vitesse de phase v_s et une propagation le long de oz de vitesse de phase v_z .

Ceci nous amène, pour étudier le fonctionnement d'un guide d'ondes, à considérer, *en plan*, l'état de vibration stationnaire qui se produit à l'intérieur d'une section droite. Cet état de vibration se déplace le long du guide à la vitesse v_z ; le problème étant résolu en plan, pour avoir la solution complète, il faut multiplier les expressions obtenues des champs par

$$e^{j(\Omega t - \alpha' z)}$$

Pour éviter toute ambiguïté, nous poserons dans ce qui suit :

$$e = \bar{E} e^{j(\Omega t - \alpha' z)}, \quad h = \bar{H} e^{j(\Omega t - \alpha' z)} \quad \text{avec} \quad \alpha' = \frac{2\pi}{\lambda_z}$$

REMARQUE I. — Pour un guide à section rectangulaire et avec deux axes rectangulaires ox et oy de section droite, on a :

$$\Delta_s \bar{E} = \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial y^2}$$

Pour un guide à section circulaire et de coordonnées polaires r et ϕ

on a

$$\Delta_s \bar{E} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \bar{E}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial \phi^2}$$

REMARQUE II. — Si l'on a deux axes rectangulaires ox et oy dans la section droite, on a :

$$\frac{1}{\lambda_s^2} = \frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2}.$$

λ_y et λ_z étant des longueurs d'onde de phase sur ox et sur oy .

REMARQUE III. — A la longueur d'onde λ d'une onde plane en espace libre nous avons fait correspondre les longueurs d'onde de phase (fig. 16) :

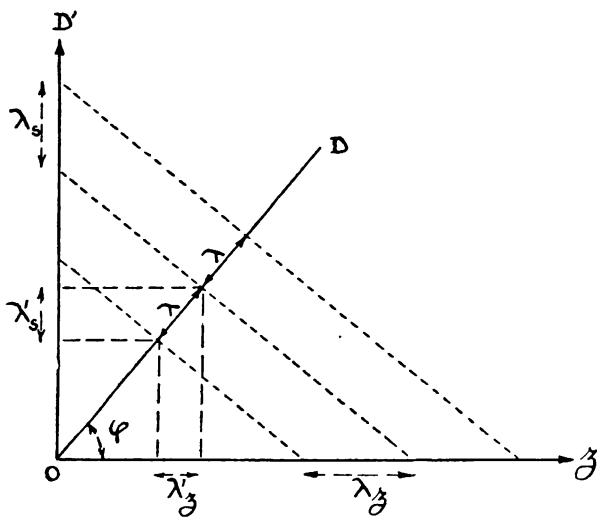


FIG. 17.

$$\lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \Psi}$$

$$\lambda_s = \frac{\lambda}{\sin \Psi}$$

Pour cette onde plane l'énergie se propage dans la direction OD (vecteur de Poynting), et à la propagation d'énergie le long de oz ou sur le plan S correspondent des longueurs d'onde de groupe (fig. 17) :

$$\lambda'_z = \lambda \cos \Psi \quad \text{et} \quad \lambda'_s = \lambda \sin \Psi$$

On a bien

$$\lambda_z \cdot \lambda'_z = \lambda_s \cdot \lambda'_s = \lambda^2$$

En vertu du théorème indiqué au début de ce chapitre, cette remarque s'étend à la propagation à l'intérieur d'un guide d'ondes quelconque.

3.3.2. Différents régimes possibles dans un guide d'ondes

Les équations de Maxwell permettent de calculer les composantes de section droite des champs e et h en fonction des composantes e_z et h_z . Nous donnerons ces expressions pour le guide à section rectangulaire et pour le guide à section circulaire.

Différents régimes fondamentaux peuvent être considérés :

1° $e_z = 0, h_z = 0$: régime TEM.

Ce régime est ainsi appelé parce que e et h se réduisent à leurs composantes transversales ; il ne peut exister dans un guide d'ondes constitué par un cylindre creux.

Pour un tel régime, en effet, les ondes planes composantes devraient être parallèles à des plans de section droite, c'est-à-dire que l'on devrait avoir $v = v_z$ et $v_s \rightarrow \infty$ et $\Delta e_s = 0$.

La répartition du champ électrique dans un plan de section droite devrait donc être une répartition *statique*, qui ne peut exister que si l'on a au moins deux conducteurs séparés. Elle ne peut exister dans un tuyau creux (guides d'ondes), mais peut exister, par contre, dans le cas d'un câble coaxial ou dans celui d'une ligne à 2 fils.

2° $h_z = 0$: régime E ou TM.

Les régimes correspondants sont appelés régimes E ou TM :

$e_z \neq 0$ et vecteur champ magnétique transversal.

3° $e_z = 0$: régime H ou TE.

Les régimes correspondants sont appelés régimes H ou TE :

$h_z \neq 0$ et le vecteur champ électrique est transversal.

3.3.3. Solution générale de la propagation dans un guide d'ondes de section quelconque

Soit (C) le contour de cette section, dans le plan O_{xy} , les génératrices du guide étant parallèles à O_z . L'équation fondamentale de propagation à l'intérieur du guide, à laquelle doivent satisfaire les diverses composantes

du champ électromagnétique, s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\Omega^2}{v^2} \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \phi = 0.$$

Cherchons des solutions de la forme

$$\phi(x, y, z, t) = f(x, y) e^{j(\Omega t - \alpha' z)}$$

La fonction $f(x, y)$ se trouvera ainsi définie par l'équation :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{4\pi^2 f}{\lambda_s^2} = 0 \quad (1)$$

avec

$$\frac{4\pi^2}{\lambda_s^2} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} - \alpha'^2.$$

On peut montrer que les régimes TM ou TE se déduisent de la résolution de cette équation (1), dans le plan de coordonnées Oxy , avec une condition aux limites supplémentaires sur le contour (C). Cette condition aux limites est :

$f = 0$ pour les ondes TM,

$\frac{df}{dn} = 0$ pour les ondes TE $\left(\frac{df}{dn} \text{ étant la dérivée normale au contour } (C) \right).$

Le problème à résoudre est identique à celui des vibrations propres d'une membrane de contour (C), encadrée ($f = 0$) ou en vibration libre $\left(\frac{df}{dn} = 0 \right)$. On sait qu'il n'y a de solutions que pour une suite discrète mais infinie de valeurs de λ_s , λ_s étant l'une des longueurs d'onde propre de vibration. La suite des valeurs de λ_s peut être caractérisée par deux indices entiers m et n , formant eux-mêmes une double suite infinie.

Les expressions des composantes du champ électromagnétique peuvent se déduire de la fonction $f(x, y)$:

a) *Ondes TM*

Champ électrique e

Composante de section droite : $e_{(x,y)} = -j\alpha' \text{grad}_{(x,y)} f.$

Composante longitudinale $e_z = \frac{4\pi^2}{\lambda_s^2} f.$

Champ magnétique h

Composante de section droite : $h_{(x,y)}.$

Sa direction se déduit de celle de $e_{(x,y)}$ par une rotation de $+\frac{\pi}{2}$ autour de l'axe Oz ; son amplitude est liée à celle de $e_{(x,y)}$ par une impédance d'onde :

$$Z_z = \frac{|e_{(x,y)}|}{|h_{(x,y)}|} = \eta \frac{\alpha' \lambda}{2\pi}.$$

Composante longitudinale : $h_z = 0$.

b) *Ondes TE*

Champ magnétique h

Composante de section droite : $h_{(x,y)} = -j\alpha' \text{grad}_{(x,y)} f$

Composante longitudinale : $h_z = \frac{4\pi^2}{\lambda_s^2} f$

Champ électrique e

Composante de section droite : $e_{(x,y)}$.

Sa direction se déduit de celle de $h_{(x,y)}$ par une rotation de $-\frac{\pi}{2}$ autour de Oz ; son amplitude est liée à celle de $h_{(x,y)}$ par une impédance d'onde :

$$Z_z = \frac{|e_{(x,y)}|}{|h_{(x,y)}|} = \eta \frac{2\pi}{\alpha' \lambda}$$

Il est montré en Annexe (paragraphe 3.10) que toute solution TE ou TM peut être considérée comme résultant de la superposition d'ondes planes également inclinées sur la direction des génératrices, les normales aux plans d'ondes faisant avec Oz un angle Ψ tel que :

$$\sin \Psi = \frac{\lambda}{\lambda_s}$$

On en déduit que :

$$\alpha'^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} (1 - \sin^2 \Psi).$$

$$\alpha' = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \Psi.$$

Les longueurs d'onde de phase et vitesses de phase des ondes TE ou TM sont ainsi, comme pour les ondes planes composantes

$$\lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \Psi}$$

$$v_z = \frac{v}{\cos \Psi}$$

Et l'on trouve de même pour les impédances d'onde :

$$Z_z = \eta \cos \Psi \quad (\text{ondes TM})$$

$$\text{ou} \quad Z_z = \eta / \cos \Psi \quad (\text{ondes TE}).$$

On pourra, à titre d'exercice, déterminer les fonctions $f(x, y)$ correspondant à des guides d'ondes à section rectangulaire, circulaire ou coaxiale (en utilisant des coordonnées rectangulaires ou circulaires suivant le cas dans le plan de section droite), et retrouver ainsi les expressions du champ électromagnétique établies plus loin (paragraphes 3.4, 3.5 et 3.6) par des méthodes plus directes, mais moins générales.

Pour obtenir la décomposition d'un régime de vibration TE ou TM en ondes planes, il suffit de décomposer la fonction $f(x, y)$ correspondante en intégrale double de Fourier :

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f'(\alpha, \beta) e^{-j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta,$$

l'amplitude (complexe) des composantes étant définie par la relation

$$f'(\alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi} \int_S f(x, y) e^{j(\alpha x + \beta y)} dx dy,$$

où S désigne la surface de la section du guide intérieure au contour (C) .

Compte tenu de l'équation (1), α et β sont liés par la relation :

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda_s^2}.$$

Il est facile de voir que les formules de décomposition de Fourier données ci-dessus pour $f(x, y)$ s'appliquent aussi de la même façon aux composantes longitudinales ou transversales du champ électromagnétique,

que l'on peut déduire de la fonction $f(x, y)$ par les relations indiquées plus haut.

On sait que les amplitudes d'une fonction $f(x, y)$ et de sa transformée de Fourier $f'(\alpha, \beta)$ sont liées par l'identité

$$\int_S |f(x, y)|^2 dS = \int_{-\infty}^{+\infty} |f'(\alpha, \beta)|^2 d\alpha d\beta.$$

Cette identité s'applique donc aussi aux composantes du champ électrique ou magnétique. Nous en ferons usage au chapitre IV.

3.4. GUIDES A SECTION RECTANGULAIRE SOLUTIONS GÉNÉRALES

3.4.1. Différents régimes possibles

Le guide considéré a une section rectangulaire de dimensions a et b (fig. 18).

1° Expression des champs. Classification des régimes possibles.

Dans les équations de Maxwell écrites en coordonnées cartésiennes, on pose :

$$e = \bar{E} e^{j(\Omega t - \alpha' z)}, \quad h = \bar{H} e^{j(\Omega t - \alpha' z)}$$

avec

$$\alpha' = \frac{2\pi}{\lambda_z}$$

Ayant remarqué que :

$$\Omega^2 \varepsilon \mu - \alpha'^2 = \frac{\Omega^2}{v^2} - \frac{\Omega^2}{v_z^2} = \frac{\Omega^2}{v_s^2},$$

(ce qui revient à écrire que $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_s^2} + \frac{1}{\lambda_z^2}$), on trouve les expressions sui-

vantes des composantes de section droite $\bar{E}_x, \bar{E}_y, \bar{H}_x, \bar{H}_y$, en fonction de $\bar{E}_z$ et $\bar{H}_z$

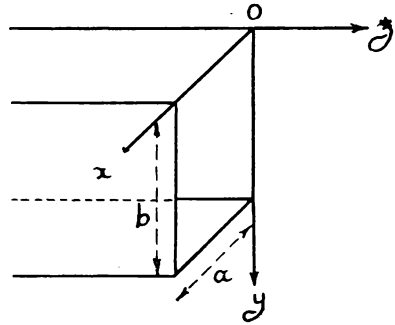


FIG. 18.

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{E}_x &= -\frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot j \cdot \left[\alpha' \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial x} + \Omega \mu \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial y} \right] \\
 \bar{E}_y &= \frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot j \cdot \left[-\alpha' \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial y} + \Omega \mu \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial x} \right] \\
 \bar{H}_x &= \frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot j \cdot \left[\Omega \varepsilon \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial y} - \alpha' \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial x} \right] \\
 \bar{H}_y &= -\frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot j \cdot \left[\Omega \varepsilon \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial x} + \alpha' \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial y} \right]
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{TM : } (\bar{H}_z = 0) \\ \text{TE : } (\bar{E}_z = 0) \end{array}$$

Ces expressions nous permettent de déterminer les composantes de section droite en fonction de $\bar{E}_z$ (ondes TM) ou de $\bar{H}_z$ (ondes TE).

2° Appelons g l'une quelconque des composantes de e ou h . Nous avons par rapport aux coordonnées de section droite l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 \bar{G}}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 \bar{G}}{\partial^2 y} = -\frac{\Omega^2 \bar{G}}{v_s^2}$$

dont la solution, à un coefficient près, est de la forme $A \times B$ où :

$$A = \sin \alpha_1 x \text{ ou } \cos \alpha_1 x \quad B = \sin \alpha_2 y \text{ ou } \cos \alpha_2 y,$$

avec
$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = \frac{\Omega^2}{v_s^2}$$

(expression équivalente à
$$\frac{1}{\lambda_s^2} = \frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2} \Big).$$

Les conditions aux limites (champ électrique normal, champ magnétique tangent à la paroi) nous permettent d'écrire :

$$\left. \begin{array}{l} \bar{E}_z = 0 \text{ (nœud) pour } x = 0, y = 0 \text{ et } x = a, y = b \\ \left\{ \begin{array}{l} \bar{E}_x \text{ et } \bar{H}_y = 0 \text{ (nœud) pour } y = 0 \text{ et } y = b \\ \bar{E}_x \text{ et } \bar{H}_y \text{ max (ventre) pour } x = 0 \text{ et } x = a \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} \bar{E}_y \text{ et } \bar{H}_x = 0 \text{ (nœud) pour } x = 0 \text{ et } x = a \\ \bar{E}_y \text{ et } \bar{H}_x \text{ max (ventre) pour } y = 0 \text{ et } y = b \end{array} \right. \\ \bar{H}_z \text{ max (ventre) pour } x = 0, y = 0 \text{ et } x = a, y = b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{TM} \\ \text{TE} \end{array}$$

D'où l'on déduit les expressions des différentes composantes à un coefficient près

$$\left. \begin{array}{l} \overline{E}_z \longrightarrow \sin m\pi \frac{x}{a} \cdot \sin n\pi \frac{y}{b} \\ \overline{E}_x \text{ et } \overline{H}_y \longrightarrow \cos m\pi \frac{x}{a} \cdot \sin n\pi \frac{y}{b} \\ \overline{E}_y \text{ et } \overline{H}_x \longrightarrow \sin m\pi \frac{x}{a} \cdot \cos n\pi \frac{y}{b} \\ \overline{H}_z \longrightarrow \cos m\pi \frac{x}{a} \cdot \cos n\pi \frac{y}{b} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{TM} \\ \\ \\ \text{TE} \end{array}$$

On voit qu'il existe une double infinité de modes de vibrations du type TE_{mn} et autant du type TM_{mn} , chacun d'eux étant défini par la combinaison de deux nombres entiers m et n .

L'étude des vibrations électromagnétiques se propageant dans un guide d'ondes à section droite rectangulaire peut être rapprochée de celle des vibrations mécaniques d'une membrane matérielle de même forme. Pour une composante déterminée, cette membrane doit être considérée comme encastrée sur les parois correspondant à un nœud et comme libre sur les parois correspondant à un ventre.

Les représentations de la figure 19 donnent l'image des vibrations en section droite d'un guide rectangulaire ou d'une membrane pour $m = 2$ et $n = 3$.

REMARQUE I. — Les expressions données ci-dessus des composantes de section droite en fonction de $\overline{E}_z$ (TM) ou de $\overline{H}_z$ (TE) montrent par la présence du terme j au deuxième membre que, dans leur vibration dans le temps, les composantes de section droite sont en quadrature avec la composante parallèle aux génératrices.

REMARQUE II. — D'après ce qui précède, l'expression d'une composante quelconque de champ g à l'intérieur du guide est de la forme, à une constante près :

$$\begin{aligned} A &= \sin \alpha_1 x \text{ ou } \cos \alpha_1 x \\ AB e^{j(\Omega t - \alpha' z)} &\text{ avec} \\ B &= \sin \alpha_2 y \text{ ou } \cos \alpha_2 y \end{aligned}$$

En exprimant les lignes trigonométriques en fonction des exponentielles $e^{\pm j\alpha_1 x}$, $e^{\pm j\alpha_2 y}$ on trouve que g est de la forme

$$\Sigma \cdot k \cdot e^{j(\Omega t \pm \alpha_1 x \pm \alpha_2 y - \alpha' z)},$$

Σ représentant la somme de 4 termes correspondant aux quatre combinaisons de signes possibles devant $\alpha_1 x$ et $\alpha_2 y$. Chacun de ces termes correspond à une *des quatre ondes planes* qui se combinent pour donner la vibration existant à l'intérieur du guide.

Les deux ondes en $\pm \alpha_1 x$ correspondent à une onde incidente et une onde réfléchie sur la paroi $x = 0$. Les deux ondes $\pm \alpha_2 y$ correspondent à une onde incidente et à une onde réfléchie sur la paroi $y = 0$.

3.4.2. Impédance d'onde. Longueur d'onde de coupure

1° *Impédance d'onde.*

La vibration à l'intérieur d'un guide résulte de la superposition de quatre ondes planes, dont les directions de propagation font le même angle Ψ avec la direction des génératrices.

Appelons e_s et h_s les composantes de section droite du champ électromagnétique.

Pour une onde plane composante, nous avons :

— pour les ondes TM :

$$e_s = e \cos \Psi, \quad h_s = h, \quad \frac{e_s}{h_s} = \frac{e}{h} \cos \Psi$$

— pour les ondes TE :

$$e_s = e, \quad h_s = h \cos \Psi, \quad \frac{e_s}{h_s} = \frac{e}{h} \frac{1}{\cos \Psi}$$

On peut démontrer que pour la vibration réelle dans le guide, résultant de la superposition d'ondes planes pour lesquelles l'angle Ψ a une valeur unique, les relations ci-dessus subsistent.

Pour une propagation progressive à l'intérieur du guide, dans la direction des génératrices, on peut donc considérer une impédance d'onde Z_z égale à :

— en régime TM

$$Z_z = \frac{e}{h} \cos \Psi = \eta \cos \Psi = Z_0 \cos \Psi$$

— en régime TE

$$Z_z = \frac{e}{h} \cdot \frac{1}{\cos \Psi} = \frac{\eta}{\cos \Psi} = \frac{Z_0}{\cos \Psi}$$

Z étant l'impédance d'onde en espace libre.

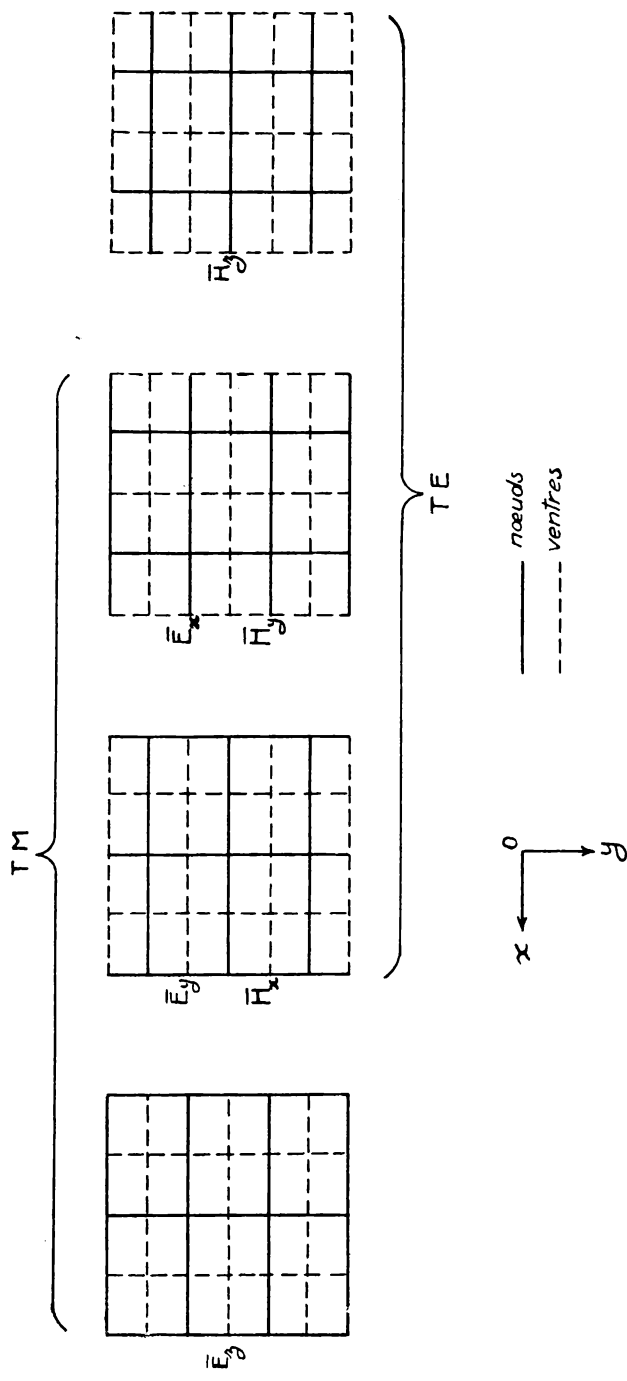


FIG. 19.

REMARQUE I. — En se reportant aux expressions des champs déjà obtenues, on peut facilement vérifier que le rapport $\left(\frac{e_s}{h_s}\right)$ est constant.

REMARQUE II. — A régime donné dans un guide donné, l'angle Ψ dépend de la longueur d'onde λ .

2° *Longueur d'onde de coupure.*

a) Nous avons dans tous les cas :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_z^2} + \frac{1}{\lambda_s^2} \text{ et } \lambda \leq \lambda_s$$

A régime donné la longueur d'onde de phase de section droite λ_s est donnée. Donc, à régime donné, le guide se comporte comme un filtre *passé-haut en fréquence* ne pouvant transmettre que des longueurs d'onde inférieures à λ_s . La longueur d'onde de phase de section droite est donc la longueur d'onde de coupure.

A la coupure, $\lambda = \lambda_s$ et $\lambda_z \rightarrow \infty$; il n'y a pas de transmission suivant oz , mais simplement vibration transversale ; l'angle Ψ est alors égal à $\frac{\pi}{2}$.

A mesure qu'on s'écarte de la coupure, et que λ diminue, l'angle Ψ diminue également et tend vers zéro en même temps que λ .

Des 1° et 2° ci-dessus on déduit qu'à la coupure il n'y a pas transmission d'énergie, parce qu'en régime TM, $Z_z = 0$ (équivalence : ligne court-circuitée) et qu'en régime TE, $Z_z \rightarrow \infty$ (équivalence : ligne ouverte)..

b) Nous pouvons trouver facilement l'expression de λ_s , c'est-à-dire de la longueur d'onde de coupure pour les différents régimes.

Dans le plan de section droite (côté a parallèle à ox , côté b parallèle à oy) on a :

$$\frac{1}{\lambda_s^2} = \frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2}$$

(λ_x et λ_y sont les longueurs d'onde de phase comptées suivant ox et oy), avec

$$a = m \cdot \frac{\lambda_x}{2} \quad \text{et} \quad b = n \cdot \frac{\lambda_y}{2}$$

On en déduit pour TE_{mn} et TM_{mn} :

$$\frac{1}{\lambda_s^2} = \left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2$$

Cette longueur d'onde de coupure diminue quand m et n augmentent. En supposant m et n différents de zéro, elle a sa plus grande valeur quand $m = n = 1$; pour TE_{11} et TM_{11} , $(\lambda_s)_{11} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Nous avons montré qu'étant donné un guide rectangulaire ($a \times b$) fonctionnant en TE_{01} sur la longueur d'onde λ , on devait lui donner, pour qu'aucun autre régime du type TE_{01} ne puisse se superposer à lui, des dimensions telles que $b < \lambda$ et $a < \frac{\lambda}{2}$.

Les conditions rappelées étant remplies, on voit que l'on a aussi $(\lambda_s)_{11} < \lambda$; c'est-à-dire qu'un régime plus complexe du type TE_{mn} ou TM_{mn} ne peut pas non plus se superposer à TE_{01} . Ce régime TE_{01} se trouve bien être alors le seul régime de propagation pouvant exister dans le guide.

3.4.3. Représentation des lignes de champ électrique et de champ magnétique pour quelques types simples de guides à section rectangulaire

Les représentations de la figure 20 donnent l'image des lignes de champ pour quelques guides rectangulaires. On remarquera que, dans un plan de section droite, les lignes e et h sont rectangulaires comme cela peut être déduit facilement des expressions déjà données au paragraphe 3.4.1., qu'il s'agisse des ondes TE ou TM . Cette remarque ne s'applique pas aux seuls guides à section rectangulaire ; elle est générale. A partir des relations du paragraphe 3.5.1., on peut la vérifier pour les guides à section circulaire.

3.5. GUIDES A SECTION CIRCULAIRE

3.5.1. Expression des champs. Différents régimes possibles

Des équations de Maxwell écrites en coordonnées cylindriques circulaires, on tire :

$$\begin{aligned}
 \bar{E}_r &= -\frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot j \left[\alpha' \cdot \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial r} + \frac{\mu\Omega}{r} \cdot \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial \phi} \right] \\
 \bar{E}_\phi &= -\frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot j \left[\frac{\alpha'}{r} \cdot \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial \phi} - \mu\Omega \cdot \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial r} \right] \\
 \bar{H}_r &= \frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot j \left[\frac{\Omega\varepsilon}{r} \cdot \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial \phi} - \alpha' \cdot \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial r} \right] \\
 \bar{H}_\phi &= -\frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot j \left[\Omega\varepsilon \cdot \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial r} + \frac{\alpha'}{r} \cdot \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial \phi} \right]
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{TM : } (\bar{H}_z = 0) \\ \\ \text{TE : } (\bar{E}_z = 0) \end{array}$$

relations qui permettent de déterminer les composantes de section droite en fonction de $\bar{E}_z$ (TM) ou de $\bar{H}_z$ (TE).

Ondes TM — Occupons-nous pour commencer des ondes TM et déterminons par exemple la composante $\bar{E}_z$:

$$\Delta_s \bar{E}_z = -\frac{\Omega^2}{v_s^2} \bar{E}_z$$

s'écrit d'après les formules données dans 1.1.2., et en posant :

$$\frac{\Omega^2}{v_s^2} = k^2$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{E}_z}{\partial^2 \phi} + k^2 \bar{E}_z = 0.$$

Posons

$$\bar{E}_z = \bar{\bar{E}}_z \cos(m\phi - \theta)$$

$\bar{\bar{E}}_z$ étant une fonction de r seul.

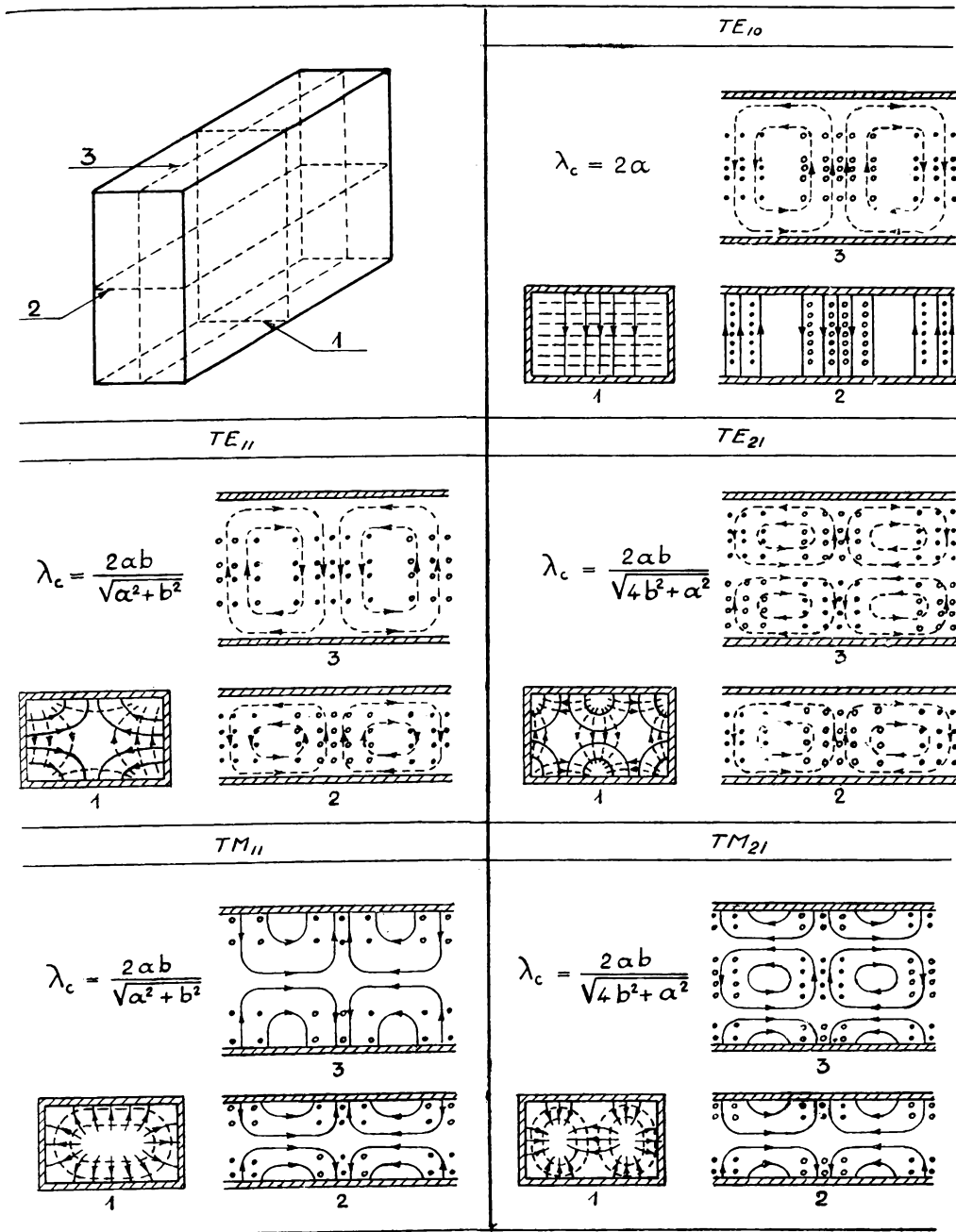
Posons, d'autre part, $x = kr$.

Nous obtenons l'équation de Bessel d'ordre m :

$$\frac{\partial^2 \bar{\bar{E}}_z}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \bar{\bar{E}}_z}{\partial x} + \left(1 - \frac{m^2}{x^2} \right) \bar{\bar{E}}_z = 0,$$

dont la solution est :

$$\bar{\bar{E}}_z = A_m J_m(kr) + B_m Y_m(kr).$$



Légende



—→ champ électrique
- - -→ champ magnétique

FIG. 20.

$B_m = 0$, car Y_m est infini pour $x = kr = 0$; on a donc simplement :

$$\bar{E}_z = A_m J_m(kr)$$

$$\bar{E}_z = A_m J_m(kr) \cos(m\phi - \theta)$$

$$e_z = A_m J_m(kr) \cos(m\phi - \theta) e^{j(\Omega t - \alpha' z)}$$

ou, en choisissant une origine des angles ϕ telle que $\theta = 0$ et en calculant les composantes de section droite par les relations rappelées ci-dessus :

$$\bar{E}_z = A_m J_m(kr) \cos m\phi$$

$$\bar{E}_r = -j \frac{v_s}{\Omega} \alpha' A_m J'_m(kr) \cos m\phi$$

$$\bar{E}_\phi = -j \frac{v_s^2}{\Omega^2} \frac{m\alpha'}{r} A_m J_m(kr) \sin m\phi$$

$$\bar{H}_z = 0$$

$$\bar{H}_r = j \frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot \frac{m\Omega\epsilon}{r} \cdot A_m J_m(kr) \sin m\phi$$

$$\bar{H}_\phi = -j \frac{v_s}{\Omega} \cdot \Omega\epsilon \cdot A_m J'_m(kr) \cos m\phi$$

Ondes TE — Partant de la composante $\bar{H}_z$, on trouverait de la même façon toutes les ondes du type TE :

$$\bar{H}_z = A_m J_m(kr) \cos m\phi$$

$$\bar{H}_r = -j \frac{v_s}{\Omega} \alpha' A_m J'_m(kr) \cos m\phi$$

$$\bar{H}_\phi = -j \frac{v_s^2}{\Omega^2} \frac{m\alpha'}{r} A_m J_m(kr) \sin m\phi$$

$$\bar{E}_z = 0$$

$$\bar{E}_r = -j \frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot m \frac{\mu\Omega}{r} A_m J_m(kr) \sin m\phi$$

$$\bar{E}_\phi = +j \frac{v_s}{\Omega} \cdot \mu\Omega A_m J'_m(kr) \cos m\phi$$

Les conditions aux limites doivent exprimer que, sur la paroi intérieure du guide, de rayon $r = b$, le champ électrique doit être normal et le champ magnétique tangentiel. Elles s'expriment par :

$$J_m(kb) = 0 \quad \text{pour les ondes TM}$$

$$J'_m(kb) = 0 \quad \text{pour les ondes TE.}$$

Les fonctions $J_0(kr)$, $J_1(kr)$... et aussi les fonctions $J'_0(kr)$, $J'_1(kr)$... prennent des valeurs nulles pour une infinité de valeurs positives de kr (fig. 21).

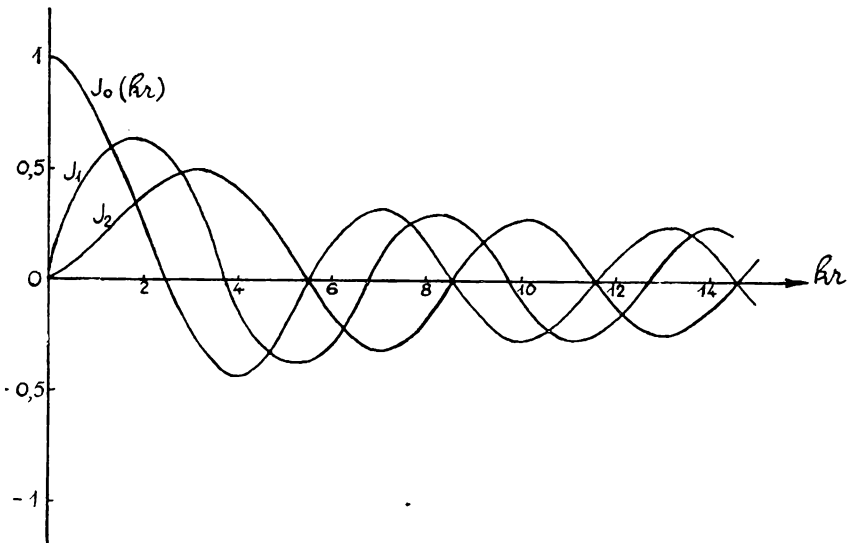


FIG. 21.

Une onde TM est donc définie par le rang m de la fonction de Bessel considérée et par le rang n de la racine retenue de l'équation $J_m(kb) = 0$ (s'il existe une racine nulle elle n'entre pas en ligne de compte). On désigne cette onde par TM_{mn} .

Une onde TE est définie par le rang m de la fonction de Bessel considérée et par le rang n de la racine retenue de l'équation $J'_m(kb) = 0$. On désigne cette onde par TE_{mn} .

On voit donc qu'il existe à l'intérieur d'un guide pour chacun des modes TM et TE une double infinité de régimes possibles de fonctionnement.

L'indice m correspond à une variation le long d'un cercle coaxial de section droite, l'indice n correspond au nombre d'intervalles « entre racines » existant entre la racine $r = 0$ et la racine $r = b$ de l'équation $J(kr) = 0$ (ondes TM) ou $J'(kr) = 0$ (ondes TE).

REMARQUE I. — Comme dans le cas du guide à section rectangulaire on voit ici que les composantes de section droite et la composante suivant oz sont en quadrature.

REMARQUE II. — Ici encore l'étude des vibrations dans le plan de section droite est traitée comme celle des vibrations mécaniques d'une membrane matérielle circulaire. La figure 22 donne les lignes nodales et les ventres de la vibration en plan de la composante $\bar{E}_z$ (TM₂₃).

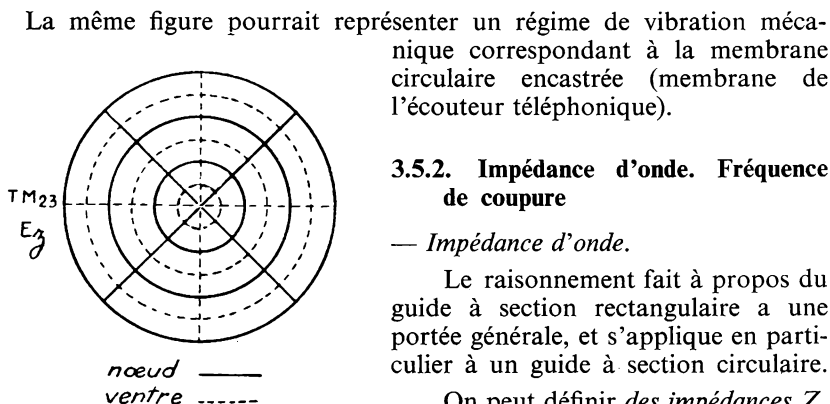


FIG. 22.

3.5.2. Impédance d'onde. Fréquence de coupure

— *Impédance d'onde.*

Le raisonnement fait à propos du guide à section rectangulaire a une portée générale, et s'applique en particulier à un guide à section circulaire.

On peut définir des *impédances* Z_z correspondant à la propagation suivant oz .

— Pour les ondes TM : $Z_z = Z_0 \cos \Psi$.

— Pour les ondes TE : $Z_z = \frac{Z_0}{\cos \Psi}$.

REMARQUE I. — La vérification de $\frac{e_s}{h_s} = \text{constante}$ peut être faite sur les équations des champs.

REMARQUE II — Pour les guides à section rectangulaire nous avons, dans le cas général, *quatre ondes planes composantes*. Pour les guides à section circulaire, il y a *une infinité de ces ondes*.

— *Fréquence de coupure.*

La fréquence de coupure est la longueur d'onde de phase de section droite. Pour un guide donné, à chaque mode de vibration, correspond une fréquence de coupure.

Pour les différents types d'onde, les longueurs d'onde de coupure sont données par les formules suivantes :

— Pour l'onde TM_{mn} , la longueur d'onde de coupure est :

$$\lambda_s = \frac{2\pi b}{x_{mn}}$$

x_{mn} étant la n^{me} racine de l'équation $J_m(x) = 0$.

— Pour l'onde TE_{mn} la longueur d'onde de coupure est :

$$\lambda_s = \frac{2\pi b}{x'_{mn}}$$

x'_{mn} étant la n^{me} racine de l'équation $J'_m(x) = 0$.

Pour les types d'ondes les plus simples, les longueurs d'onde de coupure sont exprimées en fonction du rayon b :

type :	TM_{01}	TM_{02}	TM_{11}	TE_{01}	TE_{11}
$\lambda_s :$	2,61 b	1,14 b	1,64 b	1,64 b	3,41 b

On voit que, pour un guide circulaire, c'est au mode TE_{11} que correspond la fréquence de coupure la plus basse.

3.5.3. Représentations des lignes de champ électrique et de champ magnétique pour quelques types simples de guides à section circulaire

Ces représentations sont données par la figure 23 pour les ondes TM_{11} , TE_{01} , TE_{11} , TM_{01} , TM_{02} .

3.5.3.1. Cas particulier des ondes TM_{01} et TE_{11} dans un guide à section circulaire.

Les ondes TM_{01} et TE_{11} sont parmi les plus utilisées dans un guide à section circulaire.

1° L'onde TM_{01} a l'avantage de présenter une symétrie de révolution et d'avoir une structure particulièrement simple.

Sur l'onde TE_{01} , également de révolution, elle présente l'avantage de pouvoir être engendrée par un élément d'antenne placé sur l'axe du guide.

2° L'onde TE_{11} a une structure déjà plus compliquée, mais elle a la fréquence de coupure la plus basse. Pour une fréquence de travail suf-

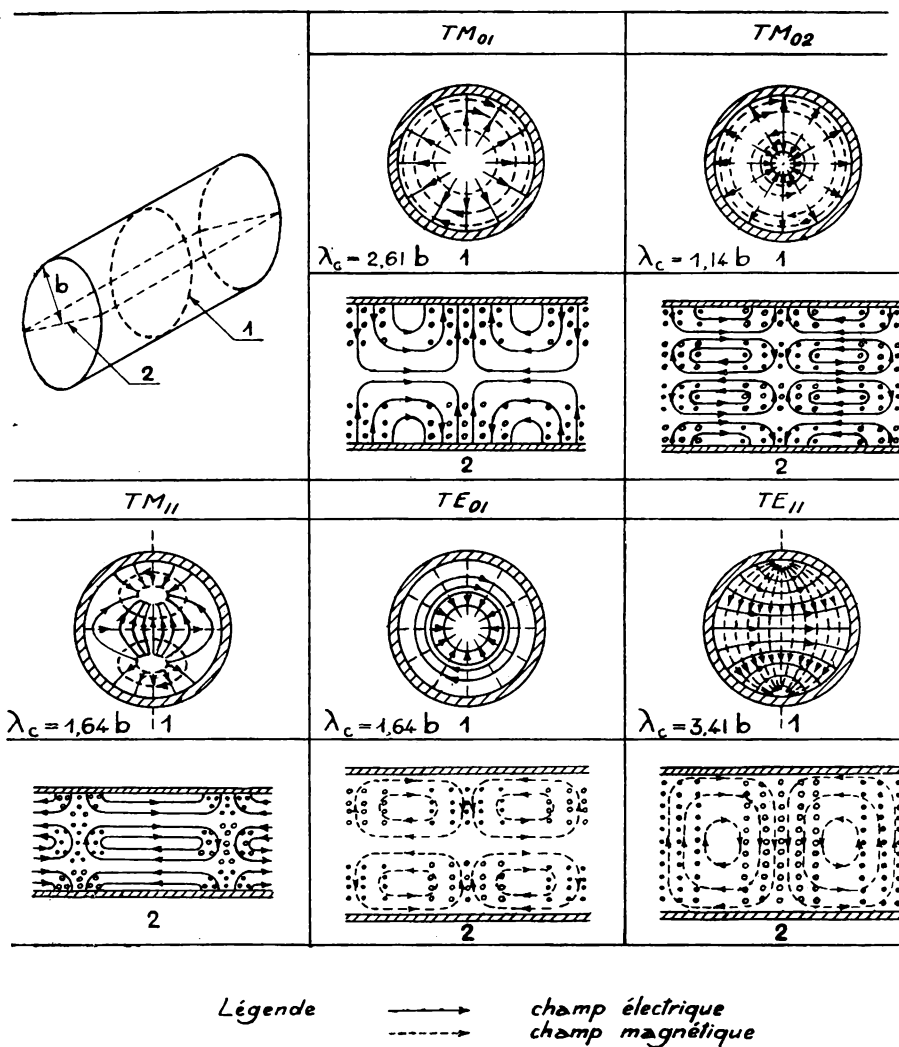


FIG. 23.

fisamment rapprochée de cette fréquence de coupure, ce régime peut *seul* exister dans le guide, à l'exclusion de tous autres régimes ; il est donc particulièrement facile à obtenir pur.

3.6. CABLE COAXIAL

3.6.1. Onde coaxiale : TEM

Nous considérons un câble coaxial de rayons a et b (fig. 24). Contrairement à ce qui se passe dans un guide creux, nous pouvons avoir à l'intérieur d'un coaxial une onde du type TEM pour laquelle les vecteurs e et h sont dans un plan de section droite. Une répartition statique d'électricité peut en effet exister entre deux conducteurs.

Cette onde TEM appelée souvent l'onde coaxiale est telle que le champ électrique est radial et le champ magnétique tangent à un cercle de section droite de centre O . Elle est l'onde normalement utilisée en pratique dans les câbles coaxiaux.

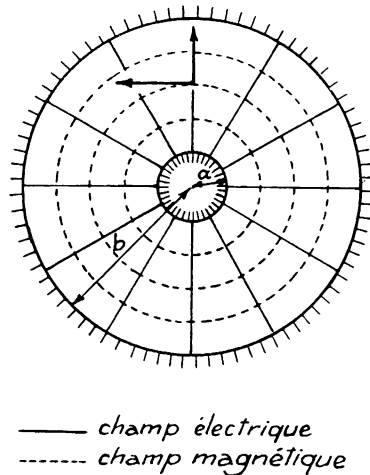


FIG. 24.

Le vecteur de Poynting correspondant est perpendiculaire à un plan de section droite ; l'énergie s'écoule, sans vibration transversale, parallèlement aux génératrices. La longueur d'onde de phase λ_z se confond avec la longueur d'onde λ en espace libre.

L'impédance caractéristique pour l'onde coaxiale TEM, impédance caractéristique définie par $Z_c = \frac{v}{i}$, est donnée par la formule :

$$Z_c = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = 138 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon} \log_{10} \frac{b}{a}} \quad \text{ohms}$$

L'étude des pertes dans les parois qui limitent l'espace intérieur du coaxial conduit, pour qu'elles soient minima, à prendre $\frac{b}{a} = 3,6$. Dans ces conditions, l'impédance caractéristique est de l'ordre de 75 ohms : cette valeur est effectivement celle de l'impédance caractéristique des câbles téléphoniques coaxiaux à grande distance et aussi celle des feeders reliant les antennes aux installations d'émission ou de réception dans la gamme des ondes décamétriques ou métriques.

Mais dans certaines conditions, il faut avant tout s'attacher à réduire les dangers d'éclatement. C'est le cas, par exemple, des coaxiaux utilisés

sur des longueurs d'onde décimétriques courtes pour le radar ; les puissances instantanées sont alors très élevées et les dimensions transversales de la ligne coaxiale relativement petites. On est ainsi amené à réduire le rapport $\frac{b}{a}$ et les impédances caractéristiques obtenues sont de l'ordre de 50 ohms.

Il faut remarquer que l'on peut aussi considérer une impédance d'onde caractéristique Z'_c définie par $Z'_c = \frac{e_s}{h_s}$, e_s et h_s étant les composantes de section droite du champ. On a d'ailleurs, ici, *comme pour tous les régimes TEM* :

$$Z'_c = \frac{e_s}{h_s} = \frac{e}{h} = Z,$$

Z étant l'impédance d'onde plane en espace libre.

L'impédance $Z_c = \frac{v}{i}$ dépend des dimensions transversales du coaxial ; c'est en fait, on le verra, la résistance totale d'un film absorbant qui, placé à $\frac{\lambda}{4}$ à l'avant de l'extrémité court-circuitée du coaxial, absorberait l'énergie apportée par une onde incidente supprimant ainsi toute réflexion.

L'impédance $Z'_c = \frac{e}{h}$ ne dépend pas des dimensions transversales du coaxial ; c'est la résistance de l'unité de surface du film dont il est question ci-dessus.

On peut d'ailleurs passer de Z'_c à Z_c en remarquant que

$$v = \int_a^b e dr \quad \text{et que } i = 2\pi r h.$$

Quoiqu'il en soit, il est important de ne pas faire de confusion entre les deux impédances dont il vient d'être question.

3.6.2. Ondes TM et TE

Des régimes de vibration correspondant à l'existence d'ondes TE et TM peuvent exister dans un câble coaxial.

Les équations de départ qui doivent être utilisées pour étudier ces modes de propagation sont les équations données au paragraphe 3.5.1. à propos des guides d'ondes à section circulaire.

Mais, ici, dans la solution de l'équation de Bessel à laquelle on arrive, il n'y a pas lieu de faire $r = 0$ comme dans le cas du guide d'ondes. On doit donc conserver les deux termes J et Y de cette solution, et écrire que les conditions aux limites sont satisfaites sur le conducteur pour $r = a$ et pour $r = b$.

$$\left. \begin{aligned} A_m J_m(ka) + B_m Y_m(ka) &= 0 \\ A_m J_m(kb) + B_m Y_m(kb) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{ondes TM}$$

$$\left. \begin{aligned} A_m J'_m(ka) + B_m Y'_m(ka) &= 0 \\ A_m J'_m(kb) + B_m Y'_m(kb) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{ondes TE}$$

Ces équations peuvent être résolues graphiquement, $\frac{b}{a}$ étant donné.

Ici encore un régime de vibration TM_{mn} (ou TE_{mn}) est caractérisé par deux indices m et n . Le premier m correspond au rang des fonctions J_m et Y_m (ou J'_m et Y'_m) considérées, c'est-à-dire aux variations en fonction de ϕ le long d'un cercle de section droite [fig. 25 (I)] ; le deuxième n correspond au nombre d'intervalles «entre racines» de $AJ + BY = 0$ (ou $AJ' + BY' = 0$) qui existent entre $r = a$ et $r = b$, c'est-à-dire aux variations existant le long du rayon [fig. 25 (II)].

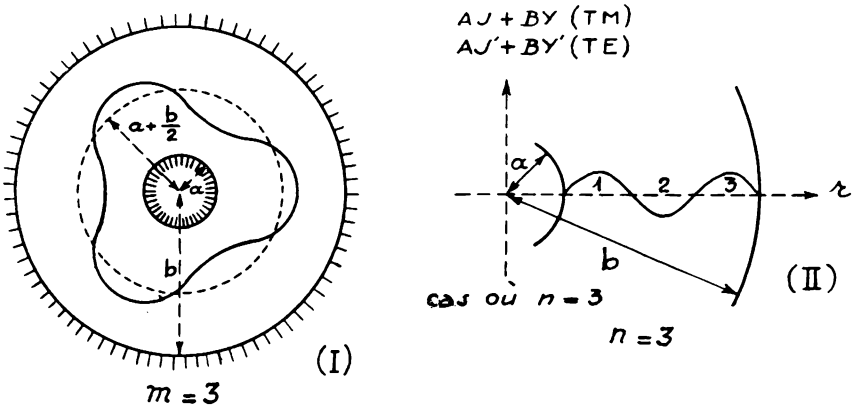


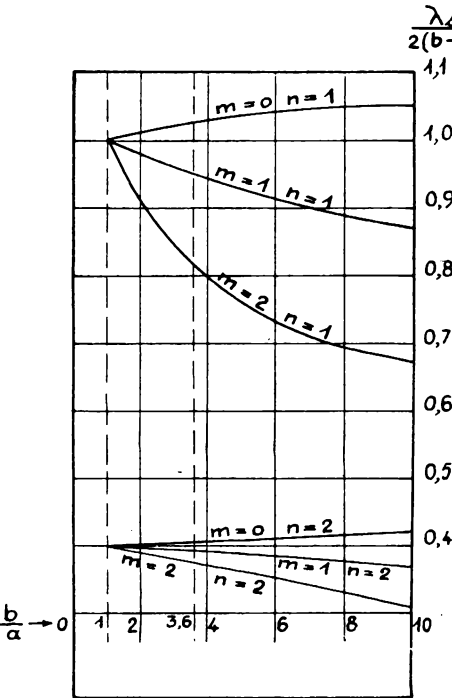
FIG. 25.

3.6.2.1. Impédance et fréquence de coupure.

1° Ici encore nous avons des impédances Z_z telles que :

$$Z_z = Z \cos \Psi \quad (\text{régime TM})$$

$$Z_z = \frac{Z}{\cos \Psi} \quad (\text{régime TE})$$



λ_s pour quelques régimes T_{mn}

FIG. 26.

2° A chaque mode de fonctionnement correspond une longueur d'onde de coupure qui est la longueur d'onde de section droite.

Quand $\frac{b}{a}$ n'est pas trop grand, on a des formules approchées donnant la longueur d'onde de coupure :

pour TM_{mn} ,

$$\lambda_s = \frac{2(b-a)}{n}$$

pour TE_{mn} ,

$$\lambda_s = \frac{2\pi}{m} \cdot \frac{(a+b)}{2}$$

Les courbes de la figure 26, d'après S. Ramo et J.R. Whinnery, montrent dans quelle mesure la première de ces deux expressions est approchée, en particulier pour la valeur $\frac{b}{a} = 3,6$.

Pour cette valeur de $\frac{b}{a}$, on a, en valeurs exactes :

onde :	TM_{01}	TE_{01}	TE_{11}
λ_s :	$1,47 b$	$1,4 b$	$4 b$.

3.7. GUIDES FONCTIONNANT AU-DESSUS DE LA LONGUEUR D'ONDE DE COUPURE : ATTÉNUATEURS

La relation $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_z^2} + \frac{1}{\lambda_s^2}$ nous a conduit à considérer les guides d'ondes comme des filtres passe-haut en fréquence, à l'intérieur desquels une propagation ne peut se produire que si $\lambda \leq \lambda_s$.

Que se passe-t-il quand $\lambda > \lambda_s$?

On peut alors considérer que λ_z défini par $\frac{1}{\lambda_z^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_s^2}$ est imaginaire, c'est-à-dire que la constante de propagation $\alpha' = \frac{2\pi}{\lambda_z}$ est elle-même imaginaire, de la forme $\pm j\beta'$.

En fait, à la loi de propagation suivant oz définie par $e^{j(\Omega t - \alpha' z)}$ pour $\lambda < \lambda_s$, se substitue pour $\lambda > \lambda_s$ une loi d'affaiblissement définie par :

$$e^{j\Omega t} \cdot e^{-\beta' z}$$

On voit donc qu'en partant de l'entrée d'un guide d'onde assez petit pour que la loi $\lambda > \lambda_s$ soit satisfaite, on a un affaiblissement exponentiel.

Si, de plus, λ_s est assez petit pour que $\frac{1}{\lambda^2}$ soit négligeable devant $\frac{1}{\lambda_s^2}$, β' est, en première approximation, indépendant de la fréquence.

On a pu, dans la technique des hyperfréquences, construire sur ce principe des atténuateurs à échelle linéaire, gradués en décibels et dans une certaine mesure, indépendants de la fréquence (paragraphe 5.2.5.).

Pour fixer les idées, un tel atténuateur à section circulaire, de rayon b (cm) et fonctionnant sur l'onde TM_{01} , a, par exemple, un affaiblissement de $\frac{21}{b \text{ (cm)}}$ dB par centimètre, et donne des résultats convenables pour des affaiblissements compris entre 20 et 120 dB.

REMARQUE I. — En se reportant aux équations du paragraphe 3.5.1. (correspondant au cas des conducteurs parfaits), on voit que, dans le cas où $\lambda > \lambda_s$, α_s étant imaginaire pur, les composantes de section droite, e_s et h_s sont en quadrature, alors que pour $\lambda < \lambda_s$ ces composantes sont en phase. L'énergie mise en jeu est donc de l'énergie réactive.

Mais, dans les cas réels, où la conductibilité des conducteurs n'est pas infinie, des pertes importantes peuvent exister dans les conducteurs, car aux ondes atténuées peuvent correspondre des champs de grande amplitude.

REMARQUE II. — On voit que, dans un câble coaxial, les longueurs d'onde de coupure pour les ondes TE et TM sont du même ordre de grandeur que les dimensions transversales de la section droite. Sauf le cas où l'onde TEM utilisée est elle-même très courte, ce qui est l'exception, on voit que les ondes TE et TM ne peuvent se propager ; rapidement amorties, elles ne peuvent exister qu'au voisinage des discontinuités ou des bouts. Nous verrons d'ailleurs dans un autre chapitre quelles limites sont fixées à l'utilisation d'un câble coaxial en TEM par la présence possible de régimes parasites TE ou TM.

3.8. PRÉSENTATION RÉSUMÉE DU FONCTIONNEMENT DES GUIDES D'ONDES

1° La vibration à l'intérieur d'un guide d'ondes résulte de la superposition d'ondes planes dont les directions de propagation font *le même angle* Ψ avec la direction des génératrices.

2° On peut ainsi définir une longueur d'onde *de phase* λ_z correspondant à la propagation suivant oz et une longueur d'onde *de phase* de section droite λ_s .

$$\text{On a :} \quad \lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \Psi} \quad \text{et} \quad \lambda_s = \frac{\lambda}{\sin \Psi}$$

et, par conséquent,
$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_z^2} + \frac{1}{\lambda_s^2}$$

On peut également définir des longueurs d'onde de groupe λ_{gz} et λ_{gs} telles que : $\lambda_{gz} = \lambda \cos \Psi$ et $\lambda_{gs} = \lambda \sin \Psi$; on a donc : $\lambda^2 = \lambda_{gz}^2 + \lambda_{gs}^2$.

3° On a obligatoirement $\lambda_s > \lambda$; la longueur d'onde de phase de section droite λ_s n'est autre que *la longueur d'onde de coupure*.

4° La notion de longueur d'onde de phase de section droite λ_s permet, pour les différentes composantes des champs, d'étudier la vibration *en plan* dans la section droite. Ce problème se traite exactement comme celui des vibrations mécaniques d'une membrane.

Le régime de vibration ainsi déterminé dans un plan de section droite se déplace le long du guide avec la vitesse de phase v_z .

5° Dans un plan de section droite, on a $\frac{e_s}{h_s} = \text{constante}$; cela permet de définir une impédance de propagation suivant oz : Z_z .

Z étant l'impédance d'onde en espace libre on a :

pour les ondes TM :
$$Z_z = Z \cos \Psi$$

pour les ondes TE :
$$Z_z = \frac{Z}{\cos \Psi}$$

6° On a les relations

$$\sin \Psi = \frac{v}{v_s} = \frac{\lambda}{\lambda_s}$$

$$\cos \Psi = \frac{v}{v_z} = \frac{\lambda}{\lambda_z}$$

$$\text{tg } \Psi = \frac{v_z}{v_s} = \frac{\lambda_z}{\lambda_s}$$

3.9. AUTRES TYPES DE LIGNES DE TRANSMISSION AUX HYPERFRÉQUENCES

On emploie dans certains cas des lignes de transmission comportant un ou plusieurs conducteurs et un élément diélectrique qui, à la différence des guides d'onde usuels ou des lignes coaxiales, ne sont pas électriquement blindés.

3.9.1. Guide d'onde de surface

On en voit la section à la figure 27. Ce guide comporte un fil conducteur central recouvert d'une gaine diélectrique relativement épaisse (en pratique le diamètre de la gaine est souvent de l'ordre d'au-moins 3 fois le diamètre du fil conducteur). La théorie de la propagation sur une telle ligne peut s'entreprendre par des méthodes analogues à celles utilisées pour l'étude des guides d'onde métalliques. Le milieu de propagation doit être décomposé en deux parties : la gaine diélectrique et l'air dans lequel est plongée cette gaine. On cherche des solutions correspondant à une propagation le long de l'axe de la ligne en écrivant les équations de Maxwell dans les deux milieux et en assurant la continuité des composantes convenables des champs sur la surface extérieure de la gaine. On est ainsi conduit à une solution de type TM, qui est l'« onde de surface » étudiée par Goubau ⁽¹⁾. Le champ électromagnétique décroît rapidement (exponentiellement) avec la distance lorsqu'on s'éloigne transversalement de l'axe de la ligne. L'énergie se trouve ainsi concentrée, sinon dans la gaine diélectrique elle-même (une faible fraction de cette énergie y circule en général), du moins dans le voisinage assez immédiat de la ligne. Ainsi la ligne ne rayonne pas latéralement et les pertes seraient théoriquement nulles si le conducteur et le diélectrique étaient parfaits. La zone dans laquelle est canalisée l'énergie est axée sur la ligne. Son diamètre, qui dépend des dimensions de la ligne et de la fréquence, est en première approximation de l'ordre de la longueur d'onde, pour des lignes dont les diamètres sont en général de quelques millimètres (par exemple un diamètre de 2,5 mm pour le conducteur intérieur, de 7,5 mm pour la gaine diélectrique). Ceci limite l'emploi de ce type de guide vers les fréquences trop basses (on ne peut aller au-dessous d'environ 50 MHz).

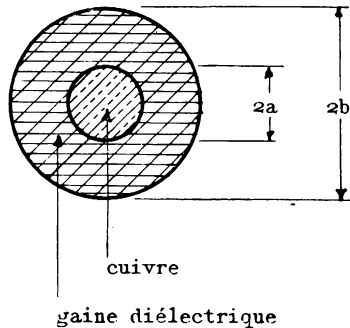


FIG. 27.

⁽¹⁾ G. GOUBAU, *Journal of Applied Physics*, novembre 1950, p. 1119 et *Electronics*, avril 1954, p. 180.

La vitesse de phase de propagation v le long de la ligne est comprise entre les vitesses de propagation des ondes dans le diélectrique

$$v_d = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \simeq c \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon}}$$

et dans l'air (sensiblement $c = 3 \cdot 10^8$ m/s).

Compte tenu du fait que la plus grande partie de l'énergie chemine dans l'air, v est voisine de la vitesse c , à laquelle elle n'est inférieure que de quelques %. L'onde de surface peut être décomposée, à l'intérieur du diélectrique, en ondes planes dont les normales font avec l'axe un angle Ψ défini par :

$$\cos \Psi = \frac{v_d}{v}$$

A la surface extérieure de la gaine diélectrique, ces ondes se réfléchissent partiellement et se réfractent dans l'air extérieur ; mais l'angle de réfraction est imaginaire, ce qui explique la diminution rapide de l'amplitude des composantes du champ lorsqu'on s'écarte transversalement à l'axe.

L'excitation de l'onde de surface sur une ligne présente une certaine difficulté : elle exige le recours à un cornet rayonnant de forme conique dont l'embouchure a un diamètre de l'ordre d'un quart de longueur d'onde à une longueur d'onde ; un cornet analogue est utilisé pour recueillir l'onde à l'extrémité de la ligne (fig. 28).

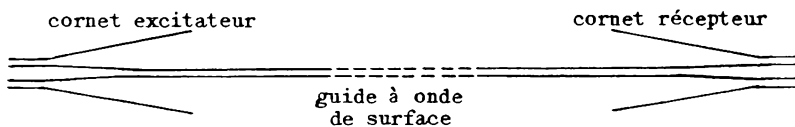


FIG. 28.

La figure 29 permet de déterminer la vitesse (de phase) de propagation sur la ligne pour un guide d'onde de surface de dimensions données, à une longueur d'onde donnée, le diélectrique étant du polythène de constante diélectrique relative par rapport au vide $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ égale à 2,3.

Elle permet aussi d'obtenir la valeur de l'impédance caractéristique Z de la ligne (c'est-à-dire le rapport de la puissance transportée au carré de la valeur efficace de l'intensité de courant circulant sur le conducteur intérieur). Si l'on a affaire à un diélectrique autre que le polythène, on

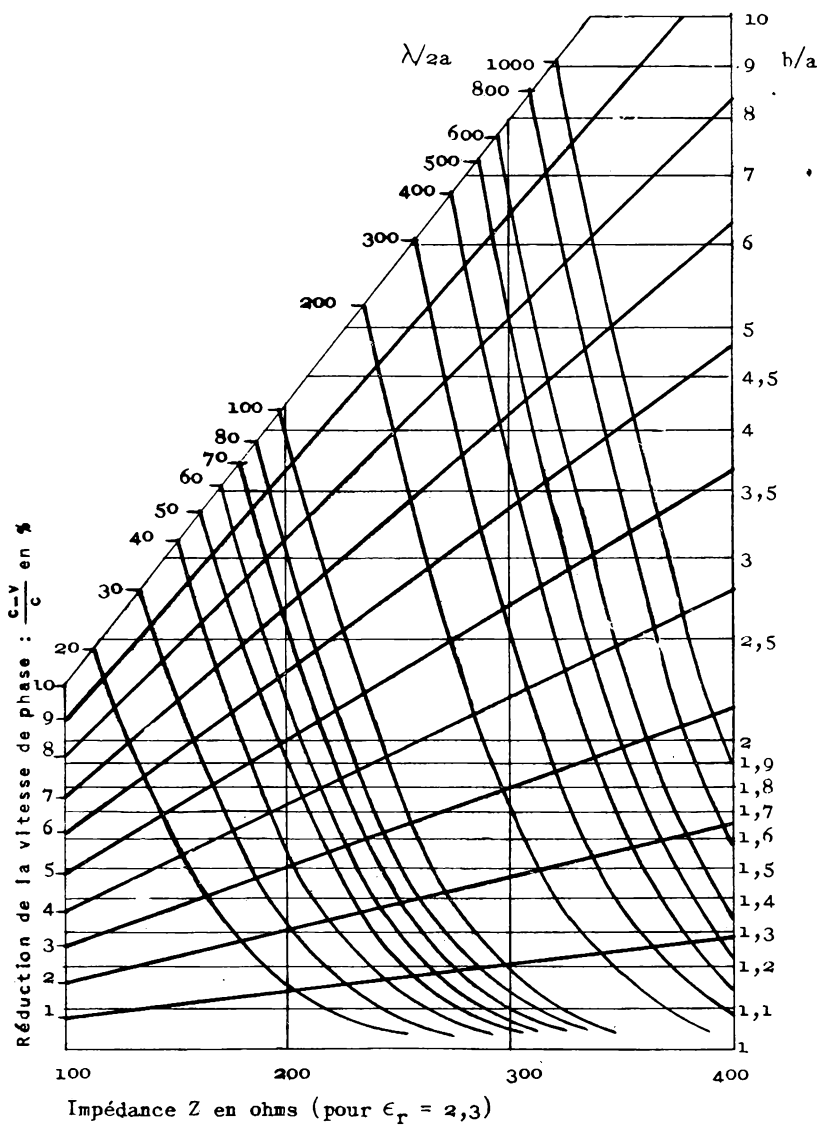


FIG. 29.

aura recours à la figure 30, qui donne les dimensions d'un guide d'onde de surface en polythène équivalent au guide considéré, c'est-à-dire ayant la même vitesse de propagation et la même impédance caractéristique.

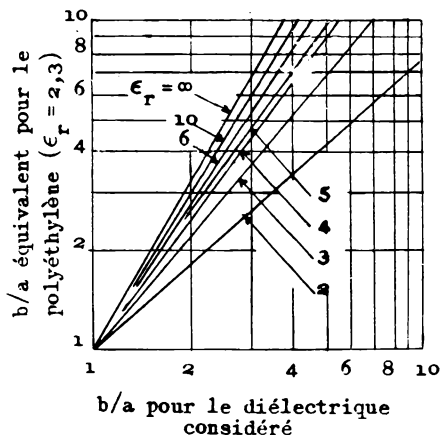


FIG. 30.

Les guides à onde de surface ont été parfois employés de préférence aux guides métalliques creux en raison de leur plus grande souplesse (par exemple comme « feeder » d'antenne). Il est possible, moyennant certaines précautions, de les courber légèrement et même de les couder à 90°, avec une perte relativement faible.

3.9.2. Lignes à bandes (« Strip lines »)

3.9.2.1. Microbande (« Microstrip ») ⁽¹⁾.

La « microbande » est constituée par l'ensemble d'une bande métallique et d'une plaque conductrice, isolées par une couche diélectrique (fig. 31a et b).

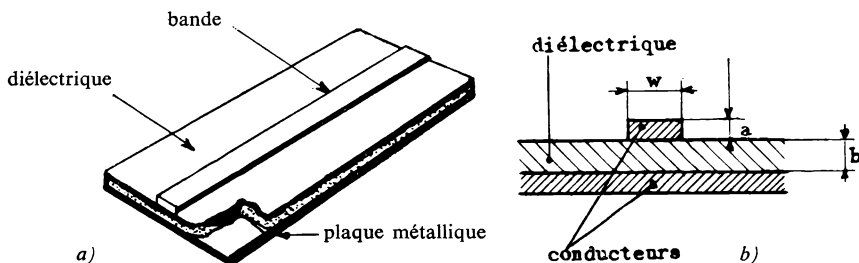


FIG. 31.

⁽¹⁾ D. GRIEG et H. ENGELMANN, P.I.R.E., décembre 1952, p. 1645 ; F. ASSADOURIAN et E. RIMAI, P.I.R.E. décembre 1952, p. 1651 ; J.A. KOSTRIZA, P.I.R.E. décembre 1952, p. 1658.

3.9.2.2. Triplaque ⁽¹⁾.

La ligne « triplaque » est constituée par une bande métallique disposée entre deux plaques conductrices. L'isolement est assuré le plus souvent par deux couches diélectriques serrées entre les deux plaques (fig. 32).

La ligne « triplaque » est presque entièrement blindée (il est d'ailleurs éventuellement possible de clore les deux ouvertures latérales, aux extrémités des plaques conductrices, par deux autres plaques métalliques verticales, assurant un blindage parfait) ; son comportement se rapproche donc beaucoup de celui d'une ligne coaxiale. Par contre, on peut craindre que la ligne « microbande » rayonne une grande partie de l'énergie qu'elle transporte : en réalité la théorie et l'expérience montrent que la plus grande partie de cette énergie circule à l'intérieur de la couche diélectrique et dans son voisinage immédiat : la perte par rayonnement peut être ainsi relativement très réduite.

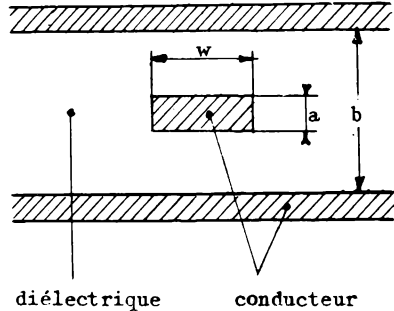


FIG. 32.

La théorie de la transmission sur les lignes à bande peut s'effectuer suivant les mêmes principes que nous avons indiqués à propos du guide à onde de surface. Si la couche diélectrique (de constante diélectrique ϵ et de perméabilité μ) s'étendait à tout le volume qui entoure les conducteurs, une onde TEM ou « coaxiale » pourrait se propager avec une vitesse de phase le long de la ligne égale à

$$v_d = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \simeq c \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$$

La structure de l'onde réelle est en fait peu différente de celle de cette onde TEM, pour la raison déjà signalée qu'une grande partie de l'énergie circule dans le diélectrique. La vitesse de phase v est en général un peu supérieure à v_d (par exemple de 15 %, à une fréquence de l'ordre de 4 500 MHz, pour une ligne « microbande » pour laquelle $a = 5,6$ mm, $b = 1,6$ mm, le diélectrique étant du polystyrène $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 2,55$).

L'onde dérivée du mode TEM peut se décomposer comme précédemment en une somme d'ondes planes dont les normales font toutes le même

⁽¹⁾ COHN S., *Transactions of the I.R.E.*, vol. MTT3, mars 1955, p. 119.

angle Ψ avec l'axe de la ligne, Ψ étant tel que $\cos \Psi = \frac{v_d}{v}$. L'inclinaison

Ψ est d'autant plus faible que v est plus voisin de v_d .

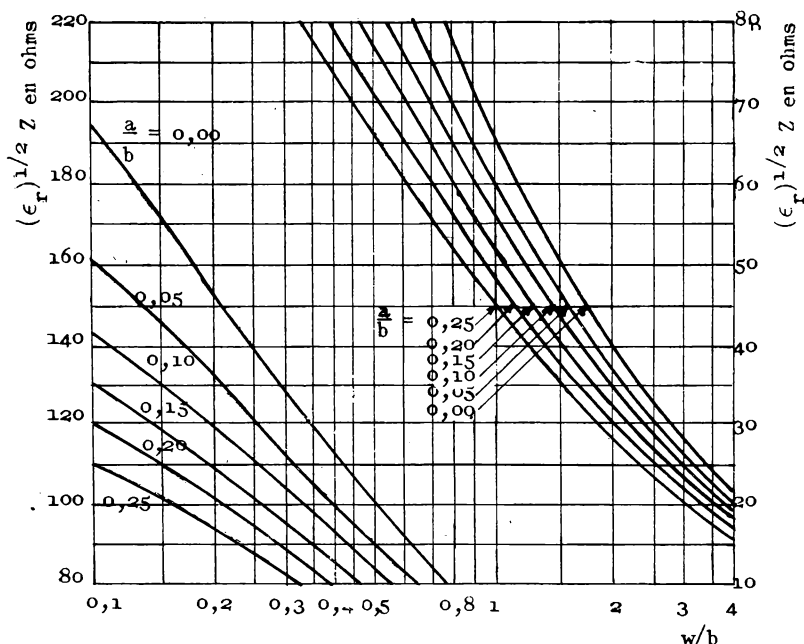
L'impédance caractéristique Z d'une ligne à bande peut se déterminer théoriquement, par des calculs assez complexes, lorsque l'on suppose la bande conductrice plongée dans un milieu diélectrique indéfini (c'est-à-dire pour une onde TEM pure).

a) Pour une ligne « microbande » à bande très mince ($a \ll b$), Z est donné par la formule :

$$Z = \frac{b}{w} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} f\left(\frac{w}{b}\right)$$

la fonction f étant égale à 0,45 pour $\frac{w}{b} = 1$, à 0,8 pour $\frac{w}{b} = 10$, à 0,95 pour

$\frac{w}{b} = 100$, et tendant vers l'unité lorsque $\frac{w}{b}$ tend vers l'infini.



lire les courbes de droite sur l'échelle de droite pour les ordonnées, et les courbes de gauche sur l'échelle de gauche.

FIG. 33

b) Pour une ligne « triplaque », on peut utiliser l'abaque de la figure 33.

Les lignes à bandes ont un poids et un encombrement inférieurs à ceux des guides d'ondes métalliques ou lignes coaxiales. Leur construction est aisée : on peut utiliser la technique des circuits imprimés (la bande étant par exemple déposée par photogravure) ; leur prix est réduit. Nous étudierons au chapitre suivant les pertes le long de ces lignes : elles sont supérieures à celles des guides d'ondes métalliques, mais du même ordre que celles des lignes coaxiales.

3.10. ANNEXE AU CHAPITRE III

DÉMONSTRATION DU THÉORÈME FONDAMENTAL

Tout régime de vibration existant dans un guide d'ondes peut être considéré comme le résultat de la superposition d'ondes planes *également* inclinées sur la direction des génératrices.

A. — Soit $Oxyz$, un trièdre trirectangle, Oz étant parallèle aux génératrices du guide. On sait que le champ électromagnétique d'une onde TM ou TE se propageant dans le guide peut être dérivée d'un vecteur de Hertz $\vec{\pi}$ à une seule composante π_z parallèle à Oz .

Les ondes propres sont obtenues en posant :

$$(1) \quad \pi_z = f(xy) e^{j(\Omega t - \gamma z)},$$

où f est une fonction régulière définie par :

$$(2) \quad \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} + \frac{\partial f}{\partial y^2} + \frac{4\pi^2 f}{\lambda_s^2} = 0 \quad \text{avec} \quad \frac{4\pi^2}{\lambda_s^2} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} - \gamma^2$$

(où λ désigne la longueur d'onde dans le milieu) et une condition aux limites ($f = 0$ ou $df/dn = 0$) sur la courbe (C) de section droite du guide.

On n'a de solutions que pour une suite discrète de valeurs de λ_s [longueurs d'onde propres d'une membrane encastrée ou libre de contour (C)].

$$g(xy) = e^{j(\alpha x + \beta y)}$$

est une solution de (2) si

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda_s^2},$$

donc aussi :

$$(3) \quad f(xy) = \int e^{jx\alpha} \left\{ A(\alpha) e^{jy} \sqrt{\frac{4\pi^2}{\lambda_s^2} - \alpha^2} + B(\alpha) e^{-jy} \sqrt{\frac{4\pi^2}{\lambda_s^2} - \alpha^2} \right\} d\alpha,$$

où α est quelconque (réel ou complexe) et où $A(\alpha)$ et $B(\alpha)$ sont des fonctions arbitraires. Inversement on peut démontrer⁽¹⁾ que toute solution de (2) est

(1) WHITTAKER E.T. et WATSON G.N., Modern analysis, 4^e édit., 1946, Chap. 18, 6.

de la forme (3). Parfois α et β sont réels (guides rectangulaires ou circulaires), mais ils peuvent être complexes (coaxial ou guide de section droite limitée par des parties de deux cercles concentriques et de deux diamètres).

Les relations (1) et (3) montrent que toute onde propre peut être décomposée en une somme d'ondes planes faisant un angle constant avec les génératrices, puisqu'une onde plane (α, β, γ) , dérivée de π_z (pour $f = g$), fait avec Oz un angle θ tel que

$$(4) \quad \sin \theta = \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}} = \frac{\lambda}{\lambda_s}$$

$\sin \theta$ augmente proportionnellement à λ et λ_s est la longueur d'onde de coupure λ_c dans le milieu.

B. — On déduit simplement de (A) les propriétés des ondes propres :

1° La vitesse des plans d'onde (phase) et d'énergie (groupe) suivant (α, β, γ) dans le milieu étant v , on obtient aisément les vitesses et longueurs d'onde de phase (indice fz) et de groupe (gz) suivant Oz et l'on définit des grandeurs analogues de section droite (fs et gs).

$$(5) \quad \frac{v}{v_{fz}} = \frac{v_{gz}}{v} = \frac{\lambda}{\lambda_{fz}} = \frac{\lambda_{gz}}{\lambda} = \cos \theta$$

$$(6) \quad \frac{v}{v_{fs}} = \frac{v_{gs}}{v} = \frac{\lambda}{\lambda_{fs}} = \frac{\lambda_{gs}}{\lambda} = \sin \theta \quad (\lambda_{fs} = \lambda_s)$$

2° La longueur d'onde de coupure est la longueur d'onde de phase de section droite ;

3° Le régime de vibration de section droite, défini à l'aide de λ_s (Cf. membrane ou écouteur téléphonique), se déplace suivant Oz à la vitesse v_{fz} ;

4° Z étant l'impédance d'une onde plane libre (376,6 ohms dans le vide), l'impédance d'onde Z_z dans la direction Oz , rapport des composantes de section droite des champs électrique et magnétique, est égale au produit (onde E) ou au quotient (onde H) de Z par $\cos \theta$;

5° Le problème de la réflexion et de la transmission des ondes sur une discontinuité de section droite (changement de ϵ , écran conducteur) se ramène aux problèmes connus relatifs à une onde plane tombant obliquement sur un plan indéfini de discontinuité (loi de Descartes-Fresnel).

(Extrait des comptes rendus des séances de
l'Académie des Sciences, Rigal et Voge.
T. 266, p. 326-328, séance du 26 janvier 1948).

CHAPITRE IV

LES ONDES GUIDÉES DANS LES CAS RÉELS OÙ IL Y A DES PERTES

Puissances transmises — Affaiblissements

4.1. LES MILIEUX SEMICONDUCTEURS. FORMULES GÉNÉRALES

Dans les études faites de la propagation et de la réflexion des ondes électromagnétiques planes, chapitre II, et de la propagation dans les guides d'ondes, chapitre III, nous n'avons considéré que deux sortes de milieux :

— les diélectriques purs dans lesquels il n'y a pas de courants de conduction mais seulement des courants de déplacement, et dans lesquels la propagation des ondes se produit sans pertes.

— les conducteurs parfaits dont on suppose la conductibilité infinie et qui sont impénétrables aux ondes électromagnétiques, qu'ils réfléchissent complètement.

Ces milieux ne sont donc pas le siège de pertes.

Dans les combinaisons idéales de milieux diélectriques purs et conducteurs parfaits, il n'y a pas de pertes d'énergie. Dans le cas général d'un milieu matériel quelconque, que nous désignerons comme milieu semiconducteur, il faut considérer que ce milieu est le siège d'un courant total j_T , somme d'un courant de conduction et d'un courant de déplacement :

$$j_T = \Gamma e + \varepsilon \frac{\partial e}{\partial t}$$

c'est-à-dire, en régime cissoïdal

$$j_T = \Gamma \varepsilon + j\Omega \varepsilon \varepsilon = j\Omega \varepsilon \left(1 + \frac{\Gamma}{j\Omega \varepsilon} \right) \varepsilon$$

(Dans ce qui suit, nous désignons la conductibilité par Γ et non par γ toutes les fois qu'il peut y avoir confusion avec la constante de propagation γ).

a) En comparant cette expression à celle qui serait obtenue dans le cas d'un diélectrique pur :

$$j_T = j\Omega\varepsilon\delta$$

nous voyons que lorsqu'on passe du milieu diélectrique pur au milieu matériel quelconque, on peut considérer que la constante diélectrique ε prend la forme complexe ε' :

$$\varepsilon' = \varepsilon \left(1 + \frac{\Gamma}{j\Omega\varepsilon} \right) \quad \text{ou} \quad \varepsilon' = \varepsilon(1 - j\theta)$$

en posant

$$\theta = \frac{\Gamma}{\Omega\varepsilon} = \frac{T}{2\pi\tau}$$

(T étant la période et τ la constante de temps de dissipation des charges) ⁽¹⁾.

Les formules établies dans le cas des diélectriques purs seront utilisées dans le cas général, en remplaçant ε par la constante diélectrique fictive ε' .

b) La constante de propagation $\gamma = j\Omega\sqrt{\varepsilon\mu} = j\alpha$, dans le cas des diélectriques purs, prend ici la forme :

$$\gamma = j\Omega\sqrt{\varepsilon\mu}\sqrt{1 - j\theta} = \beta + j\alpha;$$

il y a affaiblissement.

c) L'impédance d'onde, $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ pour un diélectrique pur, prend ici la forme

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - j\theta}};$$

le champ électrique e et le champ magnétique h ne sont plus en phase.

d) Dans l'étude de la réflexion d'une onde plane sur la surface de séparation de deux milieux dont l'un au moins est semiconducteur, la constante $K = \frac{Z_2}{Z_1}$ considérée à propos des coefficients de réflexion est représentée par un nombre complexe.

Les expressions de $\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_i}$, $\frac{\mathcal{H}_r}{\mathcal{H}_i}$ sont également représentées par des nombres complexes ; les composantes incidente et réfléchie sont déphasées.

⁽¹⁾ P. DAVID, R. RIGAL et al., Cours de Radioélectricité Générale, Tome I, paragraphe 2.32. (Eyrolles, Paris).

4.1.1. Cas particulier des corps bons conducteurs ou bons diélectriques

Si les milieux matériels sont de façon générale des semiconducteurs, il arrive que très souvent l'un des courants de conduction ou de déplacement est prépondérant. On peut alors réaliser des simplifications légitimes, et mettre en évidence des résultats simples.

Les courants de conduction et de déplacement ont des amplitudes égales quand $\frac{\Gamma}{\varepsilon\Omega} = \theta = 1$

Remarque doit être faite que θ dépend du milieu considéré par Γ et ε , et de la fréquence par Ω .

Nous allons dès lors envisager deux cas :

1° Le courant de conduction est prépondérant (bons conducteurs).

$$\frac{\Gamma}{\Omega\varepsilon} \gg 1, \theta \gg 1.$$

Nous avons ici :

a) une constante diélectrique équivalente :

$$\varepsilon' = -j \frac{\Gamma}{\Omega} = -j\theta\varepsilon,$$

qui est imaginaire pure ;

b) une constante de propagation :

$$\gamma = j\Omega\sqrt{\varepsilon\mu}\sqrt{-j\theta} = \sqrt{\pi\mu\Gamma f}(1+j) = \frac{1+j}{\delta}$$

δ étant la pénétration ;

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu\Gamma f}}$$

La pénétration du champ et du courant (ici $j = \Gamma/\varepsilon$) à la profondeur z , à l'intérieur du semiconducteur considéré, est définie par

$$e = E_0 e^{-(1+j)\frac{z}{\delta}} e^{j\Omega t}$$

c) L'impédance d'onde est définie par

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt{-j\theta}} = \frac{1+j}{\Gamma\delta}$$

$$Z = (1+j)R_{11}$$

R_{11} étant la résistance en haute fréquence de l'élément de conducteur situé au-dessous d'une surface carrée de 1×1 dessinée sur la surface Σ et descendant à une profondeur très supérieure à δ . Cette résistance R_{11} est aussi celle de l'élément $1 \times 1 \times \delta$ en courant continu.

d) Dans le cas où une surface Σ sépare un conducteur d'un milieu diélectrique tel que l'air pour lequel : $Z = 376,6$ ohms, la constante

$$K = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{(1+j)R_{11}}{376,6},$$

qui permet d'étudier la réflexion des ondes planes tombant sur le conducteur, a une valeur très faible ; la plus grande partie de l'énergie est réfléchie (rappelons que dans le cas idéal du conducteur parfait on a $K = 0$).

2° Le courant de déplacement est prépondérant (bons diélectriques) :

$$\frac{\Gamma}{\Omega\varepsilon} \ll 1, \quad \theta \ll 1.$$

a) La constante diélectrique équivalente a été mise sous la forme :

$$\varepsilon' = \varepsilon(1 - j\theta)$$

θ est inférieur à $\frac{1}{10}$ pour les diélectriques pratiquement utilisés ; il est même inférieur à $\frac{1}{1\,000}$ ou à $\frac{1}{10\,000}$ pour les bons diélectriques ; θ est en effet l'angle de pertes du diélectrique considéré.

b) La constante de propagation complexe

$$\gamma = j\Omega\sqrt{\varepsilon\mu}\sqrt{1 - j\theta} = \beta + j\alpha$$

avec, à peu près :

$$\beta = \frac{1}{2}\Omega\sqrt{\varepsilon\mu}\theta$$

$$\alpha = \Omega\sqrt{\varepsilon\mu}\left[1 + \frac{\theta^2}{8}\right]$$

c) L'impédance d'onde prend la forme

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left[\left(1 + \frac{3}{8} \theta^2 \right) + \frac{j}{2} \theta \right]$$

Elle diffère par des termes correctifs de l'impédance $\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ du diélectrique pur.

d) Ici encore la constante K de réflexion est complexe.

REMARQUE I. — Partant de l'étude faite à propos des diélectriques purs, nous avons pu faire celle des semiconducteurs (conducteurs imparfaits et diélectriques avec pertes), en considérant une constante diélectrique équivalente ε' .

Cette façon de faire est étendue à l'étude des milieux ionisés, par exemple à l'étude de la propagation des ondes radioélectriques dans la haute atmosphère. On peut alors avoir, dans certaines conditions, annulation de cette constante diélectrique apparente.

REMARQUE II. — Nous avons vu que l'expression de $\theta = \frac{\Gamma}{\Omega \varepsilon}$ dépend de la fréquence, c'est-à-dire qu'un milieu matériel déterminé peut se comporter comme un diélectrique aux fréquences élevées, comme un conducteur aux fréquences basses. Il arrive pour certains milieux matériels (eau de mer, eau douce, sol terrestre...) que la fréquence limite qui correspond à $\theta = 1$ tombe dans la gamme radioélectrique : l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans l'espace terrestre ne s'en trouve pas simplifiée.

Heureusement, dans les installations, on a le plus souvent affaire à la fois à des diélectriques dont les pertes sont faibles et peuvent même parfois être négligées, et à des conducteurs que l'on peut considérer comme des conducteurs purs et même, en première approximation, comme des conducteurs parfaits.

L'étude qui précède, faite sur des milieux idéaux, est légitimée par cette remarque. L'étude qui suit montre quelles approximations peuvent encore être faites, lorsqu'on veut tenir compte des pertes dans les milieux réels.

Nous nous proposons maintenant d'étudier les conditions dans lesquelles a lieu la transmission d'énergie à l'intérieur des guides d'ondes. Nous nous plaçons dans les cas réels où il y a des pertes. La détermination de ces pertes permet celle des affaiblissements.

Nous supposons en fait que nous avons affaire :

— à des corps bons conducteurs, dont la conductibilité n'est pas infiniment grande comme celle des conducteurs parfaits, mais dans les-

quels les courants de conduction sont, en amplitude, prépondérants par rapport aux courants de déplacement.

— à des corps bons diélectriques dans lesquels les courants de conduction ne sont plus absolument négligeables mais sont cependant faibles en amplitude par rapport aux courants de déplacement.

En fait, avant de passer à l'étude proprement dite des puissances transmises et des affaiblissements, nous étudions les problèmes suivants :

- Cas d'une onde tombant normalement sur un bon conducteur.
- Ondes guidées par un corps bon conducteur.

4.2. RÉFLEXION ET PÉNÉTRATION D'UNE ONDE TOMBANT NORMALEMENT SUR UN BON CONDUCTEUR (CUIVRE)

1° Le cuivre doit être considéré comme un bon conducteur même aux fréquences les plus élevées de la gamme radioélectrique. Pour ce conducteur on a en effet :

$$\theta = \frac{\Gamma}{\Omega \varepsilon} = 3,5 \cdot 10^7 \lambda (\text{cm})$$

C'est dire que, pour que les courants de déplacement prennent une valeur non négligeable, il faut dépasser le domaine des ondes lumineuses.

2° La pénétration d'une onde plane tombant normalement sur la paroi plane d'un conducteur tel que le cuivre obéit à la loi de propagation.

$$e^{-\beta z} e^{j(\Omega t - \alpha z)} \quad \text{avec} \quad \beta = \alpha = \frac{1}{\delta}$$

où δ est la pénétration :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \mu \Gamma j}}$$

Pour le cuivre, $\delta(\text{cm}) = 3,8 \cdot 10^{-3} \sqrt{\lambda(\text{cm})}$

3° La vitesse de propagation à l'intérieur du métal est définie par :

$$v = \Omega \delta = c \, 2 \pi \frac{\delta}{\lambda} \quad (c = \text{vitesse de la lumière dans le vide})$$

v est beaucoup plus petit que c .

4° Si $e_c, h_c, Z_c, \varepsilon_c, \mu_c, \dots$ sont les champs et constantes dans le milieu conducteur, la constante ε' étant la constante diélectrique équivalente

considérée plus haut, on a, pour l'impédance d'onde :

$$Z_c = \frac{e_c}{h_c} = \sqrt{\frac{\mu_c}{\varepsilon'_c}} = \sqrt{\frac{\mu_c}{\varepsilon_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{-j\theta}} = \sqrt{\frac{\mu_c}{\varepsilon_c}} \cdot \frac{1+j}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\theta}}$$

ou :

$$Z_c = \frac{1+j}{\Gamma\delta} = (1+j)R_{11},$$

R_{11} ayant la même signification qu'au paragraphe 4.1.1.

La présence de $\sqrt{\theta}$, au dénominateur de l'expression donnée pour Z_c , montre que le rapport du champ électrique au champ magnétique est beaucoup plus petit dans un conducteur que dans un diélectrique pur. De plus, dans un conducteur, le champ magnétique et le champ électrique sont déphasés de 45° .

5° Dans le diélectrique, on a :

$$\frac{e}{h} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

— Dans le conducteur, on a :

$$\frac{e_c}{h_c} = \sqrt{\frac{\mu_c}{\varepsilon_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{-j\theta}}$$

En supposant $\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_c}{\varepsilon_c}}$, on voit que : $\frac{e}{h} \bigg/ \frac{e_c}{h_c} = \sqrt{-j\theta}$

Etant donnée une onde se propageant dans le diélectrique et tombant normalement sur la paroi du conducteur, la majeure partie de l'énergie incidente est réfléchie. Seule pénètre dans le conducteur la faible fraction de l'énergie incidente : $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\theta}}$, négligeable pour le cuivre jusqu'à l'infrarouge.

Pour obtenir ce résultat, il faut remarquer qu'au voisinage de la paroi de séparation, *dans le* conducteur, le champ magnétique est égal à 2 fois le champ magnétique incident ; en effet, dans le diélectrique, au voisinage de la surface de séparation, le champ magnétique incident et le champ magnétique réfléchi ont des valeurs sensiblement égales et s'ajoutent.

4.3. ONDES GUIDÉES PAR UN CORPS SEMICONDUCTEUR

4.3.1. Cas général

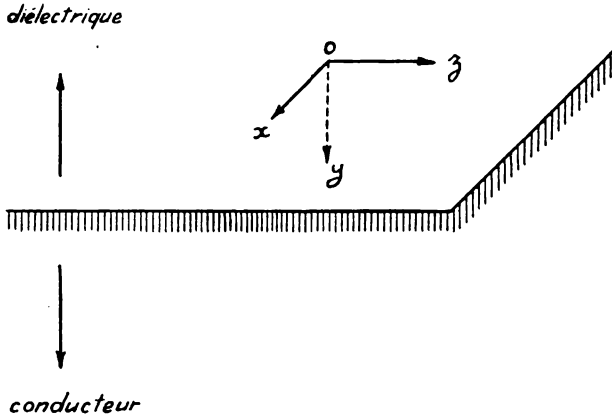


FIG. 1.

Dans la remarque du paragraphe 3.1. nous avons vu qu'un plan parfaitement conducteur pouvait servir de guide à une onde plane dont le vecteur e est normal au plan et le vecteur h parallèle au plan.

Nous nous proposons d'examiner maintenant ce que devient cette propagation guidée dans le cas où le corps considéré est seulement bon conducteur.

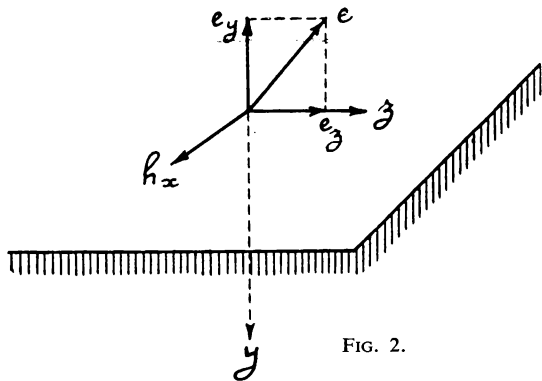


FIG. 2.

Nous supposons que le plan de séparation du diélectrique et du conducteur est le plan de xoz ; l'axe oy est dirigé vers le conducteur (fig. 1). La propagation se fait suivant oz . Nous remarquons que le vecteur h (axial) continue à se réduire à sa composante h_x , mais que le vecteur e a désormais deux composantes e_y et e_z (fig. 2).

Nous affectons de l'indice c les quantités correspondant au corps bon conducteur considéré : (e, μ ) ; nous ne mettons pas d'indice pour ces mêmes quantités considérées à l'intérieur du diélectrique. Nous rappelons d'autre part que nous considérons dans le conducteur une constante

diélectrique équivalente ε'_c telle que :

$$\varepsilon'_c = \varepsilon_c \left(1 - j \frac{\Gamma}{\Omega \varepsilon_c} \right) = \varepsilon_c (1 - j \theta_c), \quad \text{avec } \theta_c = \frac{\Gamma}{\Omega \varepsilon_c}$$

Dans le cas du problème, et en régime cissoïdal, les équations de Maxwell sont, pour le diélectrique (ε, μ) :

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial y} - \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial z} = -j\Omega\mu \mathcal{H}_x$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial z} = j\Omega\varepsilon \varepsilon_y$$

$$-\frac{\partial \mathcal{H}_x}{\partial y} = j\Omega\varepsilon \varepsilon_z$$

d'où l'on tire :

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{H}_x}{\partial z^2} = -\frac{\Omega^2}{v^2} \mathcal{H}_x, \quad \text{avec } \frac{1}{v^2} = \varepsilon\mu$$

ou encore, la propagation suivant Oz étant caractérisée par l'exponentielle $e^{(j\Omega t - \gamma z)}$,

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}_x}{\partial y^2} = -\left[\gamma^2 + \frac{\Omega^2}{v^2} \right] \mathcal{H}_x = k^2 \mathcal{H}_x, \quad \text{avec } k^2 = -\left[\gamma^2 + \frac{\Omega^2}{v^2} \right];$$

d'où l'on tire, pour le diélectrique :

$$h_x = \mathcal{H}_x e^{j\Omega t} = e^{(j\Omega t - \gamma z)} [A e^{-ky} + B e^{+ky}]$$

Les équations ci-dessus et l'expression de h_x peuvent être utilisées pour le conducteur, à condition de remplacer ε par ε'_c , μ par μ_c , k par k_c .

Remarquons que la constante de propagation doit être la même dans le diélectrique et dans le conducteur pour des raisons de continuité sur la surface de séparation.

D'autre part, pour éviter que les champs ne prennent des valeurs infiniment grandes pour les y infiniment grands positifs ou négatifs, on doit avoir :

- dans le diélectrique $A = 0$.
- dans le conducteur $B = 0$.

D'où l'on dérive les expressions des champs :

diélectrique		conducteur
$h_x = B e^{ky} e^{(j\Omega t - \gamma z)}$		$h_x = A e^{-k_c y} e^{(j\Omega t - \gamma z)}$
$e_y = -\frac{\gamma}{j\Omega \varepsilon} B e^{ky} e^{(j\Omega t - \gamma z)}$		$e_y = -\frac{\gamma}{j\Omega \varepsilon'_c} A e^{-k_c y} e^{(j\Omega t - \gamma z)}$
$e_z = -\frac{k}{j\Omega \varepsilon} B e^{ky} e^{(j\Omega t - \gamma z)}$		$e_z = +\frac{k_c}{j\Omega \varepsilon'_c} A e^{-k_c y} e^{(j\Omega t - \gamma z)}$

La composante h_x et la composante e_z devant être continues à la traversée de la surface de séparation, on en déduit :

$$A = B \quad \text{et} \quad \frac{k}{\varepsilon} = -\frac{k_c}{\varepsilon'_c}$$

De cette dernière relation, et des expressions de définition de k et k_c , on déduit :

$$\gamma = \frac{\Omega}{v} \sqrt{\frac{1 - \frac{\varepsilon \mu_c}{\varepsilon'_c \mu}}{\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon'_c}\right)^2 - 1}}$$

$$k = -\frac{\varepsilon}{\varepsilon'_c} k_c = -\frac{\Omega}{v} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon'_c} \sqrt{\frac{1 - \frac{\varepsilon'_c \cdot \mu_c}{\varepsilon \cdot \mu}}{1 - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon'_c}\right)^2}}$$

4.3.2. Cas d'un bon conducteur (cuivre)

Supposons que le conducteur soit un assez bon conducteur (cuivre par exemple) pour que :

$$\theta_c^1 = \frac{\Gamma}{\Omega \varepsilon_c} \gg 1$$

ce qui entraîne pratiquement aussi :

$$\theta = \frac{\Gamma}{\Omega \varepsilon} \gg 1$$

On a les expressions simplifiées et approchées :

$$\gamma = \frac{\Omega}{v} \left[\left(\frac{R_{11}}{\eta} \right)^2 + j \right] = \frac{\Omega}{v} [m^2 + j] = \beta + j\alpha \quad \text{avec } m = \frac{R_{11}}{\eta}$$

$$k = (1-j) \frac{\Omega}{v} \left(\frac{R_{11}}{\eta} \right) = (1-j) \frac{\Omega}{v} m$$

$$k_c = \left(\frac{1+j}{\delta} \right),$$

expressions dans lesquelles :

R_{11} est la résistance de l'élément $1 \times 1 \times \delta$ près la surface du conducteur comme il est dit au paragraphe 4.1.1.,

η est l'impédance de l'onde plane dans le diélectrique,

δ est la pénétration dans le conducteur définie par :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \mu_c \Gamma f}}.$$

a) *Plans d'égale amplitude et d'égale phase.*

La propagation dans le diélectrique est commandée par l'exponentielle

$$e^{ky} e^{(j\Omega t - \gamma z)}$$

que l'on peut écrire, compte tenu des expressions ci-dessus de k , γ et m :

$$e^{j\Omega t} \cdot e^{\frac{\Omega}{v} m[y - mz]} e^{-j \frac{\Omega}{v} [my + z]} ;$$

les plans d'égale amplitude sont parallèles au plan $y - mz = 0$;

les plans d'égale phase sont parallèles au plan $my + z = 0$.

Ces plans, perpendiculaires entre eux, sont mis en évidence sur la

figure 3 où l'on remarquera que les angles ϕ sont petits car :

$$\operatorname{tg} \phi = m = \frac{R_{11}}{\eta}.$$

La propagation dans le conducteur est commandée par l'exponentielle :

$$e^{-k_c y} \cdot e^{(j\Omega t - \gamma z)}$$

avec

$$-k_c = +\frac{\varepsilon'_c}{\varepsilon} k, \quad \varepsilon'_c = -j\theta\varepsilon; \quad \theta = \frac{\Gamma}{\Omega\varepsilon};$$

on peut donc écrire cette exponentielle :

$$e^{j\Omega t} \cdot e^{-\frac{\Omega}{v} m [\theta y + mz]} \cdot e^{-j\frac{\Omega}{v} [\theta my + z]};$$

les plans d'égale amplitude sont parallèles au plan $\theta y + mz = 0$;

les plans d'égale phase sont parallèles au plan $\theta my + z = 0$.

Ces plans sont mis en évidence sur la figure 3 où l'on notera que les

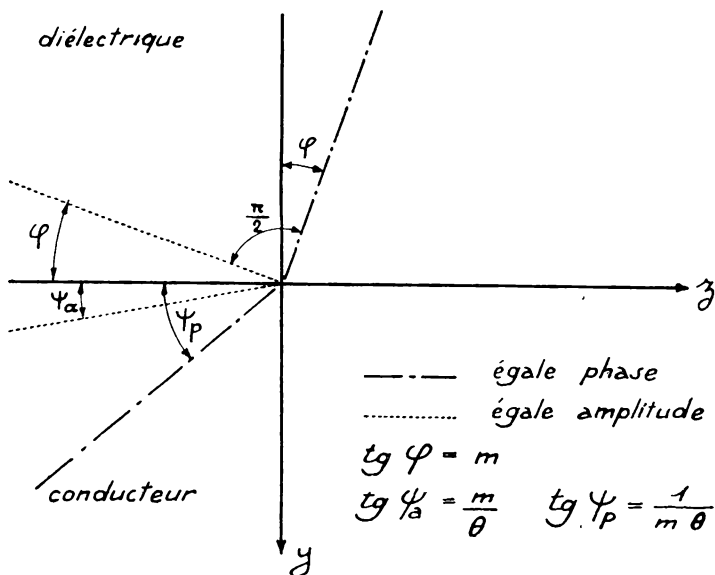


FIG. 3.

angles Ψ_a et Ψ_p sont tels que

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \Psi_a &= \frac{m}{\theta} = \left(\frac{R_{11}}{\eta} \right) \left(\frac{\Omega \varepsilon}{\Gamma} \right) \text{ (très petit).} \\ \operatorname{tg} \Psi_p &= \frac{1}{m\theta} = \left(\frac{R_{11}}{\eta} \right) \cdot \left(\frac{\Gamma}{\Omega \varepsilon} \right) = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \text{ (petit).}\end{aligned}$$

On remarquera que, dans le conducteur, les plans d'égale phase et d'égale amplitude sont sensiblement parallèles à la surface de séparation.

Pour tenir compte de la différence, mise en évidence, entre les plans d'égale phase et d'égale amplitude, on considère parfois que l'on a une direction de propagation complexe dont la partie réelle est normale aux plans d'égale phase et la partie imaginaire normale aux plans d'égale amplitude.

b) *Impédance d'onde dans le diélectrique.*

Pour la propagation suivant Oz , l'impédance d'onde dans le diélectrique est :

$$\frac{e_y}{h_x} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot [1 - m^2 j] = \eta [1 - m^2 j];$$

c'est l'impédance en espace libre ou en présence d'un conducteur parfait, au terme correctif $[1 - m^2 j]$ près.

Pour la propagation suivant Oy , nous trouvons *dans le diélectrique et dans le conducteur* la même valeur d'impédance d'onde :

$$\frac{e_z}{h_x} = (1 + j)R_{11}.$$

c) *Puissance dissipée.*

Dans l'élément de volume conducteur situé au-dessous de la surface unité marquée sur la surface de séparation, la puissance dissipée est :

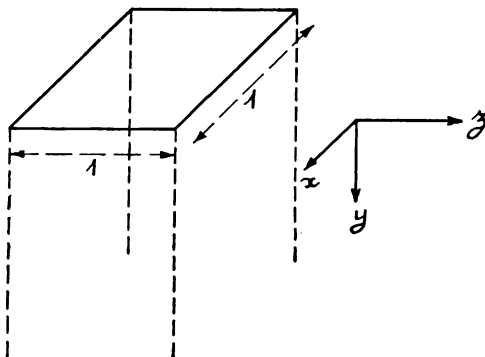


FIG. 4.

W = partie réelle de

$$\frac{1}{2} \varepsilon_z \wedge \mathcal{H}_x^x,$$

e_z et h_x étant pris pour $y = 0$; puisque

$$\frac{e_z}{h_x} = (1 + j)R_{11}$$

on a

$$W = \frac{1}{2} \cdot R_{11} H_x^2.$$

4.4. PUISSANCE TRANSMISE A TRAVERS LA SECTION DROITE D'UN GUIDE D'ONDES

Considérons un régime de vibration TM, et décomposons le champ électrique de section droite $e_s(x, y)$ et le champ électrique longitudinal $e_z(x, y)$ en leurs constituants élémentaires

$$e'_s(\alpha, \beta) e^{-j(\alpha x + \beta y)}$$

et

$$e'_z(\alpha, \beta) e^{-j(\alpha x + \beta y)}$$

correspondant aux diverses ondes planes. On a par exemple :

$$e_s(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e'_s(\alpha, \beta) e^{-j(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta$$

Compte tenu de l'identité que nous avons indiquée à la fin du paragraphe (3.3.3.), on peut calculer ainsi la puissance moyenne transmise à travers la section droite (S) du guide d'onde :

$$\begin{aligned} W_s &= \frac{1}{2} \frac{1}{Z_z} \int_s E_s^2(x, y) ds \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{Z_z} \int E_s'^2(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{Z_z} \cotg^2 \Psi \int E_z'^2(\alpha, \beta) d\alpha d\beta, \end{aligned}$$

et finalement :

$$W_s = \frac{1}{2} \frac{1}{Z_z} \cotg^2 \Psi \int_s E_z^2(x, y) ds,$$

en désignant par $E'_s(\alpha, \beta)$ et $E'_z(\alpha, \beta)$ les amplitudes des champs correspondant à une onde plane élémentaire, qui sont liées par la relation $E'_s/E'_z = \cotg \Psi$.

Un raisonnement analogue permettrait d'établir une formule relative aux régimes de vibration TE :

$$W_s = \frac{1}{2} Z_z \cotg^2 \Psi \int_s H_z^2(x, y) ds.$$

4.5. ÉNERGIE PERDUE DANS LA PAROI MÉTALLIQUE D'UN GUIDE D'ONDES. COEFFICIENT D'AFFAIBLISSEMENT

4.5.1. Cas d'une onde TM

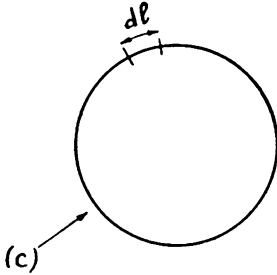


FIG. 5.

a) Pertes dans le conducteur.

La puissance perdue dans l'élément de paroi, de longueur unité comptée suivant les génératrices et de largeur dl (fig. 5), est

$$\Delta W_c = \frac{1}{2} R_{11} H_T^2 dl ,$$

H_T étant le champ magnétique tangent à la paroi qui se réduit ici à une composante de section droite H_s .

Dans le cas d'un guide à section rectangulaire, h_t , suivant le côté considéré, prend la forme h_x ou h_y . Dans le cas d'un guide à section circulaire, h_t prend la forme h_ϕ .

Dans tous les cas, d'après les expressions des paragraphes 3.4.1. et 3.5.1., on a, sur la paroi du guide :

$$H_T = \frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot \Omega \varepsilon \left| \frac{dE_z}{dn} \right|$$

$\frac{dE_z}{dn}$ étant la dérivée normale.

Les pertes, sur une longueur unité de guide limité par le contour de section droite (c), ont donc pour expression, avec $Z = \frac{e}{h}$

$$W_c = \frac{1}{2} R_{11} \frac{1}{Z^2} \cdot \frac{\lambda_s^2}{4\pi^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \Psi} \cdot \int_c \left[\frac{dE_z}{dn} \right]^2 dl$$

b) Constante d'affaiblissement.

L'affaiblissement des champs suivant Oz est caractérisé par l'exponentielle $e^{-\beta z}$. L'affaiblissement de la puissance transmise W_s , qui est proportionnelle à $e \wedge h$, est donc caractérisée par l'exponentielle $e^{-2\beta z}$; W_s étant une valeur moyenne, on a $W_s = F e^{-2\beta z}$ (F indépendant de z).

$$\frac{dW_s}{dz} = -2 \beta W_s = -W_c,$$

si l'affaiblissement provient des seules pertes dans le conducteur calculées ci-dessus ; on en tire

$$\beta = \frac{W_c}{2 W_s} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{11}}{Z_z} \cdot \frac{\lambda_s^2}{4 \pi^2} \cdot \frac{\int_c \left| \frac{dE_z}{dn} \right|^2 dl}{\iint_s |E_z|^2 ds}.$$

REMARQUE. — Dire, dans le cas des ondes TM que la composante du champ magnétique tangente à la paroi intérieure du guide est située dans le plan de section droite, revient à dire que les courants dans cette paroi circulent dans la direction des génératrices.

4.5.2. Cas d'une onde TE

L'expression de ΔW_c est la même que celle donnée dans le cas des ondes TM ; mais ici, sur la paroi interne du guide, la composante tangentielle h_T du champ magnétique est la résultante de deux composantes rectangulaires h_z et h_s . On a donc :

$$H_T^2 = H_z^2 + H_s^2.$$

En raisonnant comme au paragraphe 4.5.1., on trouve que :

$$H_s = \frac{v_s^2}{\Omega^2} \cdot \alpha' \left| \frac{dH_z}{dl} \right| \quad \text{avec} \quad \alpha' = \frac{2\pi}{\lambda_z}$$

ou

$$H_s = \frac{\lambda_s}{2\pi} \cdot \frac{\lambda_s}{\lambda_z} \cdot \left| \frac{dH_z}{dl} \right|$$

et

$$W_c = \frac{1}{2} R_{11} \int_c \left[H_z^2 + \frac{\lambda_s^2}{4\pi^2} \frac{\cos^2 \Psi}{\sin^2 \Psi} \left| \frac{dH_z}{dl} \right|^2 \right] dl$$

La constante d'affaiblissement β est donnée par la formule

$$\beta = \frac{W_c}{2 W_s} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{11}}{Z} \cdot \frac{\sin^2 \Psi}{\cos \Psi} \cdot \frac{\int_c \left[H_z^2 + \frac{\lambda_s^2}{4\pi^2} \frac{\cos^2 \Psi}{\sin^2 \Psi} \left| \frac{dH_z}{dl} \right|^2 \right] dl}{\iint_s H_z^2 ds}$$

4.5.3. Formules pratiques

Les procédés de calcul indiqués ci-dessus pour le calcul du coefficient d'affaiblissement β *par unité de longueur* conduisent aux formules suivantes :

a) Pour les guides à section rectangulaire :

$$\text{onde TE}_{01} : \quad \beta = 8,686 \frac{R_{11} \left[1 + \frac{2a}{b} \sin^2 \Psi \right]}{aZ \cos \Psi} \text{ dB}$$

$$\begin{aligned} \text{onde TE}_{mn} : \quad \beta = 8,686 \frac{2 R_{11}}{bZ \cos \Psi} \\ \times \left[\left(1 + \frac{b}{a} \right) \sin^2 \Psi + \left(\frac{\frac{b}{a} \left(\frac{b}{a} m^2 + n^2 \right)}{\frac{b^2 m^2}{a^2} + n^2} \right) \cos^2 \Psi \right] \text{ dB} \end{aligned}$$

$$\text{onde TM}_{mn} : \quad \beta = 8,686 \frac{2 R_{11}}{bZ \cos \Psi} \left[\frac{m^2 \left(\frac{b}{a} \right)^3 + n^2}{m^2 \left(\frac{b}{a} \right)^2 + n^2} \right] \text{ dB}$$

Les courbes de la figure 6 donnent en fonction de la fréquence les variations du coefficient d'affaiblissement pour quelques types d'onde simples et pour des valeurs déterminées du rapport $\frac{a}{b}$, avec $b = 5$ centimètres.

b) Pour les guides à section circulaire (rayon b) :

$$\text{onde TM}_{mn} : \quad \beta = 8,686 \frac{R_{11}}{bZ \cos \Psi} \frac{1}{\cos \Psi} \text{ dB}$$

$$\text{onde TE}_{mn} : \quad \beta = 8,686 \frac{R_{11}}{bZ \cos \Psi} \left[\sin^2 \Psi + \frac{m^2}{x'^2_{mn} - m^2} \right] \text{ dB}$$

x'_{mn} est la n^{me} racine de l'équation : $J'_m(kb) = 0$.

Les courbes de la figure 7 donnent les affaiblissements β en dB/m pour quelques modes simples, dans le cas d'un guide dont la section circulaire a un rayon de 2,54 cm.

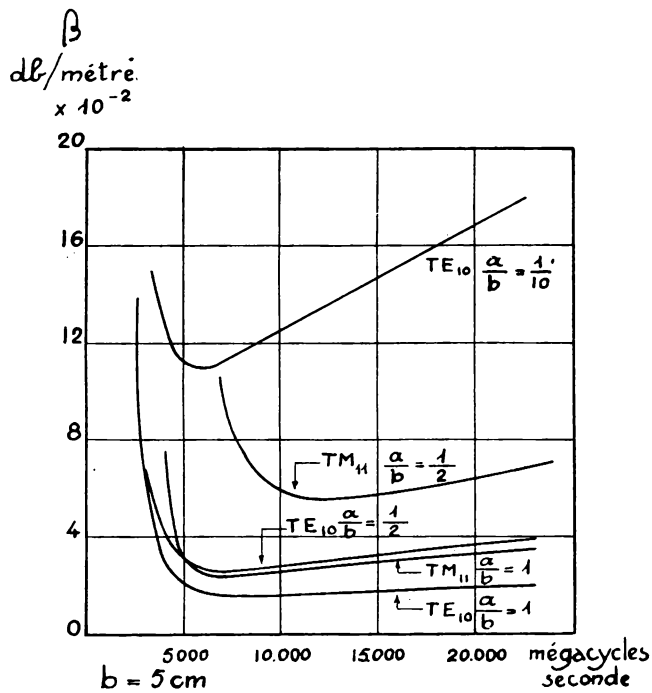


FIG. 6.

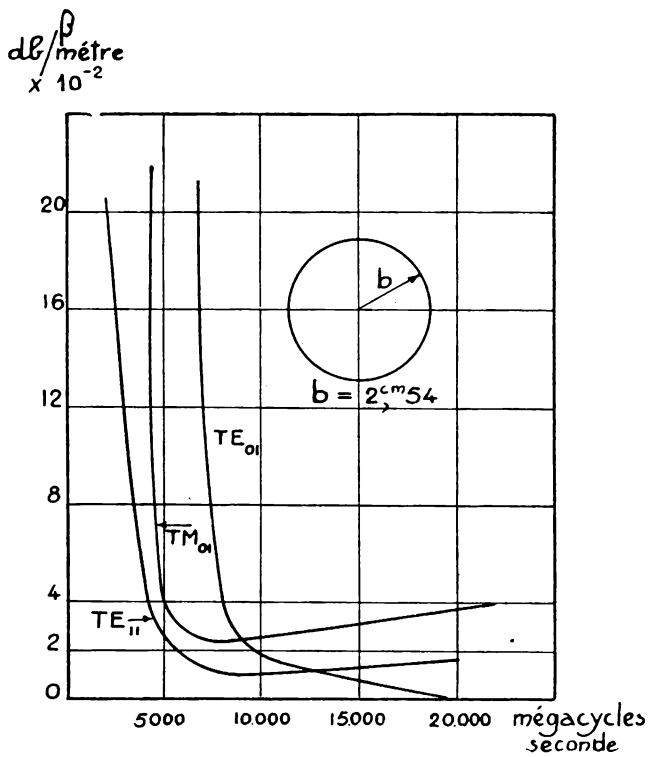


FIG. 7.

REMARQUE. — En général, le coefficient d'affaiblissement β , dans ses variations en fonction de la fréquence, passe par un minimum. Au voisinage de ce minimum un guide d'ondes peut transmettre de très larges bandes de fréquences sans distorsion appréciable.

Une exception cependant est à noter pour l'onde TE_{01} pour laquelle le coefficient β d'affaiblissement diminue quand la fréquence augmente. Dans ce cas particulier, sur la paroi intérieure du guide la seule composante tangentielle du champ magnétique est la composante H_z .

Quand la fréquence tend vers zéro, $\sin \Psi$ tend aussi vers zéro et l'impédance $Z_z = \frac{Z}{\sin \Psi}$ tend vers l' ∞ ; à puissance transmise constante, il en résulte donc, d'après les formules données ci-dessus, que sur la paroi du conducteur $h_r = h_z$ tend vers zéro.

En même temps que h_z , les courants dans le conducteur, donc les pertes diminuent.

4.5.4. Cas particulier de l'onde TEM, sur un coaxial

1° Puissance transmise à travers une section droite.

Le champ magnétique h_r en un point M de la section droite est tangentiel et ne dépend que de la distance radiale r . Le théorème d'Ampère appliqué à une circonférence de rayon r donne :

$$H_r \times 2 \pi r = I.$$

La puissance moyenne transmise est ainsi :

$$W_s = \frac{Z_z}{2} \int H_r^2 ds = \eta \frac{I^2}{8 \pi^2} \int_a^b \frac{\pi r dr}{r^2} = \eta \frac{I^2}{4 \pi} \log_e \frac{b}{a}.$$

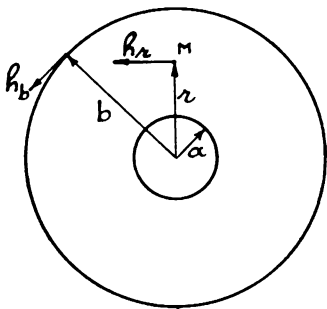


FIG. 8.

2° Puissance perdue dans une longueur unité de conducteur.

La puissance dissipée par unité de longueur a pour valeur :

$$\begin{aligned} W_c &= \frac{1}{2} R_{11} (H_a^2 \times 2 \pi a + H_b^2 \times 2 \pi b) \\ &= \frac{1}{2} R_1 I^2 = 2 \pi^2 R_1 H_b^2 b^2 \end{aligned}$$

R_1 étant la résistance par unité de longueur, et R_{11} étant la résistance définie plus haut, on a :

$$R_1 = R_{11} \left[\frac{1}{2\pi a} + \frac{1}{2\pi b} \right] = \frac{R_{11}}{2\pi} \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right]$$

3° $\beta = \frac{W_c}{2W_z}$; d'où l'on tire l'expression :

$$\beta = 8,686 \frac{R_1}{\frac{\eta}{4\pi} \cdot \log_e \frac{b}{a}} = \frac{R_{11}}{\eta} \cdot \frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)}{\log_e \frac{b}{a}} \text{ dB ;}$$

et, en remarquant que :

$$R_{11} = \frac{1}{\Gamma} \times \frac{1}{1 \times \delta} , \quad \text{avec } \delta = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu_e\Gamma f}} ,$$

on obtient :

$$\beta = 8,686 \frac{\sqrt{\frac{\pi\mu_e f}{\Gamma}}}{2\eta} \cdot \frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)}{\log_e \frac{b}{a}} \text{ dB.}$$

L'affaiblissement de l'onde TEM dans un coaxial est proportionnel à $\sqrt{f}$. Son minimum a lieu pour $\frac{b}{a} = 3,6$.

4.6. AFFAIBLISSEMENT SUPPLÉMENTAIRE DES GUIDES D'ONDES DÙ AUX PERTES DANS LE DIÉLECTRIQUE

Dans un diélectrique comportant des pertes, on peut considérer une constante diélectrique complexe :

$$\varepsilon' = \varepsilon(1 - j\theta), \quad \text{avec } \theta = \frac{\Gamma}{\Omega\varepsilon} \ll 1$$

et pour une *onde plane* on a une constante de propagation :

$$\gamma = \beta + j\alpha$$

avec

$$\alpha = \Omega \sqrt{\varepsilon \mu} \left[1 + \frac{\theta^2}{8} \right] = \frac{2\pi}{\lambda} \left[1 + \frac{\theta^2}{8} \right] \quad \text{et} \quad \beta = \frac{1}{2} \Omega \sqrt{\varepsilon \mu} \theta.$$

En l'absence de pertes on aurait

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{et} \quad \beta = 0.$$

Nous savons, d'autre part, que la vibration dans un guide d'ondes résulte de la superposition d'ondes planes faisant le même angle Ψ avec la direction des génératrices.

a) La longueur d'onde λ_z (de phase) qui caractérise la propagation dans le guide est telle que $\lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \Psi}$; elle est donc diminuée par l'existence de pertes tout comme l'est λ , longueur d'onde en espace libre, c'est-à-dire dans le rapport de $\left(1 + \frac{\theta^2}{8} \right)$ à 1. Cette diminution est pratiquement négligeable.

b) L'affaiblissement, dû aux pertes dans le diélectrique, d'une onde plane se propageant dans la direction Oz' est caractérisé par l'exponentielle $e^{-\beta \cdot \Delta z'}$ (fig. 9).

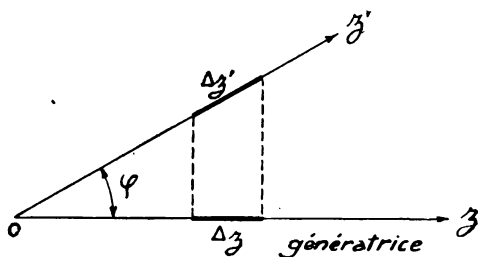


FIG. 9.

L'affaiblissement pour la propagation sur le tronçon correspondant Δz dans le guide, dans la direction des génératrices, avec $\Delta z = \Delta z' \cos \Psi$, est caractérisé par l'exponentielle $e^{-\beta_z \cdot \Delta z}$, si β_z est le coefficient d'affaiblissement dans le guide.

On a, évidemment :

$$\beta \cdot \Delta z' = \beta_z \cdot \Delta z \quad ; \quad \text{d'où l'on tire} \quad \beta_z = \beta \cdot \frac{\Delta z'}{\Delta z} = \frac{\beta}{\cos \Psi}$$

L'affaiblissement dû aux pertes dans le diélectrique augmente quand Ψ augmente, c'est-à-dire quand on se rapproche de la coupure.

4.7. PERTES DES GUIDES A ONDE DE SURFACE ET DES LIGNES A BANDE

Ces pertes peuvent se déterminer théoriquement en utilisant des méthodes analogues à celles qui sont décrites aux paragraphes précédents du chapitre IV.

4.7.1. Guide à onde de surface

a) *Pertes dues au conducteur.*

On est conduit à une constante d'affaiblissement :

$$\beta_c = \frac{0,835}{a} \frac{R_{11}}{Z} \quad \text{néper/unité de longueur,}$$

où Z est l'impédance caractéristique.

On trouvera au paragraphe (7.3.4.1.), remarque III, les valeurs de R_{11} pour différents métaux.

Dans le cas du cuivre, on aurait ainsi :

$$\beta_c = 1,9 \cdot 10^{-2} \frac{f^{\frac{1}{2}} (\text{MHz})}{a (\text{cm}) Z (\text{ohm})} \quad \text{dB/m.}$$

b) *Pertes dues au diélectrique.*

La figure 10 donne le coefficient d'atténuation β_d à une fréquence de 100 MHz, pour le polythène ($\epsilon_r = 2,3$; $\theta = 5 \cdot 10^{-4}$).

β_d est proportionnel à la fréquence.

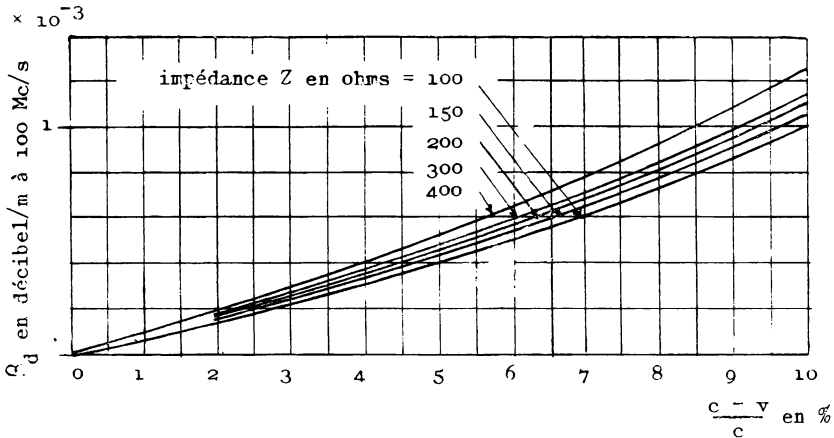


FIG. 10.

Si on a affaire à un autre diélectrique, on emploiera la formule :

$$\beta_d = \beta_d (\text{polythène}) \times 26.10^2 \frac{\theta}{\varepsilon_r - 1}.$$

c) *Pertes dues aux désadaptations entre les cornets d'excitation et de captation et le guide d'onde de surface* (fig. 28 du chapitre III).

La perte totale peut varier, suivant les réalisations, entre moins de 0,5 décibel et un peu plus de 1 décibel.

4.7.2. Lignes à bande

a) *Pertes dues au conducteur.*

1 — « Microbande ».

Le calcul conduit à la formule

$$\beta_c \simeq \frac{1}{b} \frac{R_{11}}{\sqrt{\mu/\varepsilon}} g \left(\frac{a}{b}, \frac{w}{b} \right) \text{ néper/unité de longueur,}$$

le coefficient g étant donné par les courbes de la figure 11 (il est compris entre 1 et 2).

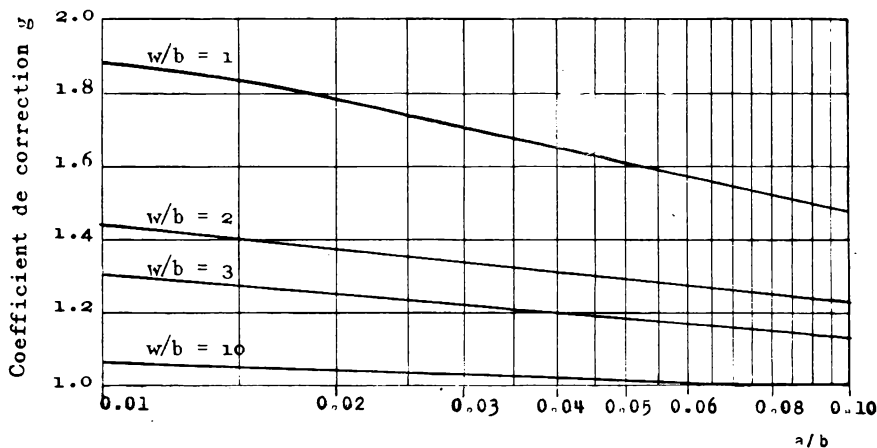


FIG. 11.

Pour le cuivre, on aurait :

$$\beta_c = 6,04.10^{-4} \frac{f^{\frac{1}{2}} (\text{MHz})}{b (\text{cm})} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{1}{4}} \text{ dB/m.}$$

2 — Ligne « triplaque ».

On trouve de même :

$$\beta_c = \frac{1}{b} \frac{R_{11}}{\sqrt{\mu/\varepsilon}} h \left(Z \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}, \frac{a}{b} \right) \text{ néper/unité de longueur,}$$

Z étant l'impédance caractéristique, et le coefficient h donné par les courbes de la figure 12.

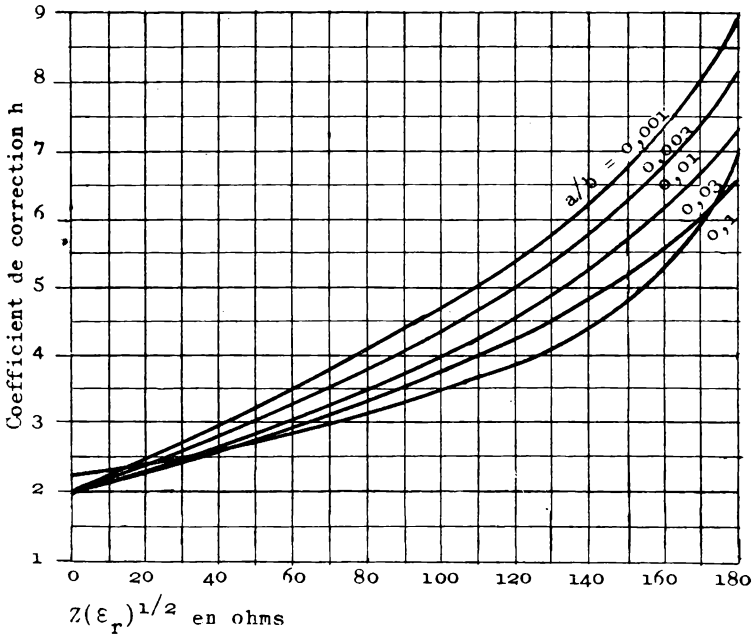


FIG. 12.

Pour le cuivre, on aurait :

$$\beta_c = 6,04 \cdot 10^{-4} \frac{f^{\frac{1}{2}} (\text{MHz})}{b (\text{cm})} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ dB/m.}$$

b) Pertes dues au diélectrique.

Comme la plus grande partie de l'énergie électromagnétique chemine dans la couche diélectrique et comme la vitesse de phase est assez voisine de

v_d (Ψ faible), on retrouve pour β_d l'expression déjà rencontrée dans les guides d'onde (paragraphe 4.7) :

$$\beta_d \simeq \frac{1}{2} \Omega \sqrt{\varepsilon \mu} \theta \quad \text{néper/unité de longueur,}$$

ce qui devient en unités pratiques :

$$\beta_d = 9,1 \cdot 10^{-2} \theta f \text{ (MHz)} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ dB/m.}$$

CHAPITRE V

LES DISCONTINUITÉS DANS LES SYSTÈMES DE TRANSMISSION

réalisations techniques particulières utilisées en hyperfréquences

5.0. INTRODUCTION

Les systèmes de transmission que nous avons étudiés jusqu'à maintenant étaient des systèmes ne présentant aucune discontinuité ; les guides d'ondes et les câbles coaxiaux que nous avons considérés étaient en principe infiniment longs ; de plus leurs génératrices étaient rectilignes.

Nous nous proposons maintenant d'étudier un certain nombre de problèmes particuliers dans lesquels les dispositifs de transmission considérés comportent des discontinuités, soit intercalées en ligne, soit placées en bout de ligne. L'examen de ces problèmes particuliers nous permettra de mettre en évidence certaines propriétés et certaines conceptions utilisables pour l'étude d'autres problèmes que ceux que nous considérerons. Bien souvent d'ailleurs, en raison de la complexité réelle des systèmes envisagés, une solution mathématique exacte ne peut pas être fournie ; nous entrons dans un domaine où la théorie ne peut que donner une compréhension générale des phénomènes en renseignant seulement sur le sens des variations et éventuellement les ordres de grandeur ; pour la réalisation et le réglage définitif, il faut faire appel aux ressources de la technique.

Ainsi après avoir étudié des problèmes posés par la présence de discontinuités, nous donnerons quelques renseignements sur des réalisations particulières qui contribuent à donner à la technique des hyperfréquences son aspect original.

5.1. DIVERS TYPES DE DISCONTINUITÉS

5.1.1. Changement de constante diélectrique dans un guide dont les dimensions géométriques ne varient pas

Il s'agit, pour fixer les idées, d'un guide d'ondes dans lequel, à l'aplomb de la section droite AA' , on passe de façon discontinue d'une valeur ϵ_1 de

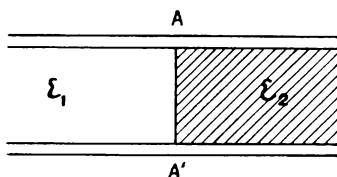


FIG. 1.

le plan de section droite AA' , nous voyons que l'étude faite à propos de la réflexion à incidence oblique d'une onde plane unique nous apporte la solution du problème.

A toute onde incidente correspond une onde réfléchie et une onde réfractée. Ces ondes sont inclinées de façon telle qu'il leur correspond dans le plan de section droite AA' la même vitesse de phase de section droite v_s et la même longueur d'onde de phase λ_s (fig. 2). On a ainsi :

$$\lambda_s = \frac{\lambda_1}{\cos \Psi_1} = \frac{\lambda_2}{\cos \Psi_2} \quad \text{et} \quad \frac{\cos \Psi_1}{\cos \Psi_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \quad (\text{si } \mu_1 = \mu_2).$$

En considérant l'effet résultant nous avons donc à gauche de AA' :

— d'une part un régime de vibration progressif incident qui se déplace avec la vitesse de phase

$$+v_{1z} = \frac{v_1}{\sin \Psi_1}$$

dans le sens Oz ;

— d'autre part un régime de vibration réfléchi qui se déplace avec la vitesse de phase — v_{1z} .

A droite de AA' nous avons un régime progressif de vitesse de phase

$$+v_{2z} = \frac{v_2}{\sin \Psi_2}.$$

Pour déterminer les amplitudes relatives des ondes incidente, réfléchie et transmise, nous traitons ce problème comme celui traité au para-

constante diélectrique à une valeur ϵ_2 : le milieu (1) est par exemple de l'air, le milieu (2) un diélectrique (fig. 1).

La vibration en un point M quelconque à l'intérieur du guide résultant de la superposition d'ondes planes également inclinées sur les génératrices et par conséquent également inclinées sur

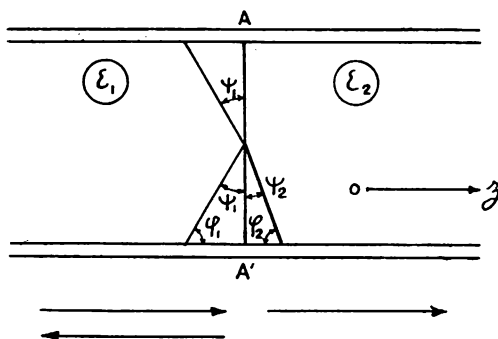


FIG. 2.

graphe 2.4.2. (onde plane tombant obliquement sur la surface de séparation de deux diélectriques purs).

Les impédances équivalentes à Z_1 et Z_2 qui doivent entrer ici en ligne de compte sont les impédances d'onde correspondant à la propagation suivant Oz , c'est-à-dire :

à gauche de AA' :

$$\text{en régime TE, } Z_{z1} = \frac{Z_1}{\sin \Psi_1} = \frac{\eta_1}{\sin \Psi_1}$$

(correspond à la polarisation horizontale),

$$\text{en régime TM, } Z_{z1} = Z_1 \sin \Psi_1 = \eta_1 \sin \Psi_1$$

(correspond à la polarisation verticale) ;

à droite de AA' :

$$\text{en régime TE, } Z_{z2} = \frac{Z_2}{\sin \Psi_2} = \frac{\eta_2}{\sin \Psi_2},$$

$$\text{en régime TM, } Z_{z2} = Z_2 \sin \Psi_2 = \eta_2 \sin \Psi_2.$$

REMARQUE I. — Le problème traité ici a une solution simple car il nous suffit de *trois ondes* pour que les conditions de continuité nécessaires soient satisfaites sur la section droite AA' . Nous verrons que quand la forme géométrique du système de transmission change au point de discontinuité les choses sont beaucoup plus compliquées.

REMARQUE II. — Au lieu de considérer un guide d'ondes, nous aurions pu considérer un coaxial comportant une discontinuité de diélectrique à l'aplomb d'une section droite AA' . Ici encore nous aurions eu une onde incidente, une onde réfléchie et une onde transmise. Pour déterminer les coefficients de réflexion nous aurions pu utiliser les expressions d'impédance caractéristique données au paragraphe 3.6.1. De toutes façons on aurait eu à gauche de AA' une impédance de la forme $Z_1 = \frac{K}{\sqrt{\epsilon_1}}$ et à droite une impédance $Z_2 = \frac{K}{\sqrt{\epsilon_2}}$.

5.1.2. Guide ou coaxial court-circuité ou ouvert à son extrémité

Nous envisageons plusieurs cas simples :

a) Un coaxial utilisé en régime TEM est terminé par une paroi métallique de section droite (fig. 3).

Nous supposons les conducteurs parfaits. Nous avons tout simplement affaire ici à une ligne court-circuitée. A gauche du court-circuit

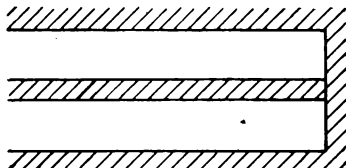


FIG. 3.

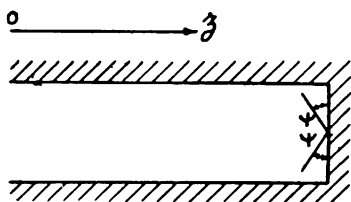


FIG. 4.

nous avons dans les conditions habituelles, un régime stationnaire pur d'ondes TEM.

b) *Un guide d'ondes est terminé en section droite, par une paroi métallique, constituée par un conducteur parfait (fig. 4).*

Les ondes planes composantes tombent obliquement sous l'angle

Ψ_1 sur la paroi terminale. La réflexion de chacune de ces ondes a lieu suivant les lois établies dans l'étude faite au paragraphe 2.4.1.

Nous avons ici des ondes incidentes et des ondes réfléchies de même amplitude ; d'après l'étude faite des guides d'ondes, à *chacun* de ces groupes d'ondes correspond un régime stationnaire pur de section droite (vitesse commune v_z) et une propagation progressive dans la direction des génératrices (vitesses respectives v_z et $-v_z$). *A l'ensemble* de ces ondes progressives correspond un régime stationnaire suivant oz et évidemment un régime stationnaire pur en section droite.

L'existence de ce régime stationnaire suivant oz nous permet d'assimiler notre système à une ligne court-circuitée, telle que celle considérée ci-dessus en a).

La longueur d'onde de phase qui commande la répartition des ventres et des nœuds de vibration à l'intérieur du guide suivant oz est la longueur d'onde de phase :

$$\lambda_z = v_z \cdot T, \quad \text{avec} \quad \lambda_z = \frac{\lambda}{\sin \Psi}$$

C'est λ_z , et non λ comme cela se passerait dans un coaxial, que mettrait en évidence une mesure faite sur le guide. Nous rappelons que λ_z s'éloigne d'autant plus de λ , par valeurs supérieures, qu'on se rapproche davantage de la longueur d'onde de coupure λ_c .

c) *Un coaxial est ouvert à son extrémité terminale.*

En fonctionnement TEM sur une longueur d'onde grande par rapport aux dimensions géométriques de la section droite du coaxial, l'énergie rayonnée par l'extrémité ouverte peut être considérée comme pratiquement négligeable et le cas doit être traité comme celui d'une ligne de transmission fermée sur une impédance infiniment grande.

d) *Un guide est ouvert à son extrémité terminale.*

En introduisant la notion de longueur d'onde de phase λ_z , nous avons pu assimiler le système du paragraphe b) à la ligne court-circuitée du paragraphe a).

Nous ne pouvons pas ici assimiler le guide ouvert à une ligne ouverte, telle que celle considérée au paragraphe c). Les longueurs d'onde utilisées sont maintenant du même ordre de grandeur que les dimensions de la section droite ; une fraction relativement importante de l'énergie transmise est rayonnée. Le problème qui se pose est un problème compliqué analogue à ceux que nous étudierons un peu plus loin à propos des discontinuités résultant de variations dans la forme des guides d'ondes. Aussi bien, avons-nous ici une telle discontinuité puisque nous passons, à l'extrémité terminale considérée, d'un guide ayant des dimensions finies et une impédance Z_z à l'espace libre, guide d'ondes de dimensions infiniment grandes et d'impédance Z .

Nous verrons d'ailleurs, à propos de l'étude des systèmes rayonnants, que des dispositifs adaptant au moins approximativement l'impédance du guide et celle de l'espace libre permettent à l'intérieur du guide de se rapprocher autant que possible du régime progressif.

5.1.3. Dispositifs permettant sans rayonnement extérieur de supprimer l'onde réfléchie à l'intérieur d'un guide d'ondes

a) On peut obtenir l'adaptation en plaçant à l'intérieur du guide, à $\frac{\lambda_z}{4}$ du fond, un film métallique de section droite assez mince pour ne pas présenter de self. (L'étude de la pénétration d'une onde à l'intérieur d'un conducteur montre en effet que l'impédance interne d'un conducteur présente une réactance de self en raison du déphasage progressif de l'intensité de courant observée à mesure qu'on s'enfonce dans le conducteur ; mais pour que cette réactance apparaisse, il faut que le conducteur soit assez épais) (fig. 5).

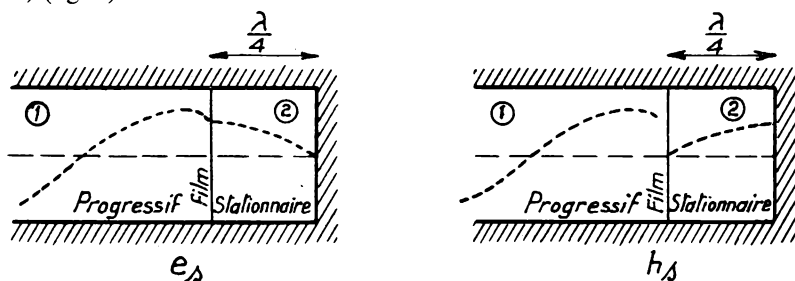


FIG. 5.

De part et d'autre du film [milieux (1) et (2)] on a :

$$(e_s)_1 = (e_s)_2$$

$$(h_s)_1 - (h_s)_2 = i_1,$$

(i_1 étant l'intensité de courant sur une largeur unité).

Mais l'impédance d'onde à l'arrière du film est infiniment grande puisque nous sommes à $\frac{\lambda_z}{4}$ du fond du guide fermé par un conducteur parfait sur lequel $e_s = 0$ et l'impédance d'onde nulle. On a donc à l'arrière du film $(h_s)_2 = 0$. Donc $(h_s)_1 = i_1$.

Si l'on remarque d'autre part que $[e_s]_1 = [e_s]_2 = v_1$, différence de potentiel sur une longueur unité, on a finalement :

$$\frac{(e_s)_1}{(h_s)_1} = \frac{v_1}{i_1}$$

Si donc la résistance R_{11} du film pour un carré de surface unité est telle que :

$$\frac{(e_s)_1}{(h_s)_1} = R_{11}$$

toute l'énergie apportée par l'onde est dissipée dans ce film et on n'a pas d'onde réfléchie. Dans le milieu (1) le régime de vibration est purement progressif (R_{11} ne dépend pas de l'unité de longueur).

Indiquons que si l'on ne veut pas avoir un film métallique trop mince, il ne faut pas que sa conductibilité soit trop élevée : le métal employé doit être beaucoup moins conducteur que le cuivre ⁽¹⁾.

Pour fixer les idées, supposons que l'on fonctionne loin de la fréquence de coupure et que l'impédance dans le guide soit pratiquement égale à l'impédance d'onde dans l'air libre (376,6 ohms) ; on peut réaliser l'adaptation avec un film de 0,2 mm d'épaisseur et de conductibilité égale à $0,25 \cdot 10^{-6}$ celle du cuivre.

b) On peut aussi réaliser l'adaptation en plaçant au fond du guide des dispositifs absorbants faits de bois ou d'un mélange de bakélite et graphite. Si leur longueur est supérieure à deux fois la longueur d'onde dans le guide, le taux d'ondes stationnaires peut être supérieur à 0,95 (fig. 6).

c) Citons aussi le cas des adaptations terminales de guides utilisées pour les dispositifs calorimétriques.

(1) Comme il est montré dans ce paragraphe, la résistance du film par unité de surface R_{11} doit être égale à l'impédance d'onde Z_z , pour le régime de vibration considéré. Si la conductibilité du film est Γ et son épaisseur l ,

$$R_{11} = \frac{1}{\Gamma l}$$

mais à condition que l soit bien inférieur à la pénétration dans le film δ (voir le chapitre IV). C'est la raison pour laquelle le cuivre ne peut convenir : δ serait trop faible, étant proportionnel à $\Gamma^{-1/2}$.

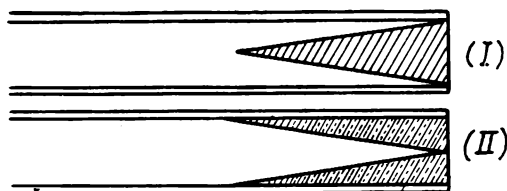


FIG. 6.

L'adaptation sur une bande de 5 % peut être réalisée en remplissant le fond du guide d'eau en circulation pour absorber et évacuer l'énergie apportée par l'onde progressive existant dans le guide rempli d'air. L'adaptation entre l'eau et l'air est faite par un transformateur quart d'onde de matière convenable, en mycalex par exemple.

La présence de l'élément quart d'onde rend le système assez sélectif. Pour opérer sur une gamme relativement large de fréquence, on peut utiliser un dispositif « en coin ». L'eau circule alors dans un tube de quartz qui pénètre en coin dans le fond du guide.

5.1.4. Coaxial fonctionnant en TEM et présentant une discontinuité dans la forme de sa section droite

Nous supposons par exemple qu'en AA' le rayon du conducteur extérieur passe de la valeur b_1 à la valeur b_2 (fig. 7).

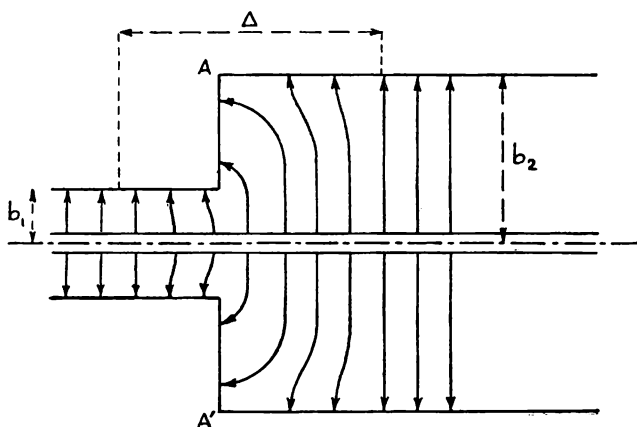


FIG. 7.

La longueur d'onde d'utilisation en régime coaxial est grande par rapport aux dimensions du tube. Sur le coaxial de gauche peuvent se propager seulement une onde TEM incidente et une onde TEM réfléchiée ; sur le coaxial de droite, seule est transmise une onde TEM. Mais avec ces 3 ondes il n'est pas possible d'établir les continuités nécessaires des champs au voisinage de la discontinuité géométrique ; il y a donc de part et d'autre de AA' une zone de transition ayant une épaisseur Δ , de l'ordre de grandeur des dimensions transversales, et dans laquelle existent des ondes correspondant à des régimes TE ou TM très au delà de la coupure et rapidement atténuées. A ces ondes atténuées peuvent correspondre des champs intenses qui entraînent des pertes élevées au voisinage de la discontinuité.

Dans le cas considéré où la longueur d'onde est grande par rapport aux diamètres, on démontre que les lignes du champ électrique se modifient au voisinage de AA' comme elles le feraient en régime statique (fig. 7).

REMARQUE I. — Les ondes amorties qui existent au voisinage d'une discontinuité géométrique, permettent aux continuités des champs nécessaires *dans l'espace* d'être satisfaites ; dans l'étude des circuits électriques on a montré qu'en cas de discontinuité électrique dans le temps des oscillations libres amorties rapidement atténuées permettent de satisfaire aux continuités nécessaires *dans le temps* pour les intensités et différences de potentiel.

REMARQUE II. — A l'intérieur d'un coaxial fonctionnant en TEM, on a $\frac{e}{h} = \eta = Z$, Z étant l'impédance d'onde plane. Si i est l'intensité on trouve facilement que la puissance transmise est :

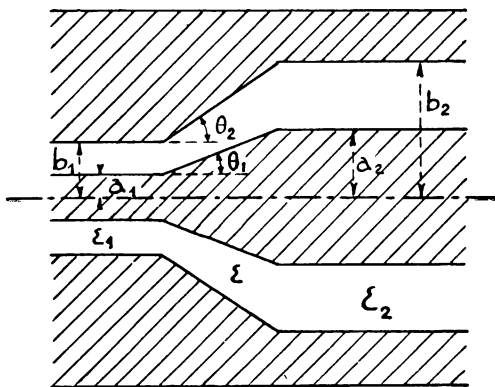


FIG. 8.

$$P = \frac{Z}{2\pi} \cdot i^2 \log_e \frac{b}{a}$$

Dans le cas de la figure 7, il est impossible que P et i conservent la même valeur de part et d'autre de la discontinuité, puisque la valeur de $\frac{b}{a}$ change, Z restant constant il y a donc réflexion à l'aplomb de AA' .

Pour éviter les réflexions, il faut passer de la première partie du coaxial à la deuxième partie par une zone d'adaptation conique assez longue et comportant des variations continues.

Pour que cet élément d'adaptation n'ait pas une trop grande longueur, on remarque que les deux tronçons de coaxiaux et le tronçon conique ont respectivement pour impédances caractéristiques (avec $\mu = 1$).

$$\frac{138}{\sqrt{\varepsilon_1}} \cdot \log_{10} \frac{b_1}{a_1}, \frac{138}{\sqrt{\varepsilon_2}} \cdot \log_{10} \frac{b_2}{a_2}, \frac{138}{\sqrt{\varepsilon}} \log_{10} \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2}} \text{ (ohms) (voir fig. 8)}$$

et l'on prend, en supposant $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\theta_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\theta_1}{2}}$$

5.1.5. Guide d'ondes présentant une discontinuité dans la forme de sa section droite

Une onde venant de la gauche arrive sur cette discontinuité. On observe dans le cas général :

— des ondes réfléchies qui se propagent vers la gauche et qui correspondent à tous les types d'onde susceptibles de se propager dans cette partie du guide ;

— des ondes transmises qui se propagent vers la droite au delà de la discontinuité ;

— des ondes atténuées ($\lambda > \lambda_g$) qui n'existent qu'au voisinage de la discontinuité et qui mettent en jeu de l'énergie réactive.

Les phénomènes constatés sont, on le voit, complexes ; ils se simplifient un peu cependant quand, compte tenu des dimensions du guide, une seule onde peut se propager dans une des parties ou dans les deux parties encadrant la discontinuité. De toutes façons, la longueur d'onde utilisée est ici du même ordre de grandeur que les dimensions du tube et il n'est pas possible, comme dans le cas du coaxial considéré au paragraphe 5.1.4., de dériver du cas statique une image de la déformation du champ au voisinage de la discontinuité.

5.1.6. Obstacles intercalés sur une ligne de transmission

a) Influence d'un diaphragme à l'intérieur d'un guide d'ondes.

Nous allons montrer, par un raisonnement approché, qu'un diaphragme placé à l'intérieur d'un guide d'ondes est équivalent à une réactance en parallèle.

Considérons, par exemple, le diaphragme de la figure 9 qui ramène la section du guide de la forme rectangulaire $ABCD$ à la forme égale-

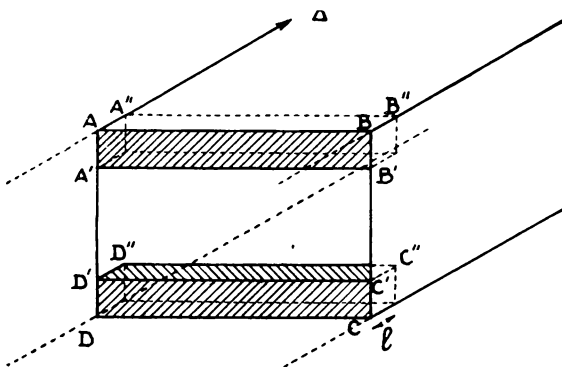


FIG. 9.

ment rectangulaire $A' B' C' D'$. Nous supposons que ce diaphragme a une longueur :

$$AA'' = BB'' = CC'' = DD'' = l.$$

Quand on regarde le système par l'ouverture $A' B' C' D'$ dans le sens $A \Delta$ on peut admettre approximativement que l'on a un guide rectangulaire de section $A' B' C' D'$, de longueur l et d'impédance d'onde Z_d , fermé sur l'impédance d'onde Z du guide $A B C D$ que l'on suppose de grande longueur, au-delà de A'' dans le sens $A'' \Delta$.

D'après la formule classique pour les lignes on a, Z_A étant l'impédance en A ,

$$Z_A = Z_d \frac{Z + jZ_d \operatorname{tg} \alpha l}{Z_d + jZ \operatorname{tg} \alpha l}.$$

Si αl est petit, on en déduit, en considérant les admittances

$$Y_A = \frac{1}{Z} \frac{1 + j\alpha l \frac{Z}{Z_d}}{1 + j\alpha l \frac{Z_d}{Z}} \simeq Y + j\alpha l \left[\frac{Z^2 - Z_d^2}{Z_d Z^2} \right]$$

D'après cette formule tout se passe comme si l'impédance Z du guide et la réactance $-\frac{j}{\alpha l} \cdot \frac{Z_d \cdot Z^2}{Z^2 - Z_d^2}$ étaient en parallèle. C'est le résultat annoncé.

Dans le cas d'un guide à section rectangulaire fonctionnant en TE_{01} la réactance X en parallèle introduite par le diaphragme est selfique quand le champ électrique est parallèle aux bords de la fente [fig. 10 (I)]. Ce champ lèche en effet les parois de la fente et y produit des courants de conduction retardés, car l'impédance des conducteurs est selfique.

Cette réactance est capacitive quand le champ électrique e est perpendiculaire aux bords de la fente [fig. 10 (II)]. Entre ces bords existe en effet des courants de déplacement en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur e .

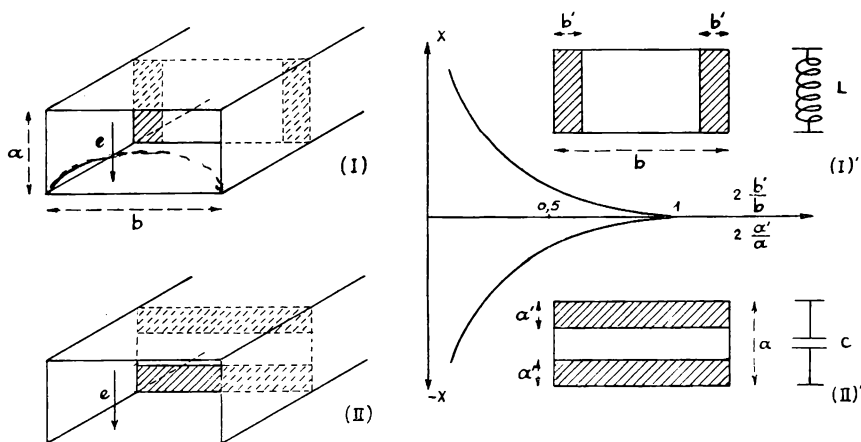


FIG. 10.

REMARQUE. — On se reportera aussi au paragraphe 5.4.2 en annexe.

b) *Influence d'une tige enfoncée parallèlement au champ électrique.*

Ici nous avons en série des courants de conduction i_c et des courants de déplacement i_d . La tige est équivalente à un ensemble réactif, capacité-self, mis en parallèle sur l'impédance du guide (fig. 11). t étant la longueur de tige enfoncée, la réactance x est capacitive quand $t < t_0$, selfique quand $t > t_0$.

Quand $t = t_0$, l'impédance parallèle est nulle ; la ligne est apparemment court-circuitée. L'onde incidente est complètement réfléchie.

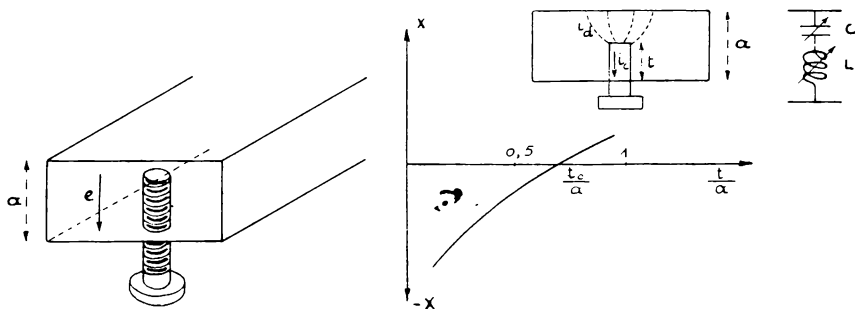


FIG. 11.

5.1.7. Dérivation sur une ligne de transmission

Considérons le cas d'un guide rectangulaire, siège d'une onde TE_{01} .

Une dérivation peut exister, soit sur une face étroite parallèle au champ électrique sur la figure 12 (I), soit sur une face large perpendiculaire à e comme sur la figure 12 (II).

Dans le cas (I) on doit considérer que la dérivation est équivalente à une impédance Z_a mise en parallèle, et l'on dit que l'on a un branchement parallèle. Pour en avoir l'intuition, il faut remarquer que la branche principale et la branche dérivée ont en commun une ligne de force électrique, telle que AA' , et rapprocher ce cas de celui de deux impédances parallèles Z_1 et Z_2 aux bornes desquelles est établie la différence de potentiel commune v [fig. 12 (I)' et (I)''].

Dans le cas (II), c'est l'élément BB' de ligne de champ magnétique qui est commun : l'impédance de la ligne principale et de la ligne dérivée doivent être considérées comme étant *en série* : deux impédances Z_1 et Z_2 en série sont en effet parcourues par la même intensité i de courant [fig. 12 (II)' et (II)'']. Nous disons que nous avons ici un branchement série.

REMARQUE I. — En fait, au voisinage de la dérivation, il existe une zone perturbée dans laquelle apparaissent des ondes atténuées mettant en jeu de l'énergie réactive. Pour en tenir compte et avoir une représentation plus exacte il convient ici d'ajouter aux schémas simples (I)' et (II)' des éléments réactifs convenables, comme dans (I)'' et (II)'':

Les représentations de la figure 13 donnent l'image du champ électrique dans le cas d'une dérivation en T parallèle (I) et dans celui d'une dérivation en T série (II), en supposant que le signal arrive par la branche dérivée.

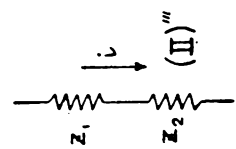
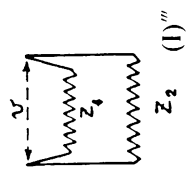
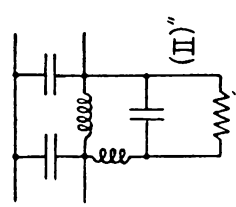
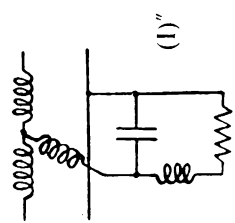
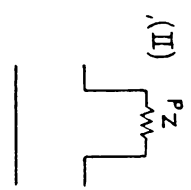
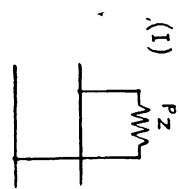
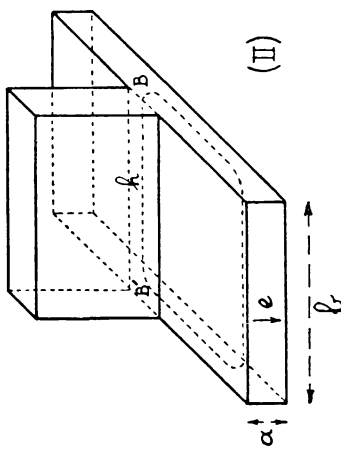
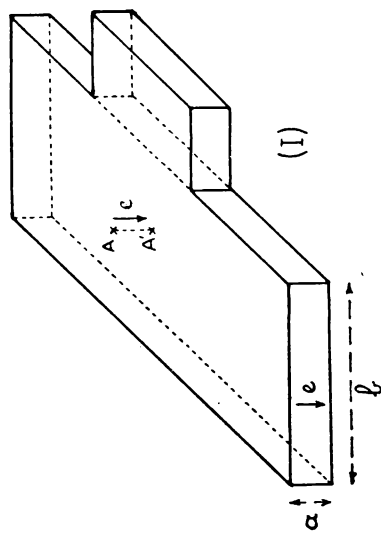


FIG. 12.

5.1.8. Conclusion

Nous avons considéré un certain nombre de discontinuités de natures diverses. Suivant le cas considéré, afin de faciliter l'intuition, on a pu établir une analogie plus ou moins exacte avec ce qui se passe dans le cas des lignes homogènes à constantes réparties, et dessiner des schémas plus ou moins équivalents. Nous pouvons ranger les problèmes ainsi posés, par ordre de complexité croissante, dans les trois catégories suivantes :

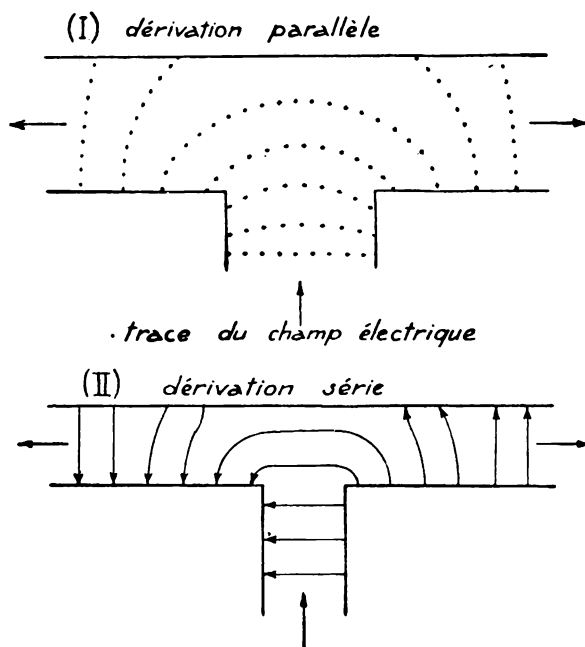


FIG. 13.

1° Avec trois ondes seulement, une onde incidente, une onde réfléchie et une onde transmise, on peut satisfaire aux conditions aux limites sur la discontinuité. Une analogie étroite peut alors être établie avec ce qui se passe dans le cas des lignes ; il suffit de définir convenablement les valeurs d'impédances de part et d'autre de la discontinuité [problèmes 5.1.1. — 5.1.2. (a, b, c) — 5.1.3.].

Pour interpréter facilement les phénomènes mis en évidence, il suffit de se rappeler que l'onde incidente est la résultante d'ondes planes également inclinées qui se réfléchissent et se réfractent sur la section droite de discontinuité.

2° En dehors d'une zone de perturbation de longueur Δ entourant la discontinuité, on a seulement 3 ondes qui peuvent se propager, compte tenu des dimensions du système : une onde incidente et une onde réfléchie avant la discontinuité, une onde transmise au-delà. Mais avec ces 3 ondes seules, on ne peut pas satisfaire aux conditions aux limites, c'est-à-dire aux conditions de continuité des champs. Dans la zone Δ , il y a des ondes TE et TM correspondant à des fréquences inférieures à la fréquence de coupure ; ces ondes sont rapidement atténuées de part et d'autre de la discontinuité ; elles mettent en jeu de l'énergie exclusivement réactive, si l'on suppose les conducteurs parfaits ; dans la réalité, des champs importants peuvent cependant leur correspondre, et des pertes non négligeables en résulter.

Le schéma équivalent doit ici comporter des éléments réactifs additionnels, placés au voisinage de la discontinuité [problèmes 5.1.2. (d) — 5.1.4 — 5.1.5. — 5.1.6 (a,b) — 5.1.7].

REMARQUE. — Il est bien évident que, dans le cas 5.1.7., on a deux ondes transmises au lieu d'une.

3° Les dimensions transversales des dispositifs de transmission considérés sont telles que plusieurs types d'ondes peuvent se propager. Avant la discontinuité nous avons l'onde incidente et plusieurs ondes réfléchies ; au delà, nous avons plusieurs ondes transmises ; à son voisinage, nous avons des ondes atténuées. L'ensemble ainsi constitué est complexe ; il est difficile sinon impossible de l'étudier avec précision. Pratiquement, le plus souvent, utilisant des guides de dimensions convenables par rapport à la longueur d'onde, on évite de se trouver dans ce cas compliqué dont nous n'avons pas donné d'exemples.

5.2. RÉALISATIONS TECHNIQUES PARTICULIÈRES

Nous allons maintenant donner la description et le principe de fonctionnement de quelques réalisations utilisées, parmi beaucoup d'autres, dans le domaine des hyperfréquences. Ces exemples montrent l'aspect particulier que prend la technique pour les longueurs d'ondes les plus courtes de la gamme radioélectrique.

5.2.1. Joints rotatifs

Il peut être nécessaire de séparer mécaniquement deux parties d'une même installation, par exemple pour que l'une d'entre elles plus délicate ne soit pas soumise aux vibrations de l'autre ou pour faciliter la suppression des dérangements. Il est alors nécessaire de réaliser des joints qui n'apportent pas de perturbation au fonctionnement électrique du système.

Quand une partie des installations est mobile, c'est le cas d'une antenne de radar, il faut de plus que ces joints soient des joints tournants.

Nous donnons ci-après quelques exemples.

a) *Cas d'un coaxial.* — Le joint est réalisé comme sur la figure 14.

La continuité du conducteur intérieur, quand on passe de la partie tournante de gauche à la partie fixe droite, est réalisée par le tronçon de coaxial CD .

Ce tronçon long de $\frac{\lambda}{4}$ est ouvert en D ; c'est donc une impédance presque nulle qui est reportée en C .

La continuité apparente du conducteur extérieur est réalisée par le tronçon du coaxial AB . Ce tronçon long de $\frac{\lambda}{2}$ est court-circuité en B : son impédance d'entrée A est donc très faible.

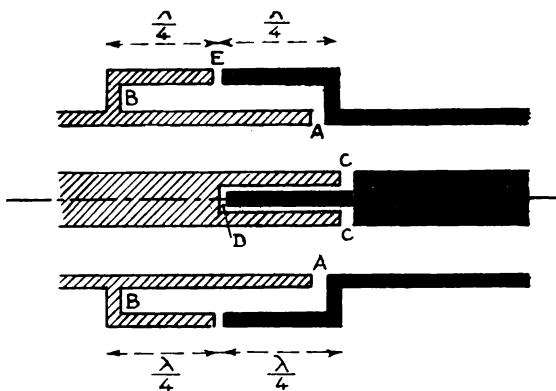


FIG. 14.

La coupure en E a peu d'importance car le courant est pratiquement nul en ce point. Le rayonnement vers l'extérieur par la fente E est très faible.

b) *Cas d'un guide d'ondes.* — Le type de guide le plus utilisé pour les ondes centimétriques, dans les dispositifs de radar en particulier, est le guide rectangulaire fonctionnant en TE_{01} .

Les joints tournants, difficiles à réaliser avec des guides à section rectangulaire, le sont facilement avec des guides à section circulaire. On opère donc de la façon suivante :

Entre le guide rectangulaire TE_{01} venant de la source (magnétron) et le guide rectangulaire TE_{01} allant à l'antenne, on intercale un tronçon

de guide à section circulaire TM_{01} (fig. 15). Les éléments d'antenne L , placés sur l'axe de rotation et l'échés par le champ électrique, établissent la continuité du système de transmission constitué par les tronçons successifs de guides d'ondes.

La partie mobile située au-dessus du point J peut tourner autour de

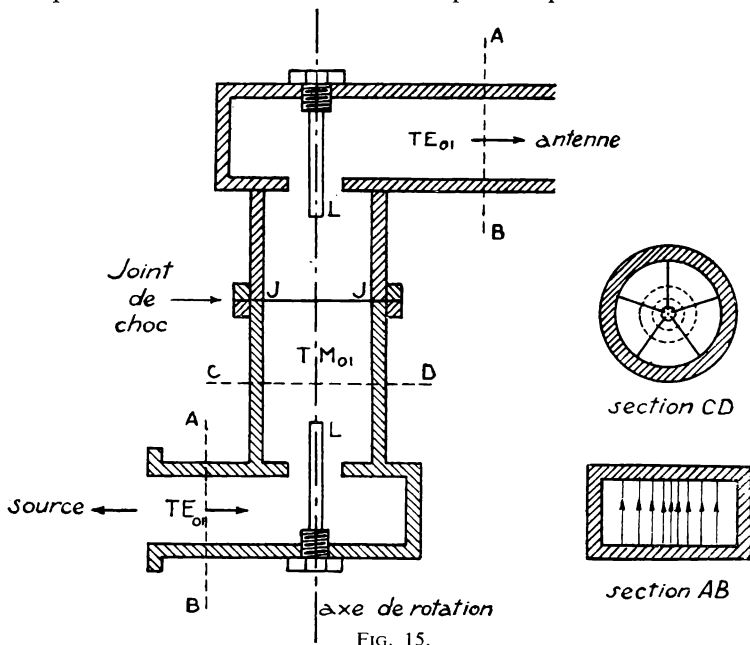


FIG. 15.

l'axe du tronçon de guide à section circulaire. Le joint dont le détail est donné en détail sur la figure 16 ramène en J une impédance très faible.

Remarquons que, si dans le guide à section circulaire on utilisait une onde TE_{01} , il ne serait pas utile de disposer en J un joint de choc ; les courants seraient alors, en effet, des courants de section droite et la fente annulaire séparant en J les deux parties de guide mobiles l'une par rapport à l'autre, ne rayonnerait pas vers l'extérieur (voir au chapitre VII l'étude des fentes rayonnantes).

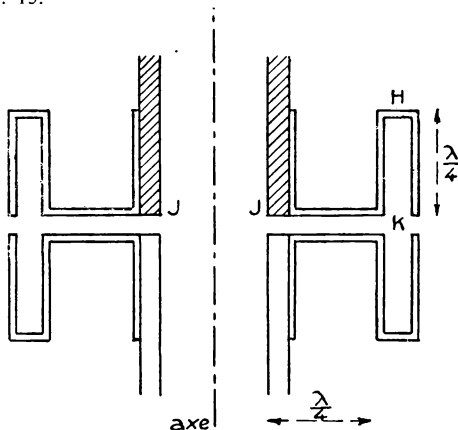


FIG. 16.

5.2.2. Filtres — Transformateurs d'onde

Dans le cas où plusieurs types d'onde peuvent exister dans un guide, on peut utiliser des dispositifs qui avantagent l'un de ces types au détriment des autres.

Par exemple, pour un guide circulaire, des fils conducteurs parallèles tendus à l'intérieur d'un cercle conducteur de section droite, perpendiculairement aux lignes de forces électriques de l'onde TE_{11} , n'arrêtent pas cette onde, mais affaiblissent notablement les autres [fig. 17 (I) et (I')]. De la même façon un filtre constitué par des cercles conducteurs concentriques laisse passer TM_{01} mais affaiblit les autres, en particulier TE_{01} [fig. 17 (II) et (II')].

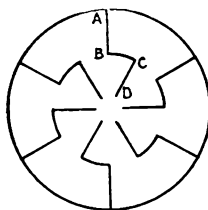
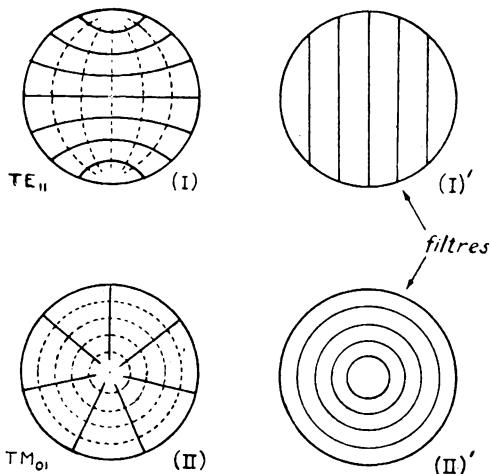


FIG. 18.

FIG. 17.

Le dispositif réalisé par CLAVIER pour transformer une onde TM_{01} en une onde TE_{01} dérive d'une technique analogue. Ce transformateur d'ondes est constitué (fig. 18) par des éléments tels que $ABCD$ disposés radialement. Sous l'effet du champ électrique de TM_{01} des forces électromotrices prennent naissance dans des éléments tels que AB et CD . Les éléments BC , ventres de courants, constituent un courant circulaire qui correspond à l'onde TE_{01} ; cette onde apparaît au delà du filtre.

La figure 19 représente un modèle de filtre constitué par des anneaux métalliques isolés les uns des autres et portés par un manchon isolant.

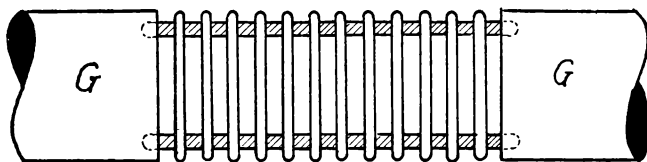


FIG. 19.

Ce filtre, placé entre deux tronçons G d'un guide interrompu, permet la propagation sans perturbation de l'onde TE_{01} dont les courants se propagent en section droite. Les ondes parasites sont rayonnées dans l'espace extérieur.

5.2.3. Dispositifs d'attaque

Des modes d'attaque appropriés permettent d'obtenir dans un guide une onde d'un type déterminé.

Si les conducteurs d'amenée du courant, véritables petites antennes, pénètrent dans le guide parallèlement à l'axe, on obtient des ondes TM . Si les conducteurs pénètrent perpendiculairement à l'axe, on obtient des ondes TE . On trouve une illustration de ceci dans le joint tournant dont le schéma est donné ci-dessus dans la figure 15.

On doit également établir une concordance entre la symétrie du dispositif d'attaque, et la symétrie de l'onde que l'on veut obtenir. Par exemple, une antenne attaquant un guide circulaire suivant son axe donnera une onde TM_{01} , à lignes de champ magnétique circulaires de section droite [fig. 20 (I)] ; une boucle circulaire placée en section droite dans le même guide engendrera une onde TE_{01} , à lignes de champ électrique

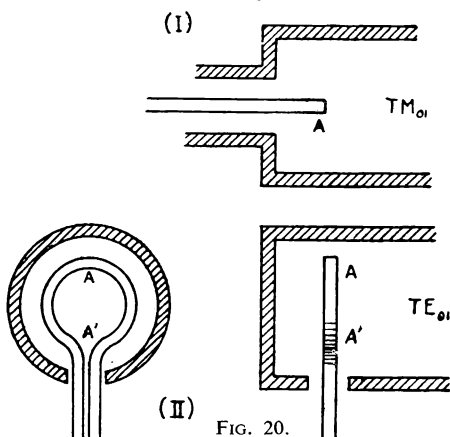


FIG. 20.

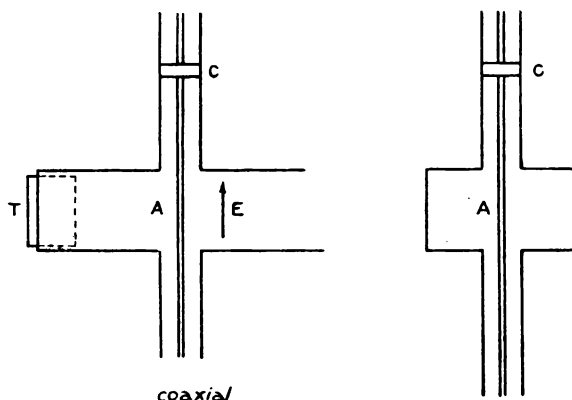


FIG. 21.

circulaires en section droite [fig. 20 (II)].

En fait un problème d'adaptation est posé aux points d'attaque. Considérons par exemple le système représenté sur la figure 21 dans lequel un guide à section rectangulaire fonctionnant en TE_{01} est attaqué par un coaxial. Le court-circuit C et le tiroir T permettent d'an-

nuler la réactance de l'antenne A et de lui donner une résistance de rayonnement égale à celle du coaxial, qui se trouve ainsi adapté.

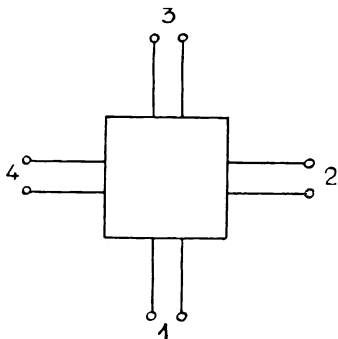


FIG. 22.

5.2.4. Circuits différentiels

On connaît l'existence, dans la technique des circuits 4 fils utilisés soit sur les câbles à grande distance, soit sur les liaisons radiotéléphoniques, d'éléments de jonction, appelés transformateurs différentiels (ou jonctions « hybrides »), comportant 4 paires de bornes (fig. 22) ; l'énergie arrivant par une de ces paires (1 par exemple) se partage également entre les paires adjacentes (2 et 4), aucune fraction de cette énergie n'atteignant les bornes oppo-

sées (3). Ces dispositifs permettent principalement de supprimer le phénomène d'écho en amenant sur deux paires de bornes opposées la voie d'aller et la voie de retour.

Dans la technique des hyperfréquences, il est de façon analogue, nécessaire d'isoler l'émetteur du récepteur ou d'empêcher l'oscillateur local d'avoir une action sur l'antenne. Les dispositifs utilisés pour donner un affaiblissement théoriquement infini entre les arrivées des deux circuits qu'il s'agit d'isoler peuvent prendre des formes diverses, par exemple celles décrites ci-après.

A. — Coupleur différentiel en anneau.

Un guide en anneau circulaire fonctionnant en TE_{01} (champ électrique parallèle au plan de l'anneau) a une longueur de $6\frac{\lambda}{4}$ (λ = longueur d'onde de phase) (fig. 23).

Supposons que des guides destinés à fonctionner également en TE_{01} débouchent en (1), (2), (3) et (4), comme indiqué sur la figure.

Une onde arrivant par (1) par exemple va donner naissance à 2 ondes se propageant en sens inverses dans l'anneau, avec au départ en (1) un déphasage de 180° [fig. 23 — (II)]. D'où il résulte dans l'espace annulaire un régime stationnaire pur avec un ventre de tension en (3) et des nœuds en (2) et (4) ; pour le voir, on se reportera à la figure 23 (III), où les phases des deux ondes progressives sont indiquées, en trait plein pour l'une, en tirets pour l'autre.

Les départs (1) (2) (3) (4) établis sur l'anneau, d'après ce que l'on a vu ci-dessus, doivent être considérés comme étant en série avec le circuit annulaire.

Dès lors, le départ (3) situé en face d'un ventre de tension n'absorbe pas d'énergie ; l'affaiblissement entre (1) et (3) est infiniment grand ; les départs (2) et (4), situés en face de nœuds de tension, écoulent au contraire des quantités d'énergie égales.

De façon générale, entre deux bornes de même parité du système considéré, il y a un affaiblissement infini ; si on alimente une borne quelconque, des énergies égales sont écoulees par les bornes adjacentes.

B. — Autres coupleurs.

La figure 24 (I) donne l'image d'un coupleur différentiel dans lequel un affaiblissement infini existe entre l'arrivée d'un coaxial C et celle d'un guide rectangulaire G fonctionnant en TE_{01} , débouchant face à face sur un guide H . La car-

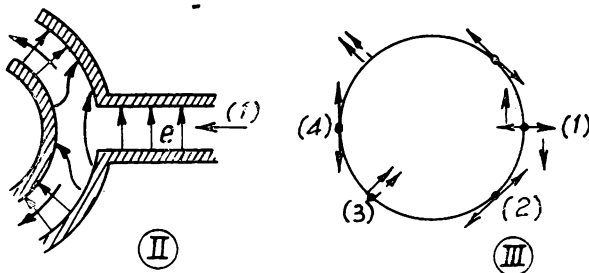
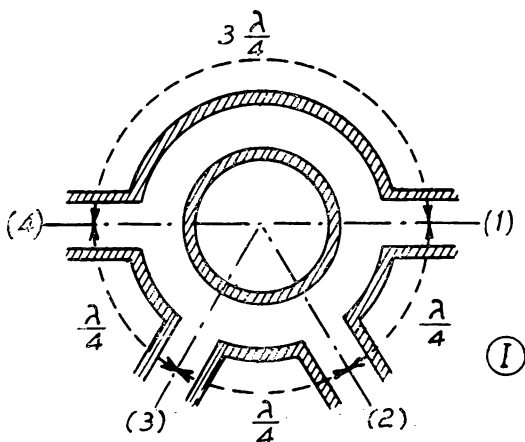


FIG. 23.

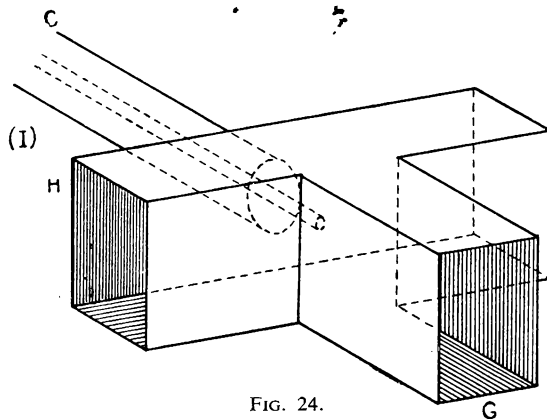


FIG. 24.

te des champs correspondants [fig. 24 (II) et (III)] montre sans difficulté qu'on a un affaiblissement infiniment grand entre C et G , que l'énergie arrive par le guide ou qu'elle arrive par le coaxial.

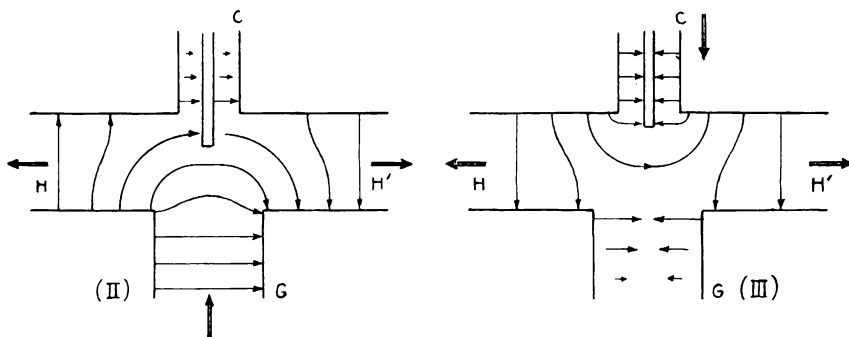


FIG. 24.

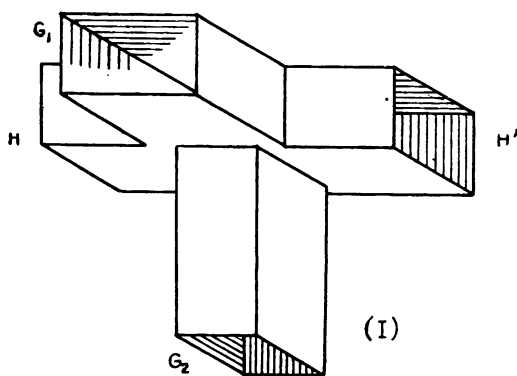


FIG. 25.

La figure 25 schématise un autre système de jonction appelé « *T magique* ».

Sur le guide principal H et H' débouchent, au même point, un guide G_1 et un guide G_2 . Le guide G_1 correspond à un branchement parallèle ; le guide G_2 correspond à un branchement série. L'examen des lignes de champ électrique montre qu'un affaiblissement infini-

ment grand existe entre G_1 et G_2 , que l'énergie arrive par G_1 [fig. 26 (II)] ou par G_2 [fig. 26 (III)].

5.2.5. Atténuateurs

a) Atténuateurs de mesure à propagation guidée.

Au paragraphe 3.7 nous avons montré qu'un guide est le siège d'une propagation avec affaiblissement, quand la longueur d'onde d'excitation est supérieure à la longueur d'onde de coupure pour le régime de fonc-

tionnement considéré. Si $\frac{\lambda}{\lambda_c}$ est assez grand, l'affaiblissement par unité de longueur est pratiquement indépendant de la fréquence. On réalise sur ce principe des atténuateurs.

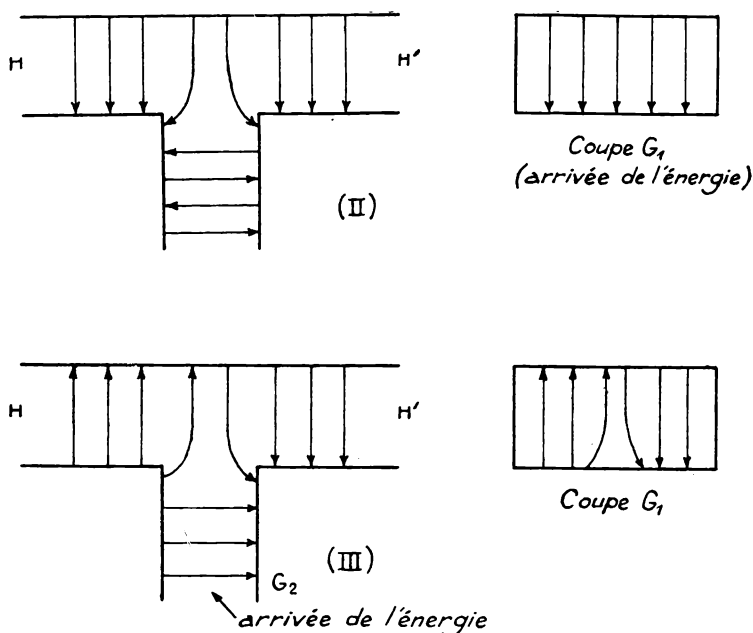


FIG. 26.

Les atténuateurs (I) et (II) de la figure 27 sont des tronçons de guide d'ondes, fonctionnant respectivement sur TM_{01} et TE_{11} et intercalés entre deux éléments coaxiaux. On fait varier l'affaiblissement, par exemple de 20 à 120 dB, en faisant varier la longueur l par le jeu d'un piston.

Pour fixer les idées, avec un diamètre $d = 0,84$ cm, on a des longueurs d'onde de coupure

$$\lambda_c(TM_{01}) = 1,1 \text{ cm}$$

$$\lambda_c(TE_{11}) = 1,45 \text{ cm}$$

Au-dessus de $\lambda = 8$ cm, l'atténuation est indépendante de la fréquence et est égale à :

$$50 \text{ dB/cm pour } TM_{01}$$

$$36 \text{ dB/cm pour } TE_{11}$$

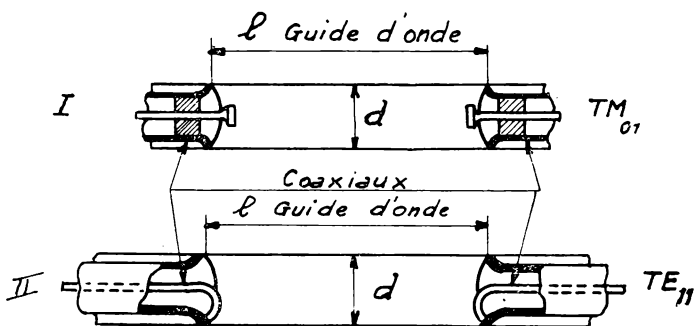


FIG. 27.

b) Atténuateurs à absorption.

Les atténuateurs à dissipation, utilisés en pratique sur des guides rectangulaires fonctionnant en TE_{01} , sont constitués par des éléments de plaque résistante introduits à l'intérieur du guide par une fente pratiquée sur l'axe d'une des grandes faces. On voit que les parois de l'atténuateur sont placées parallèlement au champ électrique, à l'endroit où ce champ a sa valeur maximum (fig. 28). Ainsi placée, la fente ne rayonne pas.

5.2.6. Changements de direction

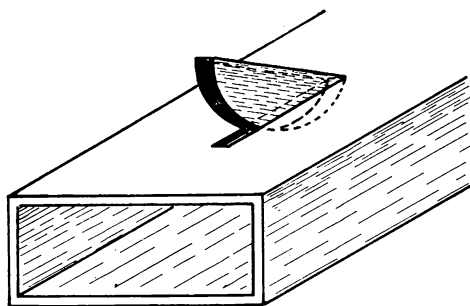


FIG. 28.

Les guides d'ondes étudiés jusqu'à maintenant étaient des guides d'ondes cylindriques. La question se pose de savoir ce qui se passe quand des changements de direction sont nécessaires : le problème a deux aspects différents, que nous allons étudier successivement.

1° Dans les installations d'émission ou de réception fonctionnant en « hyperfréquences », on utilise des éléments de guides d'onde qu'il peut être nécessaire de couder. Il faut éviter que les coudes réalisés, auxquels correspondent des discontinuités en ligne, ne conduisent à un taux d'ondes stationnaires trop faible ($S < 0,95$) et ne rendent ainsi la charge sur laquelle travaillent les tubes trop variables avec la fréquence.

En pratique les guides d'ondes utilisés comme il vient d'être dit sont des guides à section rectangulaire fonctionnant sur le mode TE_{01} . Nous nous contentons donc ici d'envisager ce cas là.

Pour réaliser le coude nécessaire, on peut, soit donner au guide une courbure progressive, soit réaliser un changement de direction en coin.

a) Dans le premier cas, si le rayon de courbure est perpendiculaire aux grandes faces du guide, on dit que l'on a une courbure H ; s'il est perpendiculaire aux petites faces, on a une courbure E.

De toutes façons, tant que le rayon de courbure moyen est supérieur à la longueur d'onde en espace libre le taux d'ondes stationnaires est supérieur à 0,95.

b) Pour les changements de direction rapide, on emploie, le plus souvent, des dispositifs en coin (tel que celui de la fig. 29), sur lesquels on a réalisé une troncature $TT'T'$. Pour une longueur d'onde donnée, à chaque valeur de l'angle θ correspond une valeur du rapport $\frac{D}{D_0}$ qui permet d'annuler l'onde réfléchie.

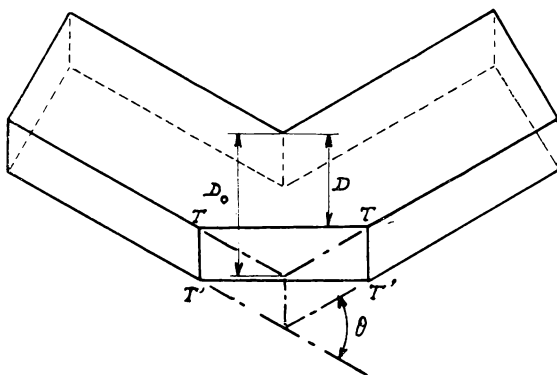


FIG. 29.

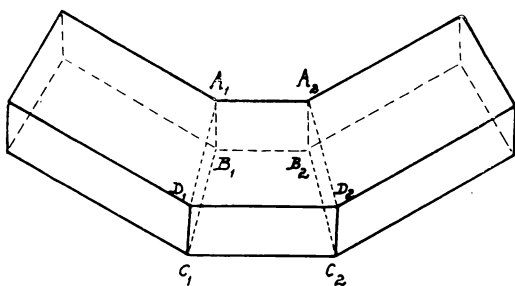


FIG. 30.

Mais l'adaptation ainsi réalisée est sélective. Pour réaliser des coins « à large bande », on réalise la rotation en deux temps comme il est indiqué sur la figure 30. A chacune des deux discontinuités ($A_1 B_1 C_1 D_1$ et $A_2 B_2 C_2 D_2$), correspondent des éléments réactifs équivalents ; ces éléments réactifs sont ici couplés par l'intermédiaire

des ondes atténuées, qui prennent naissance sur chacune des discontinuités et qui ne sont pas encore complètement amorties en arrivant sur l'autre de ces discontinuités. Le principe du système rappelle celui des circuits classiques couplés à large bande.

2° Pour les guides pouvant éventuellement servir de lignes de transmission à grande distance, on a envisagé exclusivement la section circulaire et l'utilisation d'ondes du type TE_{01} à symétrie de révolution ; pour ces ondes la composante du courant suivant les génératrices est nulle et l'affaiblissement diminue constamment quand la fréquence augmente (voir pour l'onde TE_{01} la figure 7 du paragraphe 4.5.3).

La question s'est posée de savoir dans quelles limites les ondes utilisées resteraient stables dans les parties du guide qui ne seraient plus cylindriques, c'est-à-dire dans les parties courbées. Des études théoriques ont été faites du problème posé, en particulier par JOUGUET qui est arrivé aux conclusions suivantes : dans un guide parfaitement conducteur et de grand rayon de courbure prennent naissance une onde TE_{01} et une onde TM_{11} , l'énergie passant alternativement de l'une de ces ondes à l'autre. Dans le cas où la résistivité n'est pas nulle, seule subsiste au bout d'un certain trajet l'onde TE_{01} , qui est cependant plus affaiblie que dans un guide rectiligne.

Quand le rayon de courbure diminue, il devient de plus en plus difficile de guider l'onde TE_{01} .

Des études sont en cours, d'une part pour vérifier les résultats de la théorie, d'autre part pour réaliser des « astuces techniques » tendant à canaliser l'onde TE_{01} dans les parties courbées.

5.2.7. Autres dispositifs

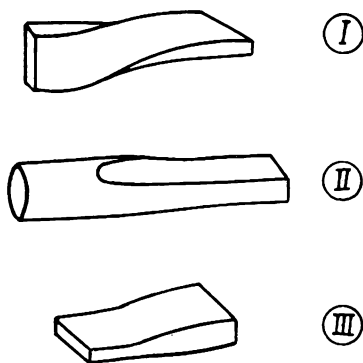


FIG. 31.

Bien d'autres dispositifs que ceux jusqu'ici décrits dans ce chapitre V sont utilisés dans la technique des guides d'ondes. Nous ferons, à ce sujet, deux remarques :

1° Pour les guides d'ondes, les dispositifs d'adaptation à variations progressives sont en général préférables aux dispositifs d'adaptation à variations discontinues, qui pourraient être réalisées par analogie avec ceux utilisés sur les lignes de transmissions classiques, mais qui auraient l'inconvénient de faire naître des ondes « évanescentes » aux points de discontinuité.

Comme dispositifs d'adaptation à variations progressives, nous citerons (fig. 31) :

(I) : un dispositif qui réalise un changement de direction, en général de 90° , sur un guide à section rectangulaire.

(II) : un dispositif qui permet de passer d'un guide rectangulaire (TE_{01}) à un guide circulaire (TE_{11}).

(III) : un dispositif qui permet de réduire la petite dimension d'un guide rectangulaire pour attaquer, par exemple, un aérien réflecteur en forme de paraboloïde.

2° Toutes les fois que l'on veut obtenir des variations de phase à l'intérieur d'un guide d'onde, on utilise des éléments de diélectrique solide, de constante supérieure à celle de l'air, que l'on introduit dans le guide d'onde.

Par exemple, une lame diélectrique placée dans un guide rectangulaire (TE_{01}) parallèlement au champ électrique, produit un déphasage ; cette lame peut être déplacée dans le guide perpendiculairement aux petites faces et l'effet obtenu, ainsi réglable, est maximum quand la lame est au milieu du guide à l'endroit où le champ est lui-même maximum. On peut également utiliser un déphaseur dont le schéma serait celui de l'atténuateur de la figure 28 ; mais la lame mobile serait ici constituée par une plaque diélectrique.

De la même façon, dans un guide circulaire fonctionnant en TE_{11} , le champ électrique de section droite à polarisation rectiligne étant considéré comme la résultante de deux composantes à angle droit, en phase, on peut obtenir une polarisation circulaire en faisant agir un élément diélectrique sur l'une des deux composantes, de façon à la déphaser de 90° par rapport à l'autre.

5.3. EMPLOI DES FERRITES DANS LE DOMAINE DES HYPERFRÉQUENCES

5.3.1. Réalisation de dispositifs non réciproques pour hyperfréquences

Le principe de réciprocité, valable dans de nombreux domaines de la physique, peut être ainsi énoncé :

Si une action A s'exerçant en un point p d'un système provoque un effet B en un deuxième point q , la même action A , s'exerçant en q , provoque au point p un effet B égal au premier.

Le principe de réciprocité comporte des exceptions, par exemple le comportement du gyroscope dans le domaine de la mécanique, ou bien le phénomène optique correspondant à l'expérience de Rayleigh.

Des systèmes de transmission non réciproques peuvent être réalisés, dans le domaine des hyperfréquences, en plaçant dans des tronçons de guides d'onde, comme il est dit ci-après, des pièces faites à l'aide de ferrites, matières céramiques ferromagnétiques dont nous donnons les principales caractéristiques.

5.3.2. Corps magnétiques non métalliques : ferrites

On sait quelle utilisation a été faite de corps magnétiques métalliques pour la réalisation de circuits magnétiques ; pour les alliages de fer

dont il s'agit on n'obtient pas des coefficients de résistivité supérieurs à $10^{-7} \Omega \text{ m}$ et les courants de Foucault dans une masse pleine, en régime variable, provoquent rapidement des pertes importantes.

Aux fréquences industrielles on utilise donc du fer feuilleté constitué par des lames minces isolées les unes des autres, puis aux fréquences radio-électriques on emploie un aggloméré de poudre de fer, les grains (diamètre 50μ par exemple) étant noyés dans un isolant. Mais l'emploi de fer de plus en plus divisé entraîne une diminution de plus en plus grande de la perméabilité.

On a donc songé à l'utilisation aux fréquences élevées de corps magnétiques *non métalliques*, et en particulier d'oxydes de fer appelés ferrites dont le coefficient de résistivité est très élevé.

Les ferrites ont une formule chimique de la forme $M\text{Fe}_2\text{O}_4$ où M est un métal bivalent [Fe (magnétite = Fe_3O_4), Cu, Pb, Mg, Ni, Co, Mn].

En mélangeant les ferrites magnétiques indiquées ci-dessus avec des ferrites *non magnétiques* (Zn ou Cd), on peut obtenir en même temps qu'une grande résistivité une perméabilité élevée (de 1 000 à 4 000, par exemple).

Pour la magnétite (Fe_3O_4) le coefficient de résistivité ρ relativement peu élevé est égal à $10^{-4} \Omega \text{ m}$; mais avec les autres ferrites ρ peut atteindre des valeurs comprises entre 10^3 et $10^5 \Omega \text{ m}$, valeurs 10^{10} à 10^{12} fois plus élevées que celles obtenues pour les alliages ferreux les plus résistants.

Les ferrites magnétiques sont utilisées dans la constitution des bobines pour courants porteurs ou pour la réalisation d'inductances pour les moyennes-fréquences des récepteurs.

Du point de vue qui nous intéresse ici, et compte tenu des propriétés attachées à des phénomènes de résonance magnétique que nous allons étudier dans le paragraphe suivant, les ferrites sont utilisées à l'intérieur des guides d'onde, dans le domaine des hyperfréquences ; grâce à leur caractère *non métallique*, elles ne provoquent pas de réflexions et ne sont pas le siège de pertes Joule élevées.

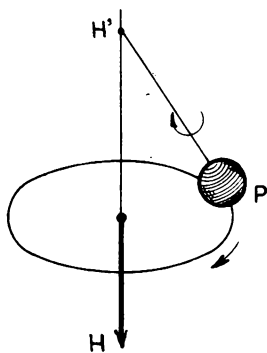


FIG. 32.

5.3.3. La résonance magnétique

L'utilisation des ferrites dans les guides d'onde a pour base le phénomène de *résonance magnétique*.

Un électron tournant sur lui-même présente un moment magnétique (spin). En présence d'un champ magnétique H' continu, cet électron a tendance à décrire un cercle perpendiculaire à l'axe $H'H$ et centré sur lui, dans un mouvement de précession analogue à celui que prendrait par rapport au champ de la pesanteur un pendule P constitué par une toupie tournant sur elle-même (fig. 32).

Le sens de la précession est celui du courant électrique qui produirait le champ H' .

Pour un électron libre la vitesse angulaire de précession ω_p est donnée par la formule :

$$\omega_p = \gamma H \quad (1)$$

(où H est le champ magnétique, et où $\gamma = 2,21.10^5$ m/As).

Dans un cristal, la formule simple donnée ci-dessus pour ω_p ne s'applique plus ; la vitesse de rotation dépend d'une façon assez compliquée de l'état magnétique des matériaux (formule de Kittel). Le mouvement de précession est alors rapidement amorti ; on peut l'entretenir à l'aide d'un champ magnétique alternatif à polarisation circulaire de sens convenable perpendiculaire au champ continu existant à l'intérieur du corps magnétique. On peut facilement obtenir les valeurs de ce champ qui correspondent à des fréquences d'ondes centimétriques.

Il est bien évident que le champ magnétique qui entretient la précession se trouve affaibli.

REMARQUE. — Dans le cadre de la résonance magnétique, à côté de la résonance électronique que nous venons de considérer, il existe une résonance nucléaire, à laquelle correspondent des fréquences de l'ordre de 20 MHz.

5.3.4. Absorption par résonance et effet Faraday (Effet gyromagnétique)

A. — *Absorption par résonance magnétique.*

L'étude faite au paragraphe (3.1) du fonctionnement d'un guide d'ondes rectangulaire en régime TE_{01} nous a montré qu'en section droite les composantes h_y et h_z du champ magnétique, en quadrature dans l'espace, sont aussi en quadrature dans le temps. Les variations en amplitude de

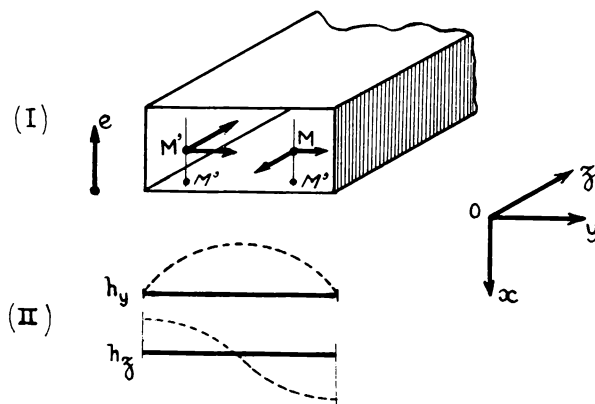


FIG. 33.

h_y et h_z , en fonction de la coordonnée y sont représentées par la figure 33 (II). En tous points des droites MM et $M'M'$ de la figure 33 (I), les amplitudes sont égales et l'on a une polarisation circulaire dans un plan parallèle à yOz .

Pour un sens de propagation donné dans le guide, les polarisations aux points M et M' tournent dans des sens déterminés mais opposés ; si le sens de propagation est changé les sens de rotation en M et M' sont l'un et l'autre changés ; ils restent donc opposés.

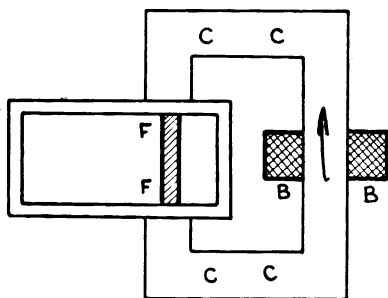


FIG. 34.

Disposons dans le guide, suivant MM , un barreau de ferrite F . Un champ magnétique permanent, dont la direction est celle du barreau, est produit par la bobine B et le circuit magnétique C ; sa valeur est telle que $\omega_p = \omega$ (fig. 34).

Des deux sens possibles de propagation pour une onde TE_{01} dans le guide, il en existe un pour lequel le sens de la rotation du champ à polarisation circulaire dans la ferrite est tel qu'il y a entretien de la précession ; pour le sens de propagation considéré il y a affaiblissement important de l'onde, pour le sens opposé cet affaiblissement est faible (par exemple 20 à 30 dB contre 1 ou 2 dB). On a donc réalisé un élément de transmission *non réciproque*.

Si l'on change le sens du champ permanent H on permute les sens des propagations affaiblie et non affaiblie.

La figure 35 donne pour les deux sens de propagation l'affaiblissement

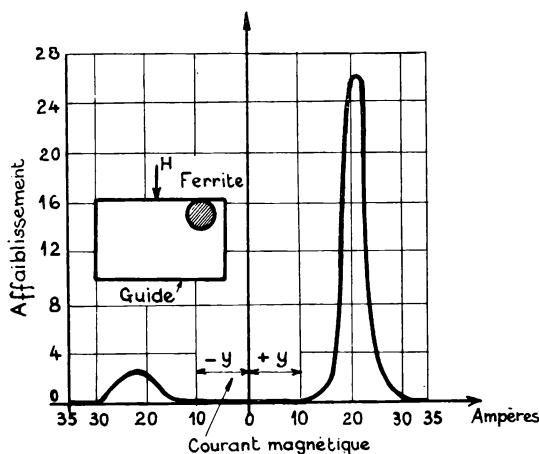


FIG. 35.

en fonction du courant magnétisant ; l'expérience a été faite avec un tronçon de guide d'onde rectangulaire, un barreau de ferrite ayant été placé à un endroit où la polarisation dans le guide est circulaire.

On voit que, la résonance étant réalisée ($\omega = \omega_p$ pour un courant magnétisant de 21 A dans l'exemple donné), l'affaiblissement est de 26 dB dans un sens de transmission, de 2 dB dans l'autre.

B. — Effet Faraday ou gyromagnétique.

Une vibration à polarisation rectiligne (vecteur OA) peut être considérée comme résultant de la superposition de deux vibrations à polarisations circulaires (vecteurs OB_1 et OB_2) tournant en sens inverses (fig. 36).

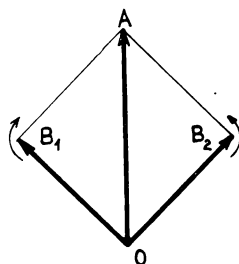


FIG. 36.

Si l'onde correspondante se propage perpendiculairement au plan OB_1, OB_2 , à travers une ferrite soumise à un champ magnétique permanent parallèle à la direction de propagation, les conditions de résonance n'étant pas réalisées, il se trouve qu'aux deux ondes composantes à polarisation circulaire (supposées également affaiblies) ne correspondent pas les mêmes vitesses.

Le vecteur OA tourne donc dans le plan OB_1, OB_2 proportionnellement aux espaces parcourus.

A une onde TE_{11} se propageant dans un guide à section droite circulaire correspond à peu près une polarisation rectiligne (fig. 37-I).

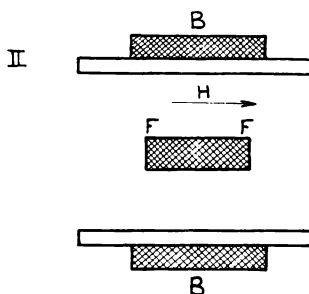
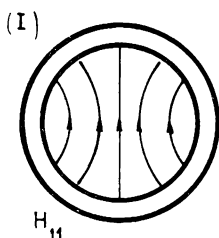


FIG. 37.

Dans le guide d'onde correspondant est placé un barreau de ferrite FF (fig. 37-II) ; les bobines B produisent un champ magnétique permanent parallèle aux génératrices.

La présence du barreau F provoque une rotation de la direction de polarisation de l'onde TE_{11} .

On peut, par exemple, obtenir facilement, pour des barreaux de quelques centimètres de longueur, des angles de rotation de 45° ou 90° avec des affaiblissements de propagation de l'ordre de 1 dB.

L'angle de rotation est indépendant du sens de propagation ; cette propriété permet d'obtenir des éléments de transmission *non réciproques*.

La figure 38 donne, en fonction de l'intensité du champ magnétique, les valeurs de l'angle de rotation Φ du plan de polarisation d'une onde élec-



FIG. 38.

tr magnétique pendant la traversée d'un guide d'onde renfermant un cylindre de ferrite long de 4 centimètres et placé suivant son axe.

REMARQUES. — 1) Pour que l'angle de rotation ne dépende pas du courant alimentant les bobines, on fonctionne avec une ferrite saturée par le champ permanent H .

2) Le diamètre à donner au cylindre de ferrite a une valeur qui résulte d'un compromis ; l'augmentation de ce diamètre fait en effet diminuer en même temps les pertes et la bande passante.

Le barreau de ferrite peut être soutenu dans le guide par de la mousse de polystyrène qui ne provoque pas de réflexion dans le guide.

3) Si les 2 composantes circulaires ne sont pas également affaiblies on obtient à la sortie du système une polarisation elliptique.

5.3.5. Réalisations techniques à base de ferrites

1° Application de la résonance magnétique.

Nous avons vu que la présence du barreau de ferrite de la figure 34 permet la réalisation d'un séparateur, c'est-à-dire d'un quadripôle ne permettant la transmission que dans un sens.

En fait, l'élément de ferrite peut par exemple prendre la forme d'une plaque rectangulaire F portée par un support de quartz auquel on a donné une forme trapézoïdale pour réduire les réflexions. L'ensemble est placé dans un guide rectangulaire, de façon à ce que Oz soit parallèle aux génératrices et que Oy soit parallèle au petit côté du guide (fig. 39).

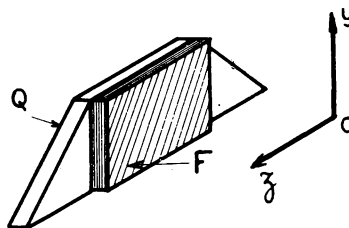


FIG. 39.

Dans les systèmes qui mettent en jeu la résonance magnétique, on doit avoir $\omega = \omega_p$, ω étant la pulsation et ω_p la vitesse angulaire de la précession. Cela implique l'utilisation de champs magnétiques importants, par exemple des champs de 140 000 A/m (1 750 Oe) pour les systèmes fonctionnant aux environs de 9 000 MHz.

Le champ magnétique à utiliser diminue en même temps que la fréquence, comme le laisse pressentir la relation (1) donnée ci-dessus pour un électron libre. La fréquence la plus basse d'utilisation du système est celle pour laquelle on n'a plus de saturation magnétique.

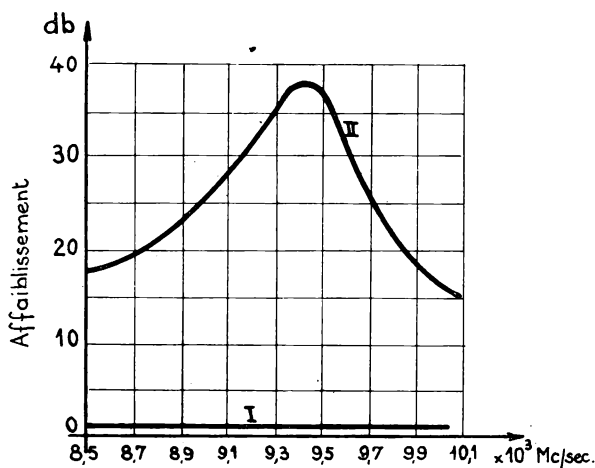


FIG. 40.

La figure 40 donne l'affaiblissement pour les deux sens de transmission (I et II) d'un séparateur basé sur le phénomène de résonance magnétique. La courbe II donne une idée de la bande passante que l'on peut attendre d'un tel système.

2° Application de l'effet Faraday (effet gyromagnétique).

A. — On peut constituer un *séparateur* de la façon indiquée ci-après (fig. 41 et 42).

Entre 2 guides rectangulaires R est intercalé un guide circulaire C . Des éléments de transition T relient les guides ; ils renferment des *plaquettes résistives* P dont la grande surface est parallèle aux grandes faces des guides rectangulaires.

Ces plaquettes ne provoquent aucune absorption pour l'onde issue du guide rectangulaire correspondant, dont le champ électrique leur est perpendiculaire ; dans une onde provenant du guide circulaire elles absorbent la composante parallèle aux grands côtés du guide d'onde rectangulaire, composante qui, sans cela ne pouvant pénétrer dans ce guide, se réfléchirait.

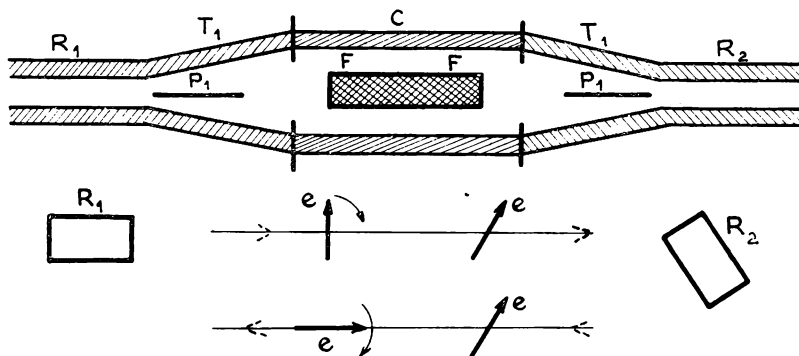


FIG. 41.

L'angle de rotation le long de l'élément de ferrite F est de 45° . Les guides R_1 et R_2 sont placés eux-mêmes à 45° dans un sens tel que l'onde émanant de R_1 pénètre intégralement dans R_2 ; une onde émanant de R_2 est au contraire, après trajet dans le guide circulaire C , polarisée parallèlement au grand côté de R_1 ; elle ne peut pénétrer dans ce guide et est affaiblie par la plaquette. (Le sens de rotation gyromagnétique est en effet indépendant du sens de transmission).

La figure 43 donne en exemple les affaiblissements obtenus dans un séparateur utilisant l'effet Faraday, pour les deux sens de transmission (I et II).

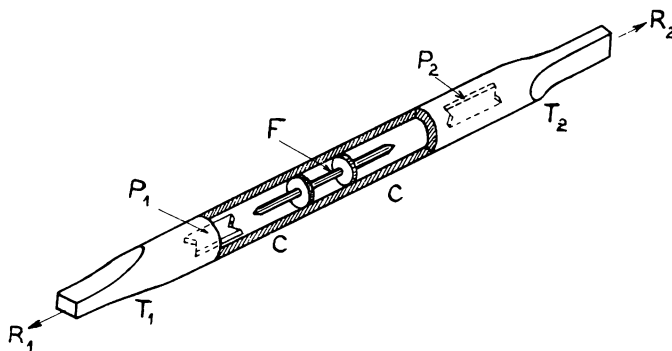


FIG. 42.

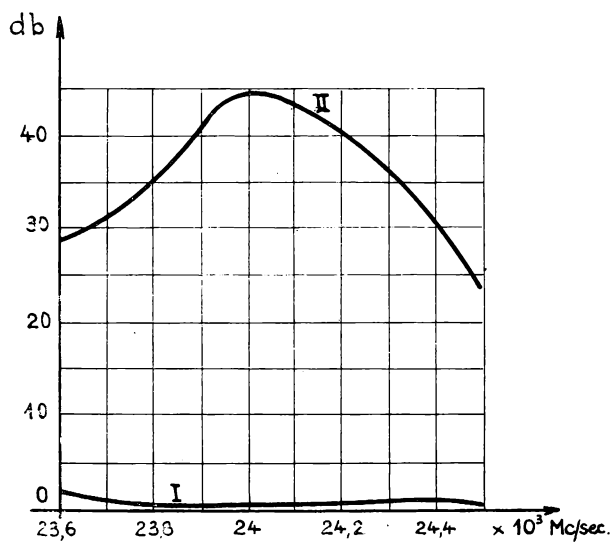


FIG. 43.

B. — Gyrateur.

On appelle gyrateur un système de transmission dans lequel un trajet aller plus un trajet retour correspond à un déphasage de π .

Un tel système est réalisé à l'aide d'un système analogue à celui qui est à la base du séparateur des figures 41 et 42 ; mais ici le déphasage provoqué par le barreau de ferrite est de 90° (fig. 44).

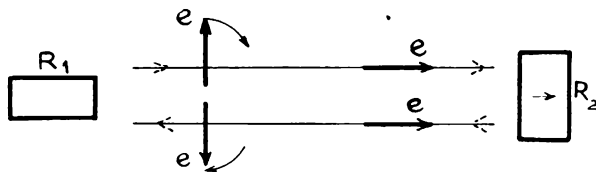


FIG. 44.

Les deux guides rectangulaires R_1 et R_2 étant à angle droit, la transmission est possible de R_1 vers R_2 ; elle est aussi possible de R_2 vers R_1 ; mais, pour la même polarisation dans R_2 , les polarisations départ et arrivée en R_1 sont en *opposition de phase*.

APPLICATION. — A l'aide d'un gyrateur on peut réaliser un circulateur correspondant à la figure 45.

En T_1 et T_2 on trouve deux T magiques comportant l'un et l'autre un branchement série S et un branchement parallèle P sur les lignes G et G' .

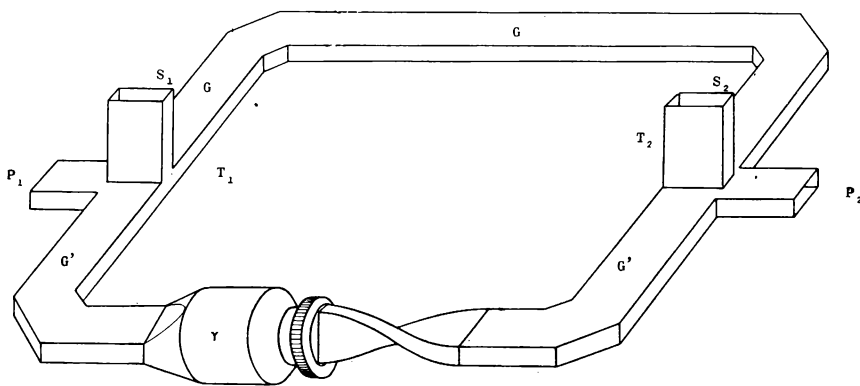


FIG. 45.

Nous supposons que les deux lignes G et G' de liaison entre les deux T magiques sont constituées par des tronçons de guide rectangulaire de grand côté horizontal et de même longueur, un ensemble formé par un gyrateur suivi d'un tronçon de guide torsadé du type de celui de la figure 31-I du

chapitre V étant cependant inséré sur l'une de ces lignes. Le tronçon de guide torsadé est nécessaire pour passer d'une section droite à grand côté vertical à la sortie du gyrateur à une section droite à grand côté horizontal permettant le raccord avec la section de la ligne G' . Dans ces conditions, suivant le sens du champ magnétique, c'est-à-dire suivant le sens du courant circulant dans la bobine entourant le gyrateur, l'angle de rotation du vecteur champ électrique sera, dans le gyrateur, de -90° ou de $+90^\circ$. La rotation due à l'élément torsadé étant par exemple de $+90^\circ$, la rotation totale à la traversée de l'ensemble gyrateur-guide torsadé sera ainsi de 0° (sortie en P_2 pour une onde entrant en P_1) ou de 180° (sortie en S_2 pour une onde entrant en P_1). Le gyrateur agira comme un commutateur permettant de sortir en P_2 ou en S_2 .

C. — Dispositif d'aiguillage.

Dans le dispositif de la figure 46 on *supprime les plaquettes absorbantes* d'extrémité et l'on réalise à gauche une transition qui permet d'aboutir au guide circulaire central portant la ferrite deux guides rectangulaires R_1 et R'_1 .

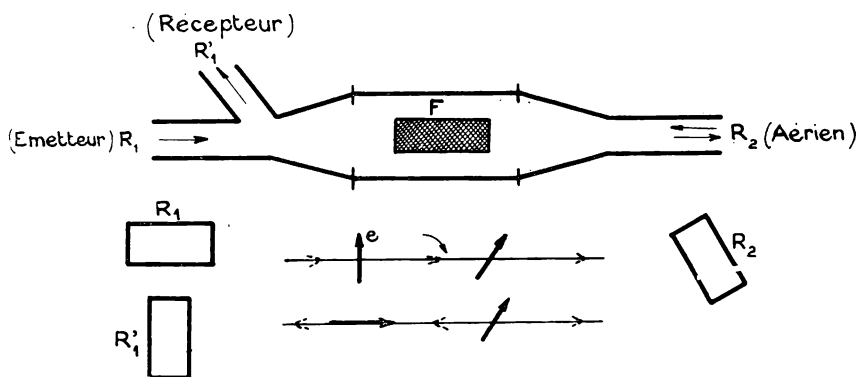


FIG. 46.

La propagation est possible de R_1 vers R_2 et de R_2 vers R_1 .

Dans une installation de radar, R_2 pourra être relié à l'aérien, R_1 à l'émetteur et R'_1 au récepteur.

D. — Dispositif de commutation.

Dans le dispositif représenté sur la figure 47, l'onde arrivant par R_2 tourne de 45° dans un sens ou dans l'autre en fonction du sens du champ magnétique H . En changeant le sens du courant magnétisant, on change le

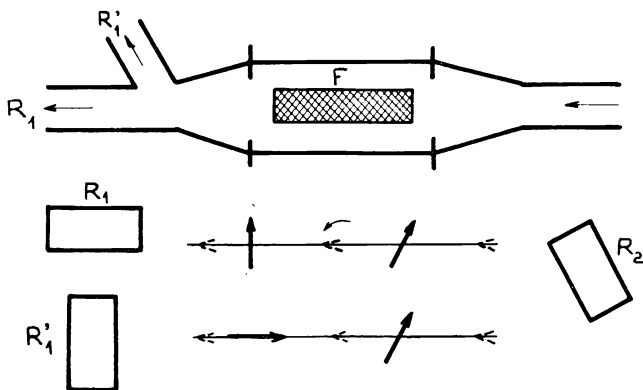


FIG. 47.

sens de ce champ H ; on obtient donc un effet de commutation en envoyant à volonté l'onde provenant de R_2 dans R_1 ou R'_1 .

REMARQUE. — D'autres utilisations de l'effet gyromagnétique des ferrites peuvent être envisagées.

Les champs magnétiques nécessaires dans les dispositifs utilisant l'effet Faraday, pour lesquels ω_p est différent de ω , sont très inférieurs à ceux qui sont exigés par les systèmes à résonance magnétique. Il faudra par exemple (voir la fig. 38) un champ de 4 000 à 6 000 A/m (48 à 72 Oe) ; ce champ peut être produit par quelques spires enroulées autour de l'axe du système ; on peut même utiliser dans le guide des barreaux de ferrite aimantés et par conséquent éviter l'emploi d'un champ magnétique extérieur.

De toutes façons dans les dispositifs nécessitant un champ magnétique extérieur celui-ci peut être obtenu à partir d'aimants permanents.

RÉFÉRENCES

— The Bell System technical journal, janvier 1955 : Behaviour and applications of ferrites in the Microwave region, par A.G. FOX, S.E. MILLER, M.T. WEISS.

— Revue Technique Philips, décembre 1946 : Substances magnétiques non métalliques pour hautes fréquences, par J.-L. SNOCK.

— Revue Technique Philips, mai 1950 : Phénomènes gyromagnétiques inhérents aux ferrites par H.-G. BELJERS et J.-L. SNOCK.

— Revue Technique Philips, février 1952 : Les propriétés magnétiques et électriques des matériaux ferrox cube, par J.-J. WENT et E.-W. GORTER.

— Note technique d'information du S.R.C.T. (T. 117), de janvier 1955, par M. THUÉ.

— Transactions of I.R.E. (M.T.T., n° 1, 1953) : Properties of ferrites in waveguides, par N. G. SAKIOTES et H. N. CHAIT.

— I.R.E., 1955 Convention Record — Part 8 — Communications and microwaves.

5.4. ANNEXE AU CHAPITRE V

5.4.1. Utilisation d'obstacles en ligne pour améliorer le taux d'ondes stationnaires

Dans le cas où une ligne d'impédance caractéristique Z_1 est fermée sur une impédance Z_2 nous avons défini au paragraphe 1.2.1. (6°) le coefficient de réflexion p par l'expression

$$p = \frac{\mathcal{V}_{(+)} }{\mathcal{V}_{(-)}} = \frac{K-1}{K+1} \quad \text{avec} \quad K = \frac{Z_2}{Z_1}$$

$\mathcal{V}_{(-)}$ et $\mathcal{V}_{(+)}$ sont les amplitudes complexes de l'onde incidente (—) et de l'onde réfléchie (+), considérées l'une et l'autre à l'aplomb de la discontinuité.

Nous avons, d'autre part, au paragraphe 1.2.1.1., défini le taux d'ondes stationnaires S , égal à

$$S = \frac{1 - |p|}{1 + |p|}.$$

Nous nous proposons maintenant de préciser, en vue des applications pratiques, l'effet d'obstacles volontairement placés dans un guide d'ondes dans lequel seul un type d'ondes peut se propager. Ces obstacles sont supposés faits de conducteurs parfaits ; ils n'apportent donc pas de pertes et, sur la ligne à 2 fils que l'on peut donner comme représentation du guide d'ondes, ils sont représentés par des éléments réactifs, en série ou en parallèle.

Dans les cas, souvent rencontrés, où la dimension de l'obstacle parallèle à la direction Oz des génératrices du guide est petite par rapport à la longueur d'onde de phase λ_z , cet obstacle est sur la ligne équivalent à une réactance en parallèle. Il est alors indiqué de considérer les admittances de préférence aux impédances.

De plus, comme on le fait souvent dans les problèmes tels que ceux que nous allons étudier, nous considérons des admittances normalisées, c'est-à-dire des admittances divisées par l'admittance d'onde Y_0 corres-

pendant au mode se propageant dans le guide et nous posons :

$$y = \frac{Y}{Y_0}$$

Lorsque la ligne, dans laquelle l'impédance d'onde est Y_0 , est fermée sur l'impédance Y le coefficient de réflexion p est

$$p = \frac{1 - y}{1 + y} ;$$

le taux d'ondes stationnaires correspondant S est

$$S = \frac{|1 + y| - |1 - y|}{|1 + y| + |1 - y|}$$

Remarquons d'autre part (fig. 48) que lorsqu'un obstacle placé en M est équivalent à une susceptance jB en parallèle, l'admittance Y_m sur laquelle est fermée le tronçon de gauche de la ligne est

$$Y_M = Y_0 + jB ;$$

l'admittance normalisée correspondante est

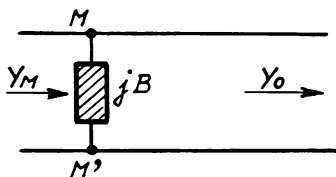


FIG. 48.

$$y_M = \frac{Y_M}{Y_0} = 1 + jb \quad \text{avec} \quad b = \frac{B}{Y_0}$$

Nous pouvons déduire de ce qui précède certaines propriétés :

1° Le taux d'ondes stationnaires provoqué côté générateur par la présence sur un guide d'ondes d'un obstacle équivalent à la susceptance normalisée jb est

$$S = \frac{\sqrt{4 + b^2} - b}{\sqrt{4 + b^2} + b} \quad (1)$$

2° Etant donnée une ligne sur laquelle un défaut d'adaptation provoque la présence d'une onde réfléchie (à laquelle correspond un taux d'ondes stationnaires S), on peut supprimer celle-ci en plaçant en ligne, en position déterminée, un obstacle de susceptance également déterminée.

Nous supposons, pour que le raisonnement que nous allons faire soit valable, que les taux d'ondes stationnaires considérés sont peu inférieurs à l'unité.

Pour que l'obstacle ajouté supprime l'onde réfléchie préexistante il faut qu'il provoque la naissance d'une deuxième onde réfléchie, de même amplitude que la première et qui soit en opposition de phase avec elle.

La condition d'égalité des amplitudes nous conduit à écrire que l'obstacle, placé sur la ligne supposée parfaitement adaptée, produit une onde réfléchie correspondant au taux d'ondes stationnaires S . On tire donc de (1)

$$b = \sqrt{\frac{1}{S}} - \sqrt{S}$$

et la valeur de la susceptance à ajouter se trouve ainsi déterminée.

C'est la condition de phase qui fixe la position de l'obstacle.

A l'aplomb de l'obstacle la ligne est fermée sur l'impédance normalisée y_M (fig. 1), et nous avons :

$$\frac{\mathcal{V}_{(+)}}{\mathcal{V}_{(-)}} = p = \frac{1 - y_M}{1 + y_M} = \frac{jb}{2 + jb}$$

car

$$y_M = 1 + jb.$$

Le retard de phase, à l'aplomb de l'obstacle, de $\mathcal{V}_{(-)}$ par rapport à $\mathcal{V}_{(+)}$ est donc :

$$\mp \left[\frac{\pi}{2} + \arctan \left| \frac{b}{2} \right| \right] \quad (- \text{ si } b > 0, + \text{ si } b < 0).$$

Quand on se met à la distance d de l'obstacle, ce retard de phase augmente de :

$$\pm 4\pi \frac{d}{\lambda_s}$$

(+ si, partant de l'obstacle, on se déplace vers la charge, — si l'on va vers la source).

A la distance d de l'obstacle le retard de phase de $\mathcal{V}_{(-)}$ sur $\mathcal{V}_{(+)}$ est donc

$$\mp \left(\frac{\pi}{2} + \arctan \left| \frac{b}{2} \right| \right) \pm 4\pi \frac{d}{\lambda_s},$$

les signes étant choisis comme indiqué ci-dessus.

On doit mettre l'obstacle en position telle qu'il produise pour son compte un ventre de tension là où préexistait un nœud de tension, ce qui revient à dire que l'onde réfléchie due à l'obstacle est en opposition de phase avec l'onde réfléchie préexistant sur la ligne. Ces deux ondes réfléchies se neutralisent donc puisqu'elles ont la même amplitude.

Partant du nœud de tension préalablement repéré, si l'on met l'obstacle côté charge pour $b < 0$ et côté source pour $b > 0$, la distance d à laquelle l'obstacle doit être placé est donnée par

$$d = \frac{\frac{\pi}{2} + \arctan \left| \frac{b}{2} \right|}{4\pi} \lambda_s.$$

On notera que le raisonnement fait supposer que l'onde incidente et l'onde réfléchie préexistantes sont peu modifiées par la mise en place de l'obstacle, qui crée ainsi seulement une deuxième onde réfléchie s'ajoutant à elles. Cette hypothèse n'est acceptable, et c'est la restriction faite au début, que si les taux d'ondes stationnaires S considérés sont peu différents de l'unité.

5.4.2. Admittance de quelques obstacles

A. — *Tableau de la figure 49.*

Dans le tableau de la figure 49 ci-après, nous donnons, dans la première colonne, le schéma de quelques obstacles minces placés en section droite, dans un guide d'ondes ; dans la deuxième colonne nous indiquons quels sont les éléments réactifs à placer, en parallèle, pour l'équivalence, sur la ligne 2 fils ayant pour admittance caractéristique l'admittance d'onde Y_0 de l'onde considérée dans le guide ; dans la troisième colonne, nous donnons (d'après L.G.H. HUXLEY : *The principles and practice of Wave Guides*) l'expression calculée de ces réactances.

Examinons un à un les obstacles représentés supposés placés dans un guide rectangulaire fonctionnant en TE_{01} ou H_{01} , le champ électrique étant parallèle au petit côté, c'est-à-dire vertical sur les figures.

— L'obstacle (1) correspond à un diaphragme, constitué par deux lames minces de section droite inégales, dont les frontières sont perpendiculaires au champ électrique. L'obstacle est capacitif.

Sur la figure, h est la distance existant entre l'axe de l'ouverture totale du guide et l'axe de l'ouverture du diaphragme.

— L'obstacle (2) est constitué par une lame métallique mince coupant l'ouverture du guide en son milieu, perpendiculairement au champ électrique. Il est capacitif.

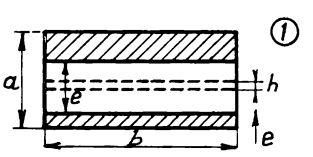
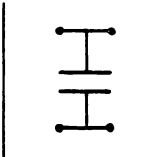
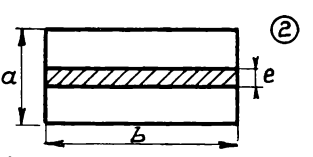
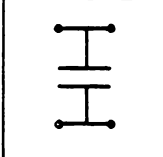
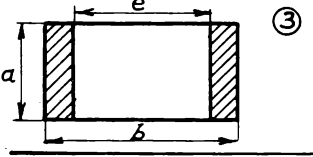
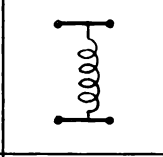
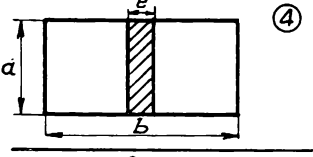
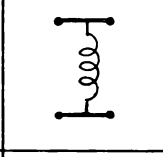
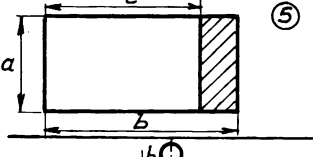
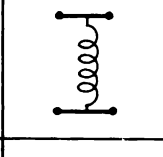
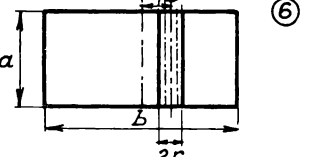
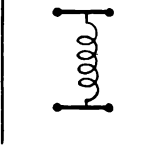
		$y = \frac{Y}{Y_0} = j \left(\frac{4a}{\lambda_3} \right) \log \left[\sec \left(\frac{\pi h}{a} \right) \operatorname{cosec} \left(\frac{\pi e}{2a} \right) \right]$ (Pour $h = 0$ $\sec \left(\frac{\pi h}{a} \right) = 1$)
		$y = \frac{Y}{Y_0} = j \frac{4a}{\lambda_3} \log \sec \left(\frac{\pi e}{2a} \right)$
		$y = \frac{Y}{Y_0} = -j \frac{\lambda_3}{b} \cot^2 \left(\frac{\pi e}{2b} \right)$
		$\frac{1}{y} = \frac{Y}{Y_0} = j \frac{b}{2\lambda_3} \left[\operatorname{arch} \left(\operatorname{cosec} \frac{\pi e}{4b} \right) - 2 \right]$
		$\frac{1}{y} = \frac{Y}{Y_0} = j \frac{b}{\lambda_3} \frac{\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi e}{2b} \right)}{1 + \operatorname{cosec}^2 \left(\frac{\pi e}{2b} \right)}$
		$\frac{Y_0}{Y} = j \frac{b}{2\lambda_3} \left[\sec^2 \left(\frac{\pi h}{b} \right) \right]$ $\log \left[\frac{2b}{\pi r} \operatorname{cosec} \frac{\pi h}{b} - 2 \right]$

FIG. 49.

— L'obstacle (3) est un diaphragme symétrique dans lequel les deux lames métalliques minces de fermeture ont leurs lignes frontières parallèles au champ électrique. Il est selfique.

— L'obstacle (4) est constitué par une lame métallique mince coupant l'ouverture en son milieu, parallèlement au champ électrique. Il est selfique.

— L'obstacle (5) est un diaphragme dissymétrique obtenu à l'aide d'une lamé mince unique. Il est selfique.

— L'obstacle (6) est constitué par une tige cylindrique placée dans le guide, sur toute sa hauteur, parallèlement au champ électrique. Il est capacitif.

B. — *Tableau de la figure 50.*

Les schémas (1) et (2) correspondent à un guide rectangulaire fonctionnant en TE_{01} ou H_{01} . Dans (1), un diaphragme à quatre côtés corres-

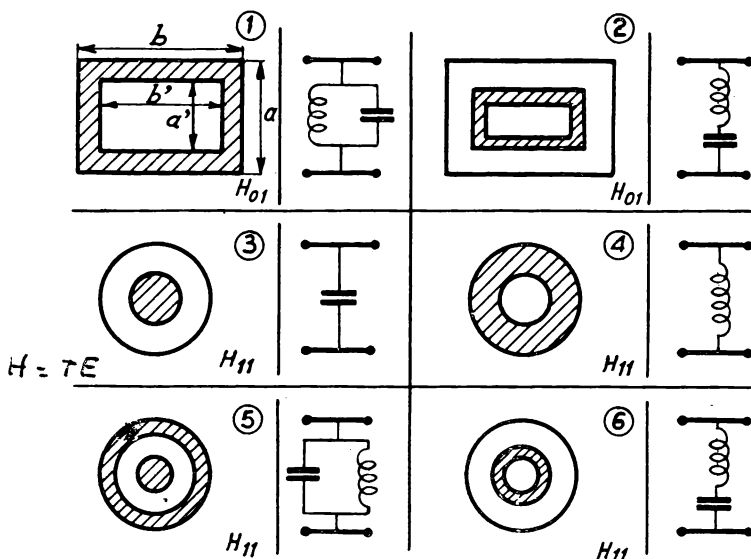


FIG. 50.

pond à un ensemble L et C en parallèle ; il y a résonance pour une ouverture de dimensions a' et b' données par la formule :

$$\frac{b'}{a'} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2b'}\right)^2} = \frac{b}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2b}\right)^2},$$

λ étant la longueur d'onde en espace libre.

On dit que l'on a, dans ces conditions, une « ouverture résonnante ».

— L'obstacle (2) est un anneau rectangulaire ; il est en résonance pour un périmètre moyen un peu plus grand que la longueur d'onde en espace libre.

— Les obstacles (3), (4), (5), (6), sont placés dans un guide circulaire fonctionnant en TE_{11} ou H_{11} . On ne peut donner de formules simples pour calculer la susceptance de ces structures ; dans le cas de la figure (6), la résonance s'établit lorsque le périmètre moyen de l'anneau constituant l'obstacle est un peu supérieur à la longueur d'onde en espace libre.

REMARQUE. — A la résonance, les structures (1) et (5) du tableau de la figure 50 se comportent comme des circuits bouchon en parallèle ; elles sont donc « transparentes ».

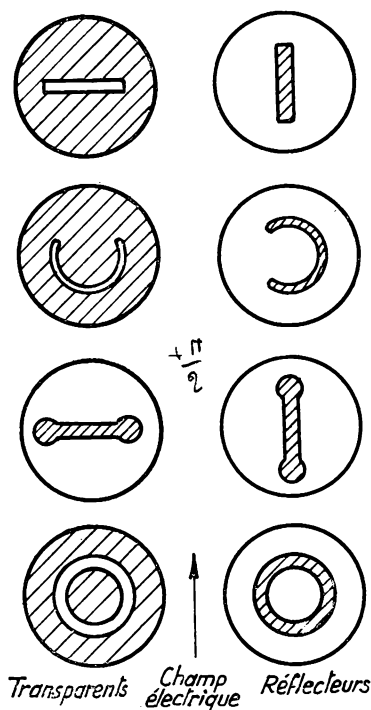


FIG. 51.

Au contraire les structures (2) et (6), représentables par un circuit résonnant série, jouent le rôle de « réflecteurs ».

Sur la figure 51 on a dessiné quelques structures transparentes et les structures réflecteurs correspondantes. On passe d'une structure « transparente » à la structure « réflecteur » correspondante en permutant conducteur et diélectrique, et en effectuant une rotation de $\frac{\pi}{2}$.

REMARQUE GÉNÉRALE. — La détermination d'obstacles ayant des admittances données permet d'appliquer les méthodes d'adaptation d'une ligne (données au paragraphe 1.2.3) au cas des guides d'ondes.

Au laboratoire pour résoudre les problèmes correspondants on utilise couramment le diagramme du cercle (Annexe 1.3. au chapitre I).

CHAPITRE VI

CONDITIONS D'UTILISATION DES DIFFÉRENTS SYSTÈMES DE TRANSMISSION EN "HYPERFRÉQUENCES"

6.1. DIVERS TYPES DE LIGNES DE TRANSMISSION

Les lignes de transmission utilisées dans le domaine des hyperfréquences peuvent prendre des formes diverses, chacune d'elles ayant un domaine d'utilisation assez bien délimité.

1° *Les lignes à deux fils* [fig. 1(I)], sont particulièrement faciles à construire. Mais quand la longueur d'onde est faible, les pertes par rayonnement prennent des valeurs non négligeables. Ces pertes augmentent en importance quand la ligne est mal équilibrée par rapport au sol.

Pratiquement, on n'utilise guère les lignes à deux fils pour

$$f > 200 \text{ MHz}$$

c'est-à-dire pour $\lambda < 1,5 \text{ m}$.

Les lignes à deux fils sont aussi le siège de pertes dans le conducteur, qui peuvent être déterminées en haute fréquence en tenant compte de l'effet de peau, et aussi de pertes diélectriques dans les isolants diélectriques solides, qui doivent être employés de proche en proche, pour soutenir les fils ou maintenir leur écartement.

L'onde utilisée est du type TEM.

2° *Ligne coaxiale* [fig. 1 (II)].

(a = rayon intérieur ; b = rayon extérieur).

Dans la ligne coaxiale, le conducteur extérieur forme écran ; les pertes par rayonnement se réduisent aux pertes qui se produisent aux extrémités.

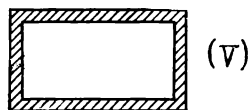
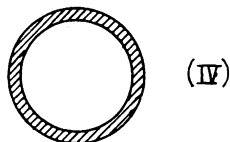
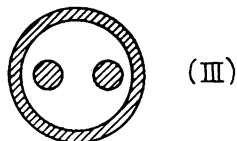
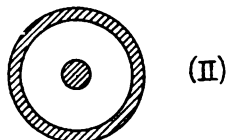


FIG. 1.

Pour que ces pertes, fonctions de $\frac{b}{\lambda}$, n'augmentent pas quand la longueur d'onde diminue, il faut que les dimensions de section droite du coaxial diminuent proportionnellement à la longueur d'onde.

Les lignes coaxiales fonctionnant normalement en régime TEM, le rapport $\frac{b}{\lambda}$ doit également être assez petit pour que des régimes parasites TE ou TM ne puissent pas prendre naissance.

Mais quand les conducteurs sont plus rapprochés, les dangers d'éclatement sont plus grands et les puissances instantanées que l'on peut transporter plus faibles. Pour ces raisons, si le coaxial est avantageusement substitué à la ligne à deux fils quand la fréquence atteint 100 ou 200 MHz, il doit, à son tour, nous le verrons, céder la place au guide d'ondes quand la fréquence approche de 3 000 MHz ($\lambda = 10$ cm).

Le coaxial est normalement le siège de pertes ohmiques dues aux courants circulant dans la paroi intérieure du conducteur extérieur, et dans la paroi extérieure du conducteur intérieur.

C'est pour donner à ces pertes leur valeur minimum que l'on prend souvent $\frac{b}{a} = 3,6$, ce qui correspond à une impédance caractéristique de l'ordre de 75 Ω .

Cependant, pour les coaxiaux ayant des dimensions transversales faibles et appelés à transmettre des puissances instantanées élevées (radar), on cherche avant tout à diminuer le danger d'éclatement ; de ce point de vue on est amené à prendre un rapport plus petit, auquel correspond une impédance caractéristique de 50 Ω environ.

De plus, l'écartement entre les deux conducteurs du coaxial doit être maintenu à l'aide d'isolants solides. Ou bien ces isolants assurent un remplissage, complet ou partiel, de toute la longueur de la cavité intérieure, ou bien ils sont placés de proche en proche sous forme de perles ou de disques. Pour que les pertes diélectriques qui se produisent dans ces isolants ne soient pas très grandes, il faut que ceux-ci aient un angle de pertes faible aux fréquences élevées. Nous dirons, en fin de chapitre, un mot du polystyrène et du polythène, très employés en raison de leurs pertes faibles. Quand la fréquence dépasse 3 000 MHz ($\lambda < 10$ cm), un procédé avantageux qui évite les pertes diélectriques et aussi, éventuellement, les points d'éclatement et de réflexion que sont les perles ou disques isolants, consiste à soutenir le conducteur central, comme il est indiqué sur la figure 2, par des éléments de ligne en $\frac{\lambda}{4}$, court-circuités à leurs extrémités. Ces éléments en dérivation ramènent sur la ligne une impédance infiniment grande qui n'introduit pas de perturbation. L'emploi de ce procédé est évidemment

limité aux longueurs d'onde assez courtes pour que les supports en $\frac{\lambda}{4}$ ne constituent pas des excroissances trop grandes.

Le conducteur central des câbles coaxiaux est en cuivre ; le conducteur extérieur est en cuivre ou en plomb pour les câbles rigides, en cuivre tressé pour les câbles souples.

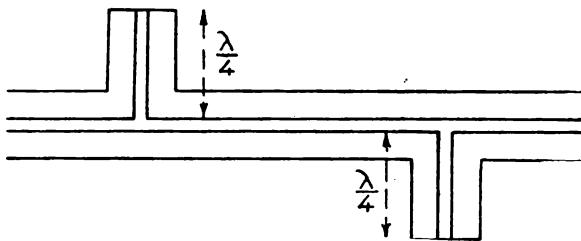


FIG. 2.

3° Ligne à deux conducteurs sous écran [fig. 1 (III)].

Les deux conducteurs constituant la ligne sont placés à l'intérieur d'une enveloppe métallique formant écran. Comme dans le coaxial, il n'y a pas de rayonnement en ligne.

Le système est équilibré par rapport au sol, contrairement à ce qui se passe dans le coaxial, mais les pertes ohmiques y sont plus grandes car les deux conducteurs ont des sections relativement faibles.

La ligne à deux conducteurs sous écran est relativement peu employée. Quand on l'utilise, c'est en général sous forme de câble flexible avec un isolement continu.

4° Guides d'ondes.

Les guides d'onde sont constitués par des tubes creux, en général remplis par de l'air à la pression normale ; pratiquement leur section est rectangulaire ou circulaire [fig. 1 (IV) et (V)].

Les guides d'onde ne comportant pas de conducteur intérieur n'entraînent pas l'utilisation en ligne d'isolants solides, donc pas de pertes diélectriques.

La section offerte au passage des courants par le seul conducteur extérieur est relativement grande ; les pertes par effet Joule sont relativement faibles.

D'autre part, à dimensions extérieures comparables, les dangers d'éclatement sont moins grands dans un guide d'ondes fonctionnant sur les modes simples pratiquement utilisés que dans un coaxial. Cet avantage prend toute sa valeur pour les fréquences élevées, qui nécessitent l'emploi de coaxiaux de petite section lorsqu'on utilise des puissances instantanées très élevées, comme dans le radar.

La construction de guides d'onde est relativement facile.

Malgré tous les avantages indiqués, on n'utilise guère cependant les guides d'ondes, sauf exception, que pour $f > 1\,500$ MHz ou $\lambda < 20$ cm. Nous savons en effet qu'à chaque régime d'ondes correspond, pour les guides, une longueur d'onde de coupure qui est de l'ordre de grandeur des dimensions transversales du guide. Pour des longueurs d'onde d'utilisation trop élevées ces dimensions seraient évidemment prohibitives.

Des normalisations de guides d'ondes existent dans une bande allant de $\lambda = 0,7$ cm à $\lambda = 31$ cm.

Les guides d'ondes sont en général en cuivre ou en laiton ; ils sont parfois argentés.

REMARQUE. — Les dangers d'éclatement, dont il a été question ci-dessus, augmentent quand la pression atmosphérique diminue, par exemple dans les dispositifs utilisés sur les avions volant à haute altitude. On peut être amené dans ce cas à utiliser comme diélectriques des gaz sous pression. Cela suppose évidemment la réalisation d'enceintes fermées.

6.2. DIÉLECTRIQUES SOLIDES UTILISABLES AUX HYPERFRÉQUENCES. POLYTHÈNE ET TÉFLON

Quand il peut être utilisé, le diélectrique air présente l'avantage d'avoir à toutes fréquences des pertes négligeables ; mais des isolants électriques solides doivent être employés, soit le long des lignes de transmission, soit dans les terminaisons de ces lignes. L'utilisation de fréquences radio-électriques de plus en plus élevées a nécessité la recherche et la mise au point d'isolants ne présentant pas, pour l'extrémité correspondante de la gamme, des pertes prohibitives.

Des progrès très grands ont été faits, en la matière, depuis la dernière guerre.

Pour fixer les idées, indiquons que les diélectriques qui remplissaient en 1935 l'intervalle entre conducteurs des câbles coaxiaux donnaient, par exemple, un affaiblissement pour 100 m de longueur, de 2 dB à 30 MHz, de 15 dB à 200 MHz ; il n'était pas question de les utiliser à 3 000 MHz.

L'utilisation partielle du diélectrique air de pertes nulles, avec support isolant solide constitué par du polystyrène, a permis d'améliorer très sensiblement les performances et d'avoir, pour une longueur de 100 mètres, des pertes : négligeables à 30 MHz, de 1 dB à 200 MHz, de 15 dB à 3 000 MHz. L'isolant solide au polystyrène était introduit, soit de façon discontinue sous forme de disques [fig. 3 (I)], soit de façon continue, mais de préférence avec une section étoilée [fig. 3 (II)].

Le polythène découvert en 1938 permit à son tour à la technique des hyperfréquences de faire un nouveau pas en avant.

6.2.1. Propriétés du polythène

Le nom de polythène est donné aux polymères solides de l'éthylène, préparés sous de très hautes pressions.

Le polythène est une de ces nouvelles matières plastiques qui prennent une part de plus en plus importante dans les réalisations industrielles modernes ; sa structure chimique est comparable à celle du nylon et de la gutta-percha.

Le polythène a, à toutes fréquences, une constante diélectrique $\epsilon/\epsilon_0 = 2,3$ et un facteur de puissance de 0,0003.

Mélangé à 10 ou 15 % de polyisobutylène, le polythène acquiert une flexibilité très appréciable pour la construction des câbles.

Amené par échauffement au-dessus de son point de ramollissement, le polythène est introduit par refoulement autour du conducteur central ; on lui donne en général une section droite étoilée.

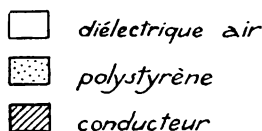
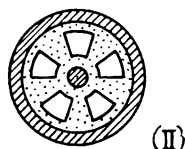
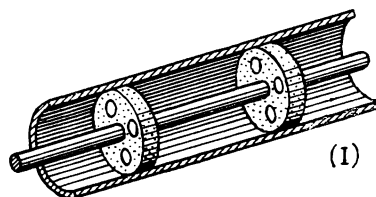


FIG. 3.

Si le polythène n'a pas un angle de pertes inférieur à celui du polystyrène, il a l'avantage très important de conserver ses qualités dans des conditions très variables d'utilisation et de supporter en particulier de très larges variations de température.

6.2.2. Propriétés du téflon

Pour les matériels dans lesquels on recherche un encombrement réduit par l'emploi d'éléments « miniature », la température peut s'élever notablement et les pertes du polythène augmentent. On lui substitue parfois alors un diélectrique que l'on appelle le *téflon* ou le P.T.F.E., car c'est un PolyTétraFluoroÉthylène. Le P.T.F.E. est un polythène dans lequel les atomes d'hydrogène ont été remplacés par des atomes de fluor.

La constante diélectrique du téflon est 2 ; son angle de perte est de 5.10^{-5} ; il peut être utilisé entre -60 et $+250$ °C. Mais son prix de revient est élevé et son utilisation limitée.

CHAPITRE VII

LES VOLUMES RÉSONNANTS

7.0. INTRODUCTION

La forme des résonateurs se modifie lorsqu'on se déplace dans la gamme des fréquences radioélectriques, mais le principe de fonctionnement de ces résonateurs reste le même. Nous allons tout d'abord, suivant en cela l'ordre chronologique de la découverte, mettre en évidence cette transformation, lorsqu'on va des fréquences les plus basses vers les fréquences les plus élevées.

7.1. LES RÉSONATEURS CLASSIQUES

Le premier type de résonateur classique est constitué par un circuit fermé (LC) à constantes réactives localisées (fig. 1).

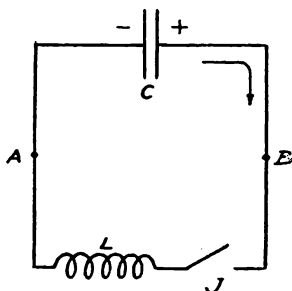


FIG. 1.

Supposons d'abord ce circuit dénué de pertes. Si, à l'instant $t = 0$, on permet au condensateur de se décharger par fermeture de l'interrupteur J , aux instants postérieurs la tension v aux bornes de C et le courant i de décharge ont les valeurs instantanées :

$$v = V \cos \omega t \quad \text{et} \quad i = VC\omega \sin \omega t$$

avec

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Aux instants $0, \frac{T}{2}, T, \dots, n \frac{T}{2}$, l'énergie électromagnétique totale pos-

sédée par le circuit $W_{em} = \frac{1}{2} CV^2$ est concentrée entre les armatures du condensateur, car c'est là que se trouve localisé le champ électrique e ; et aux mêmes instants le courant i et le champ magnétique h sont nuls.

Aux instants $\frac{T}{4}, 3\frac{T}{4}, \dots, (2n+1)\frac{T}{4}, \dots$, $e = 0$ et l'énergie se retrouve intégralement sous forme magnétique dans les régions de l'espace voisines de la self L qui est alors parcourue par un courant maximum. Cette énergie a pour expression :

$$W_{em} = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}CV^2$$

A un instant quelconque l'énergie du système se partage entre la forme électrique et la forme magnétique. Cette énergie prend alternativement l'une ou l'autre forme, c'est-à-dire qu'entre les deux points A et B de la figure 1 passe de l'énergie réactive, énergie de valeur moyenne nulle, allant tantôt dans un sens et tantôt dans l'autre.

Tenons compte maintenant de l'amortissement du circuit ; nous pouvons concrétiser cet amortissement qui en fait est réparti, soit par une résistance localisée R mise en série dans le circuit, soit par une résistance localisée ρ mise en parallèle entre les points A et B .

a) Dans le cas où l'amortissement est représenté par une résistance R mise en série, pour que cette dernière n'apporte pas de perturbations par rapport au fonctionnement considéré ci-dessus (absence d'amortissement), il suffit d'ajouter également en série dans le circuit une force électromotrice $e = + Ri$ placée comme sur la figure 2, de façon à compenser la chute de tension qui se produit dans la résistance R . Les points A' et A'' sont ainsi au même potentiel ; un court-circuit placé entre A' et A'' n'apporte aucune perturbation ; le condensateur et la self échangent de l'énergie comme dans le cas où il n'y a pas d'amortissement.

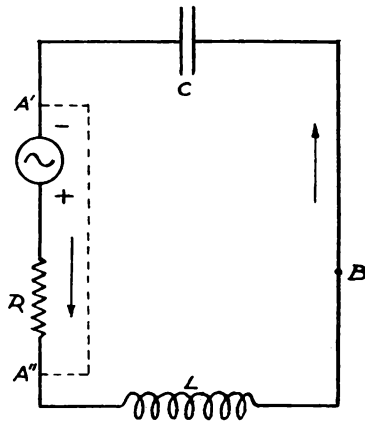


FIG. 2.

La pulsation de la source doit avoir une valeur $\Omega = \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ c'est-à-dire qu'elle doit être égale à la pulsation propre du circuit considéré, *supposé sans amortissement*.

Les conditions dans lesquelles nous nous sommes placés sont celles de la *résonance série*. La force électromotrice $e = Ri$ qui doit fournir

simplement au circuit l'énergie qu'il perd par amortissement peut être très inférieure aux différences de potentiel qui existent aux bornes de l'un des éléments réactifs L ou C ; cette force électromotrice est parcourue par le courant i qui passe dans L et C .

On sait que l'on a alors, v_C et v_L étant les différences de potentiel aux bornes de C et de L :

$$\frac{V_C}{E} = \frac{V_L}{E} = \frac{L\Omega}{R} = Q$$

Q est appelé le coefficient de *surtension*.

b) Au lieu de placer une petite résistance R en série dans le circuit, on peut tenir compte de l'amortissement en plaçant une résistance élevée $\rho = \frac{L^2\Omega^2}{R}$ en parallèle entre les points A et B (fig. 3).

Cette résistance ρ est parcourue par un courant i_ρ d'intensité $i_\rho = \frac{v_{AB}}{\rho}$.

Si nous voulons compenser l'effet d'amortissement ainsi mis en évidence, il nous suffit de disposer, branchée en parallèle entre les bornes A et B , une source qui fournisse précisément le courant i_ρ , c'est-à-dire la puissance perdue dans la résistance ρ .

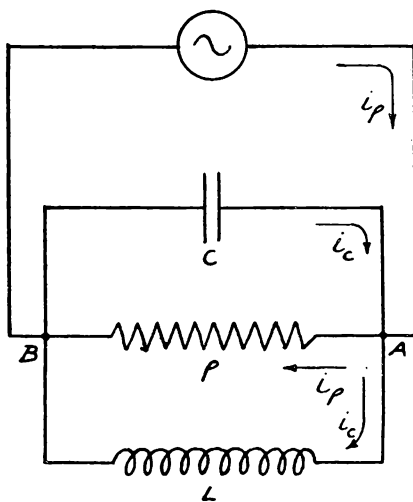


FIG. 3.

Quand cette force électromotrice est branchée, on a $i_C = i_L$; les éléments réactifs L et C échangent de l'énergie comme s'ils étaient seuls, c'est-à-dire à une fréquence qui correspond à l'absence d'amortissement.

On a ici un effet de *surintensité* caractérisé par

$$\frac{I_C}{I_\rho} = \frac{I_L}{I_\rho} = \frac{L\Omega}{R} = Q$$

L'intensité fournie par la source d'entretien est très petite par rapport aux intensités existant à l'intérieur du circuit ; elle est fournie sous la tension v_{AB} existant aux

bornes de L et C . L'entretien est fait ici à l'*antirésonance*, ou en résonance parallèle.

c) Le coefficient Q peut être suivant le cas un coefficient de surtension ou un coefficient de surintensité. C'est, dans tous les cas, un *coefficient de qualité*.

Partant de $Q = \frac{L\Omega}{R}$ avec $\Omega = \frac{2\pi}{T}$, on peut écrire :

$$Q = 2\pi \frac{\frac{1}{2}LI^2}{\frac{1}{2}RI^2T} = 2\pi \frac{W_{em}}{P_p \cdot T}$$

Le coefficient de qualité Q est égal au produit par 2π du rapport de l'énergie électromagnétique emmagasinée dans le circuit à l'énergie perdue par amortissement (c'est-à-dire fournie par la source d'entretien) pendant une période.

Cette dernière définition nous permettra d'étendre la notion de coefficient de qualité Q à tous les types de résonateurs.

REMARQUE I. — On remarque que, plus le coefficient de qualité est grand, plus le rapport de l'énergie soumise aux échanges à l'énergie perdue pendant une période est grand.

Dans le cas de la figure 2, tout système placé en série et ayant à ses bornes une différence de potentiel — Ri compense l'amortissement.

Dans le cas de la figure 3, tout système placé entre A et B et parcouru de A vers B par un courant $\frac{-v_{AB}}{\rho}$ compense l'amortissement.

On voit que dans le premier cas le système ajouté en série se comporte comme une résistance (— R) parcourue par le courant i , que dans le deuxième cas le système placé en parallèle se comporte comme une résistance (— ρ) soumise à la différence de potentiel v_{AB} . On dit parfois que l'entretien des oscillations d'un circuit oscillant (c'est-à-dire la compensation de son amortissement) est réalisé à l'aide d'une *résistance négative*.

REMARQUE II. — On remarquera que quand la résistance négative est produite à l'aide d'un tube électronique les courants qui peuvent traverser ce dernier sont faibles ; le montage d'entretien utilisé est alors obligatoirement celui de l'antirésonance.

7.2. LES LIGNES RÉSONATEURS

Passage de l'énergie de la forme électrique à la forme magnétique, entretien possible des oscillations en résonance ou en antirésonance sont des caractéristiques du circuit fermé classique que l'on retrouve dans le cas d'un résonateur à lignes.

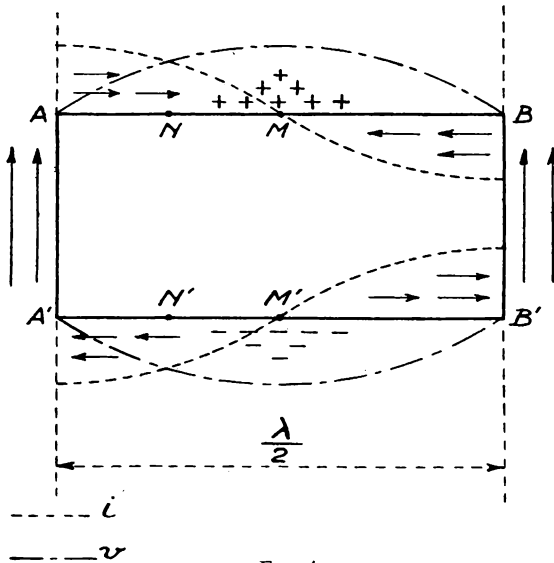


FIG. 4.

Prenons, pour fixer les idées, un tronçon de ligne à deux conducteurs $AB-A'B'$ court-circuitée aux extrémités, qui oscille sur sa fondamentale, c'est-à-dire en $\frac{\lambda}{2}$, avec nœuds de potentiel et ventres de courant aux extrémités.

A un instant t , on a la répartition de la figure 4. Les potentiels, donc les charges, se répartissent sinusoidalement entre A et B . Ces charges, pos-

sitives sur le fil supérieur, négatives sur le fil inférieur sont plutôt concentrées vers le milieu MM' . Il en est de même de l'énergie électrostatique particulièrement dense dans les environs de MM' . Au même instant les courants sont particulièrement intenses, donc aussi le champ magnétique et l'énergie correspondante au voisinage des extrémités.

Si l'on examine maintenant ce qui se passe quand t varie, on voit qu'alternativement le fil supérieur et le fil inférieur sont chargés positivement. Quand les charges et les champs électriques sont maximum, les courants et les champs magnétiques sont nuls. Toute l'énergie du système est alors de nature électrique. Aux instants où ces charges sont nulles, les courants et champs magnétiques sont maximum ; toute l'énergie est concentrée sous forme magnétique.

Nous avons donc dans le cas du résonateur à ligne, comme dans le cas du circuit ($L C$), une suite de charges et de décharges. La différence est que dans le cas de la ligne la capacité et la self ne sont pas exactement localisées ; on peut cependant remarquer que la capacité est tout de même concentrée vers le milieu de la ligne et que la self est concentrée vers les extrémités.

A la différence de la ligne considérée ci-dessus les lignes réelles comportent des pertes (effet Joule, pertes par rayonnement, pertes dans les diélectriques...). On peut assurer l'entretien des oscillations à l'aide d'une source extérieure. Si cette source est branchée en un point où les tensions sont faibles et les intensités de courant élevées on a un entretien à la résonance

[fig. 5 (I) et (I')]. Si cette source est branchée en un point où les tensions sont élevées et les courants faibles, on a un entretien à l'antirésonance [fig. 5 (II)].

La qualité d'une ligne résonateur peut être caractérisée par un coefficient Q ,

$$Q = 2\pi \frac{W_{em}}{P_p \cdot T} \quad , \quad (I)$$

dans laquelle W_{em} est l'énergie emmagasinée dans le système et P_p l'énergie perdue pendant une période.

Les lignes résonateurs sont surtout employées dans la gamme des ondes métriques. Les circuits classiques sont déjà dans cette gamme difficiles à réaliser et comportent des pertes élevées. Les lignes résonateurs y ont, au contraire, des dimensions géométriques acceptables et n'ont que des pertes faibles si on les réalise à l'aide d'éléments coaxiaux qui rayonnent peu et offrent des sections de conducteur relativement importantes au passage des courants. Les coefficients Q auxquels on arrive à l'aide des résonateurs à ligne sont couramment égaux à plusieurs milliers d'unités, alors que les coefficients de qualité des circuits classiques admettent 1 000 comme limite supérieure.

REMARQUE I. — Dans le cas d'une ligne oscillant non plus sur sa fondamentale mais sur un harmonique, l'harmonique 2 par exemple, on a une représentation qui à l'instant t est celle de la figure 6.

On voit ici que l'énergie due à la présence du champ électrique e est concentrée au voisinage des points PP' et QQ' et l'énergie magnétique au voisinage des points AA' , BB' et aussi MM' . On imagine facilement ce qui se passe au cours des charges et décharges successives de la ligne.

REMARQUE II. — Entre 2 points correspondants quelconques tels que les points N et N' des figures 4 et 6, à travers une section droite, passe

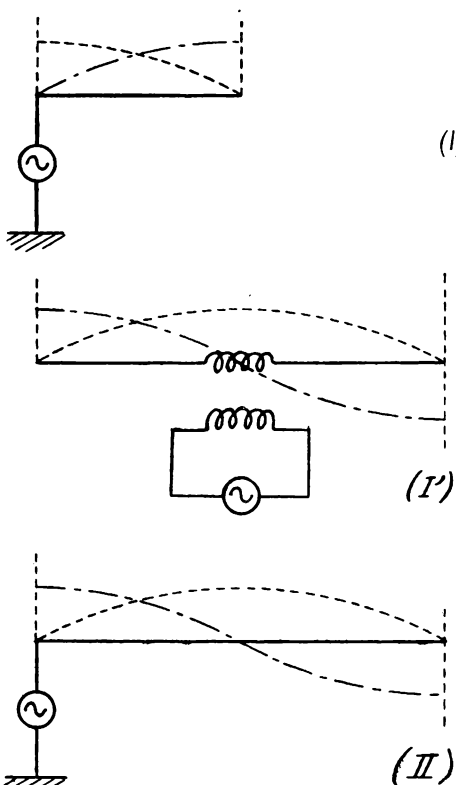


FIG. 5.

de l'énergie réactive. Les notions d'énergie réactive et de régime stationnaire sont d'ailleurs des notions liées.

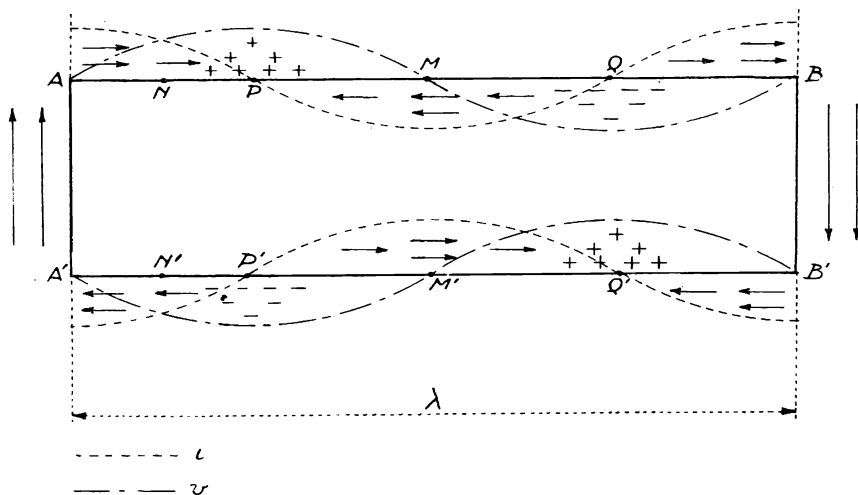


FIG. 6. .

7.3. LES RÉSONATEURS DE VOLUME

Dans la gamme des ondes métriques, les résonateurs à lignes, en général coaxiaux, ont été substitués aux résonateurs classiques. Pour ces résonateurs à lignes, les dimensions longitudinales diminuent évidemment comme la longueur d'onde ; les dimensions transversales doivent décroître dans les mêmes proportions si l'on veut que l'énergie rayonnée éventuellement par les extrémités conserve la même importance relative ; les dimensions transversales doivent également diminuer avec la longueur d'onde, si l'on veut éviter que des régimes parasites TE ou TM ne se superposent au régime principal TEM. Mais les dimensions linéaires diminuant comme la longueur d'onde λ , le coefficient de qualité Q diminue comme $\sqrt{\lambda}$. D'autre part, les conducteurs se rapprochant, les puissances que l'on peut mettre en jeu sans danger d'éclatement sont de plus en plus petites. Quand on arrive aux longueurs d'ondes inférieures à 50 cm (fréquences supérieures à 600 MHz) on utilise comme résonateurs des volumes résonnants.

Nous allons d'abord, par des considérations élémentaires et pour en faire saisir intuitivement le fonctionnement, montrer comment on peut obtenir de tels volumes résonnants. Nous en préciserons ensuite les qualités essentielles. Nous ferons pour terminer une étude par le calcul de quelques volumes résonnants de formes simples.

7.3.1. Obtention simple de volumes résonnants

a) Considérons un circuit constitué par un condensateur CC' et par une self L réduite à une spire [fig. 7 (I)].

Si nous faisons tourner la figure autour de XY , nous obtenons un volume en forme de tore, fermé sur lui-même, tel que celui qui, coupé par un plan diamétral, est représenté sur la figure 7 (II). On peut concevoir que ce volume puisse être le siège d'oscillations électromagnétiques au cours desquelles, en première approximation, le condensateur CC' se charge et se décharge par l'intermédiaire de courants qui parcourent la paroi interne du tore métallique.

L'énergie électromagnétique est emmagasinée dans l'espace intérieur du tore ; le champ électrique est particulièrement intense entre C et C' et c'est dans cette portion de l'espace que se trouve l'énergie électrique ; c'est au voisinage des parois internes du tore parcourues par les courants que le champ magnétique est particulièrement intense et que se trouve concentrée l'énergie magnétique, c'est-à-dire la self.

Si, partant du circuit déjà considéré figure 7 (I), nous le déplaçons par translation, nous obtenons un volume cylindrique tel que celui de la figure 7 (III). Ce volume n'est pas complètement fermé sur lui-même comme celui de la figure 7 (II), mais il peut être également le siège d'oscillations au cours desquelles le condensateur CC' se charge et se décharge par l'intermédiaire des courants qui parcourent la paroi intérieure L .

b) Considérons un condensateur CC' , les courants de charge et de décharge passant par le ruban conducteur MM' . Nous avons un résonateur

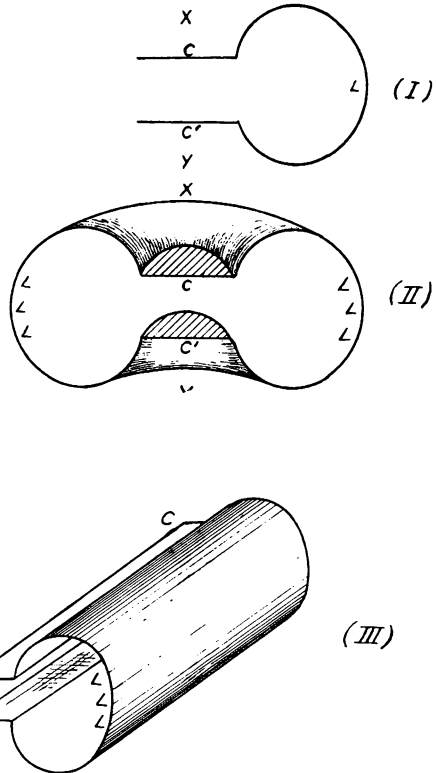


FIG. 7.

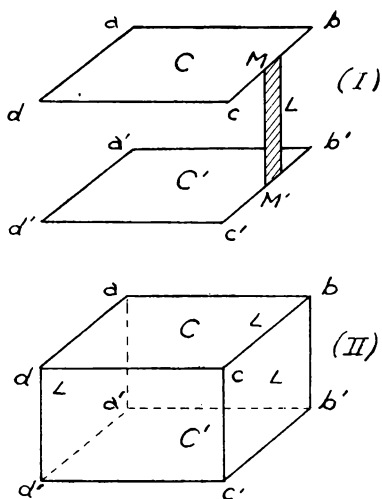


FIG. 8.

où le champ électrique et l'énergie électrique sont maximum entre C et C' et où le champ magnétique et l'énergie correspondante sont principalement localisés au voisinage de MM' .

Si nous élargissons le ruban MM' de façon à lui faire envelopper les éléments $abcd$ et $a'b'c'd'$ sur tout leur périmètre, nous obtenons un parallélépipède rectangle tel que celui de la figure 8 (II). Nous pouvons concevoir qu'il renferme de l'énergie électromagnétique et qu'il soit le siège d'oscillations dans lesquelles le condensateur constitué par les parois horizontales C et C' (notion précisée plus loin) se charge et se décharge par l'intermédiaire des courants qui traversent la

partie interne des faces verticales.

Comme nous le verrons dans la suite, le champ électrique vertical est nul au voisinage des parois verticales et l'énergie électrique est concentrée au voisinage de la droite qui joint les milieux des faces $abcd$ et $a'b'c'd'$; l'énergie magnétique, comme les courants, est concentrée au voisinage des parois verticales. Quoiqu'il en soit, le mécanisme de fonctionnement du système est facile à saisir.

c) Considérons un tronçon de ligne court-circuitée $AA' - BB'$ vibrant en quart-d'onde, tel que celui de la figure 9 (I).

Comme les charges et l'énergie électrique, la capacité est concentrée au voisinage de AA' ; comme les intensités de courant et l'énergie magnétique, la self est concentrée au voisinage de L .

Si l'on déplace cette ligne par translation perpendiculairement à son plan, on obtient une fente cylindrique, telle que celle de la figure 9 (II), qui peut être le siège d'oscillations électromagnétiques. La capacité se trouve concentrée du côté de l'ouverture de la fente, la self vers le fond.

Si l'écartement entre conducteurs, au lieu de rester constant avait été variable, on aurait pu obtenir par translation un résonateur tel que celui de la figure 9 (III).

REMARQUE. — Des volumes résonnants, dont la forme rappelle celle du résonateur 7 (II), sont utilisés dans les tubes pour hyperfréquences du type klystron.

Des résonateurs tels que 7 (III) et 9 (III) sont utilisés dans les magnétrons pour ondes centimétriques.

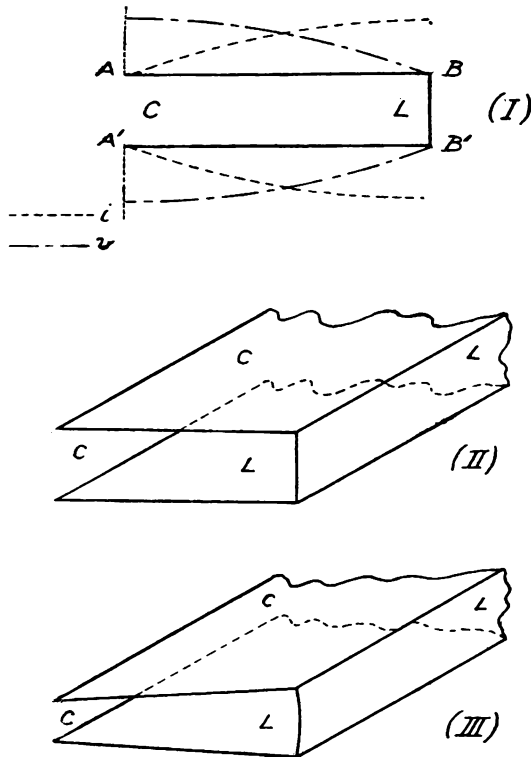


FIG. 9.

7.3.2. Intérêt des volumes résonnants

A propos des volumes résonnants obtenus ci-dessus, nous pouvons faire les remarques suivantes :

— De larges sections de conducteurs sont offertes au passage des courants ; les pertes par effet Joule sont relativement faibles.

— Des volumes résonnants tels que ceux des figures 7 (II) et 8 (II) sont complètement fermés sur eux-mêmes ; on dit parfois qu'ils sont « auto blindés » pour signifier que le métal qui les entoure forme écran et qu'ils ne peuvent, par conséquent, perdre aucune énergie par rayonnement.

— Les volumes résonnants considérés étant pris dans une masse métallique d'une seule pièce ne comportent pas, comme les résonateurs

à ligne, des isolants diélectriques. Les pertes correspondantes sont donc éliminées.

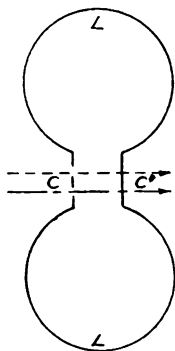
Pour toutes les raisons qui viennent d'être données on ne peut avoir que des pertes très faibles dans les volumes résonnants quand ces derniers sont le siège d'oscillations électromagnétiques. Les coefficients de qualité Q que l'on peut ainsi obtenir sont très élevés, ils s'expriment par milliers ou par dizaines de milliers.

REMARQUE. — Une surface s'appuyant sur un contour fermé quelconque tracé sur la paroi d'un volume résonnant est traversée par de l'énergie purement réactive lorsqu'on suppose les pertes négligeables.

7.3.3. Entretien des oscillations des volumes résonnants

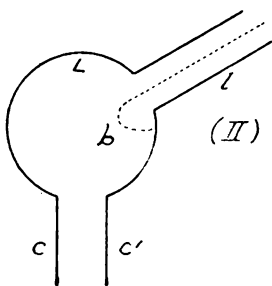
Pour entretenir des oscillations à l'intérieur d'un volume résonnant, il faut fournir de l'extérieur une énergie égale en valeur moyenne à celle qui correspond aux pertes.

Dans le cas du volume résonnant de la figure 10 (I), un champ électrique alternatif relativement intense existe entre les armatures CC' . Ces armatures sont perforées et traversées par un faisceau électronique périodique, de phase telle qu'il fournit de l'énergie au résonateur dans le parcours CC' . L'énergie d'entretien est fournie sous une tension élevée par un courant faible (courant électronique) ; ce sont des conditions d'antirésonance.



(I)

Dans le cas de la figure 10 (II), l'énergie d'entretien est apportée par la ligne coaxiale l terminée par une boucle de couplage b . Cet apport d'énergie se fait en un point où h et i sont grands, où e et v sont petits ; on a un entretien en résonance.



(II)

7.4. ÉTUDE DE QUELQUES VOLUMES RÉSONNANTS SIMPLES

Nous allons maintenant, à titre d'exemple, étudier par le calcul :

— des volumes résonnants considérés comme des tronçons de guides d'ondes ;

— des volumes résonnants ayant des formes géométriques simples : sphérique et conique.

FIG. 10.

7.4.1. Volumes résonnants formés de tronçons de guides d'ondes

Sur un tronçon de ligne constituant un résonateur, nous avons un régime stationnaire pur qui résulte du passage en ce point de deux ondes (v, i), d'amplitudes égales, qui se propagent en sens inverses. Aux deux extrémités de la ligne, l'une de ces ondes est l'onde incidente, l'autre est l'onde réfléchie.

Pour fixer les idées, dans le cas de la ligne demi-onde court-circuitée aux extrémités de la figure 4, la superposition des deux ondes donne à ces extrémités, pour satisfaire aux conditions aux limites, un ventre de potentiel et un nœud de courant.

Au lieu de définir chacune des deux ondes par un couple de valeur (v, i) nous aurions pu les définir par un état de vibration électromagnétique de section droite du type TEM (tel que celui représenté sur la figure 11 dans le cas d'une ligne coaxiale), se déplaçant dans un sens et dans l'autre à la vitesse de la lumière, si les pertes sont nulles. Sur un plan conducteur de section droite, l'onde réfléchie est telle que, superposée à l'onde incidente, elle donne un champ électrique de section droite nul et un champ magnétique maximum. Entre deux plans conducteurs de section droite distants de $\lambda/2$ (λ = longueur d'onde en espace libre), on peut confiner un état stationnaire vibratoire ; il lui correspond un flux d'énergie réactive, c'est-à-dire en fait une oscillation électromagnétique.

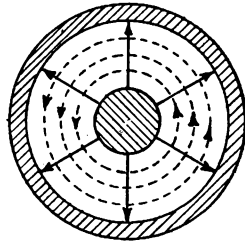


FIG. 11.

Nous avons vu, d'autre part, qu'un guide d'ondes illimité est (pour un mode de fonctionnement déterminé) le siège d'une propagation progressive, c'est-à-dire qu'il est parcouru par une onde unique. Cette onde est ici obligatoirement caractérisée par un état de vibration de section droite (TE ou TM) qui se déplace le long des génératrices Oz à la vitesse de phase v_z .

Si nous fermons ce guide par une paroi métallique de section droite, l'onde incidente va donner naissance à une onde réfléchie avec sur la paroi, comme effet résultant, un nœud pour les composantes tangentielle de e et normale de h , un ventre pour les composantes tangentielle de h et normale de e .

En avant de la paroi, nous avons maintenant un régime stationnaire résultant de la superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie d'amplitudes égales.

Deux parois métalliques de section droite distantes de $\frac{\lambda_z}{2}$ (ou de $n \cdot \frac{\lambda_z}{2}$) permettent de confiner un régime stationnaire, c'est-à-dire une oscillation électromagnétique, et donc de constituer un volume résonnant.

Nous allons étudier avec quelques détails le cas de l'onde TE_{01} .

7.4.1.1. Etude du volume résonnant constitué à l'aide d'un tronçon de guide d'ondes rectangulaire fonctionnant en TE_{01} .

Dans l'étude de la propagation d'un régime à l'intérieur d'un guide d'ondes illimité, nous avons trouvé (paragraphe 3.1) pour expression du champ :

$$e_i = (e_x)_i = -2jE \sin [\alpha'' y] \cdot \mathcal{B}_{(-)}$$

$$h_i \left\{ \begin{array}{l} (h_y)_i = -2j \frac{E}{\eta} \cos \Psi \cdot \sin (\alpha'' y) \cdot \mathcal{B}_{(-)} \\ (h_z)_i = -2 \frac{E}{\eta} \sin \Psi \cdot \cos (\alpha'' y) \cdot \mathcal{B}_{(-)} \end{array} \right.$$

avec $\mathcal{B}_{(-)} = e^{j(\Omega t - \alpha' z)}$ (où $\alpha' = \frac{2\pi}{\lambda_z}$ et $\alpha'' = \alpha \sin \Psi = \frac{2\pi}{\lambda_y}$)

Nous supposons maintenant le guide d'ondes terminé par une paroi métallique (conducteur parfait) de section droite. Nous prenons l'origine des coordonnées dans le plan de cette paroi (fig. 12).

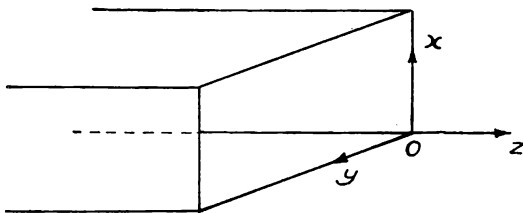


FIG. 12.

Une onde réfléchie prend naissance, chacune des ondes planes entrant dans la composition de l'onde incidente donnant naissance à une onde plane réfléchie.

Compte tenu des conditions aux limites en $z = 0$, les expressions du champ réfléchi sont :

$$\begin{aligned} e_r = (e_x)_r &= +2j E \sin(\alpha'' y) \cdot \mathcal{B}_{(+)} \\ h_r &\left\{ \begin{aligned} (h_y)_r &= -2j \frac{E}{\eta} \cos \Psi \sin(\alpha'' y) \cdot \mathcal{B}_{(+)} \\ (h_z)_r &= +2 \frac{E}{\eta} \sin \Psi \cos(\alpha'' y) \cdot \mathcal{B}_{(+)} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

avec

$$\mathcal{B}_{(+)} = e^{j(\Omega t + \alpha' z)}$$

L'onde incidente et l'onde réfléchie ajoutent leurs effets pour donner un régime résultant (e_T, h_T) défini par :

$$\begin{aligned} e_T = e_{xT} &= -4 E \sin[\alpha'' y] \cdot \sin[\alpha' z] e^{j\Omega t} \\ h_T &\left\{ \begin{aligned} h_{yT} &= -4j \frac{E}{\eta} \cos \Psi \cdot \sin[\alpha'' y] \cdot \cos[\alpha' z] e^{j\Omega t} \\ h_{zT} &= +4j \frac{E}{\eta} \sin \Psi \cdot \cos[\alpha'' y] \cdot \sin[\alpha' z] e^{j\Omega t} \end{aligned} \right. \\ &\left(\text{avec } \alpha' = \frac{2\pi}{\lambda_z} \quad \text{et} \quad \alpha'' = \frac{2\pi}{\lambda_y} \right) \end{aligned}$$

En avant de la paroi $z = 0$ ($z < 0$ sur la fig. 12), on trouve, lorsqu'on se déplace dans la direction des génératrices, un régime stationnaire pur résultant d'une réflexion complète. La longueur d'onde qui régit la distribution des champs dans ce régime stationnaire est la longueur d'onde de phase λ_z suivant la direction Oz .

Comme il a été déjà dit, nous trouvons ici quelque chose d'analogue à ce qui se produit avec une ligne court-circuitée ou avec une onde plane tombant sur la surface plane d'un conducteur parfait. Mais au lieu d'avoir simplement à considérer, comme dans les deux cas indiqués, la réflexion d'un couple de valeurs (v, i) ou (e, h) nous devons considérer la réflexion de l'ensemble du régime stationnaire qui, dans une section droite du guide, fixe la répartition du champ électromagnétique correspondant.

Si nous plaçons maintenant une deuxième paroi métallique de section droite à $\frac{\lambda_z}{2}$ en avant de la première $\left(z = -\frac{\lambda_z}{2} \text{ sur la figure 12}\right)$, on voit facilement que les conditions aux limites sont satisfaites sur cette paroi. Nous confignons ainsi une vibration électromagnétique à l'intérieur d'un parallélépipède rectangle qui constitue un volume résonnant. Les dimen-

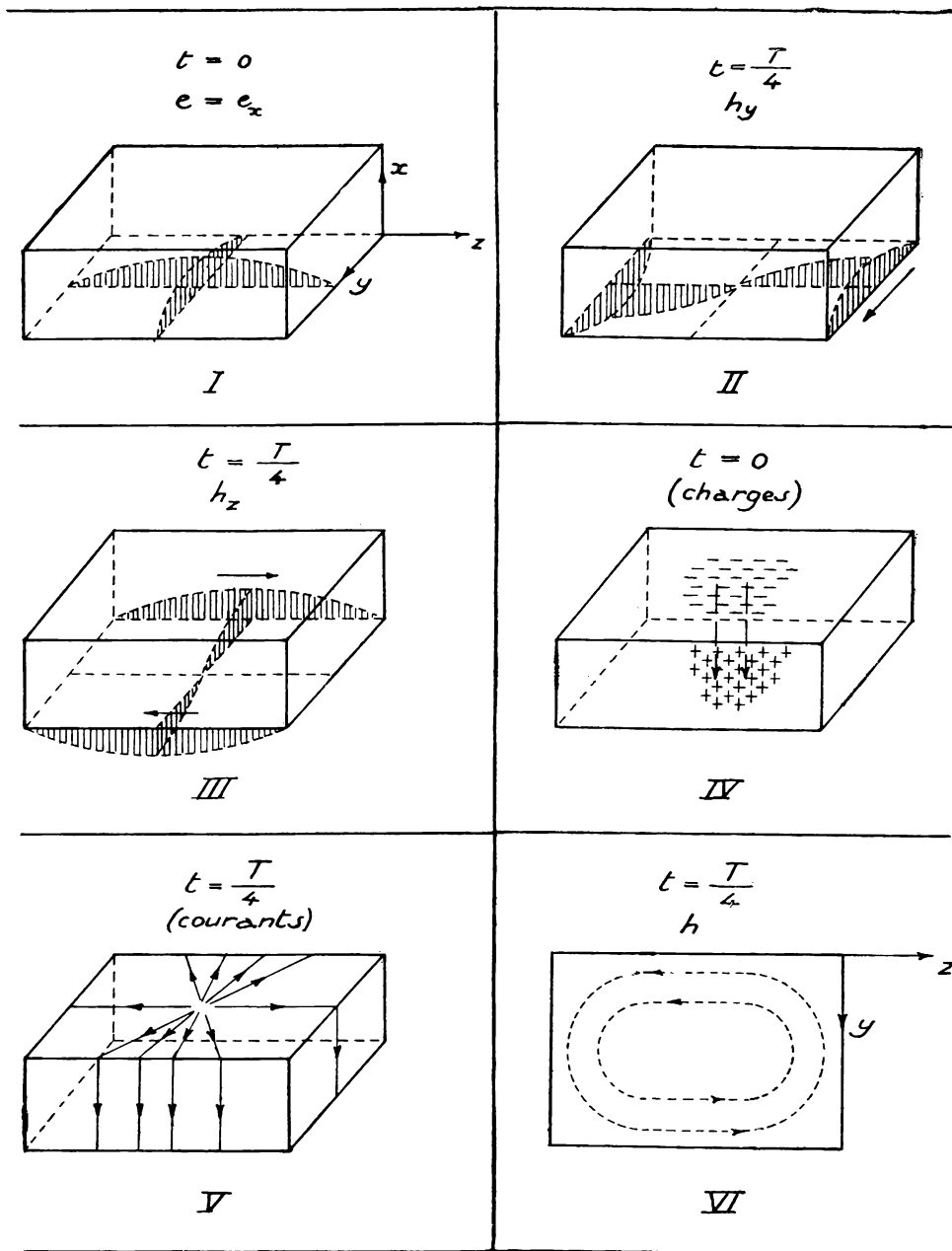


FIG. 13.

sions de ce parallélépipède sont : suivant Ox , indéterminée (en fait, nous l'avons vu, $< \frac{\lambda}{2}$) ; suivant Oy , $\frac{\lambda_y}{2}$; suivant Oz , $\frac{\lambda_z}{2}$.

Les figures 13 (I) et (IV) donnent la répartition du champ électrique et des charges à l'instant $t = 0$. Ces quantités passent alors par un maximum. Le champ magnétique et les courants sont alors nuls.

Les figures 13 (II), (III), (V), (VI) donnent la répartition du champ magnétique et des courants à l'instant $t = \frac{T}{4}$. Ces quantités passent alors par un maximum. Le champ électrique et les charges sont alors nuls.

Le régime obtenu est désigné par trois indices, puisqu'il faut considérer la distribution des champs suivant les trois axes de coordonnées. C'est le régime TE_{011} ou H_{011} . On a : pas de variation suivant Ox et une demi-longueur d'onde de phase $\left(\frac{\lambda_y}{2} \text{ et } \frac{\lambda_z}{2}\right)$ suivant Oy et Oz .

On voit immédiatement, par l'examen des schémas, comment les parois parallèles au plan yOz sont chargées et déchargées alternativement par les courants qui empruntent les parois parallèles à Ox .

REMARQUE I. — L'énergie électromagnétique dont dispose le système se trouve entièrement sous forme électrique à l'instant $t = 0$, toute entière sous forme magnétique à l'instant $t = \frac{T}{4}$.

Aux instants intermédiaires il y a partage de l'énergie entre les deux formes.

On peut donc calculer l'énergie électromagnétique W mise en jeu, en calculant soit $W_E(t = 0)$, soit $W_M\left(t = \frac{T}{4}\right)$.

REMARQUE II. — En prenant comme élément de référence la tension d'amplitude V qui existe entre les milieux des parois parallèles à yOz , on peut donner à l'énergie électromagnétique du système l'expression :

$$W = \frac{1}{2} C_V V^2$$

La capacité équivalente ainsi définie est le quart de la capacité statique C_s du condensateur qui serait formé par ces deux parois. La répartition des charges (et des champs) est, dans ce dernier cas, uniforme, au lieu de varier suivant une loi sinusoïdale, suivant Oy et suivant Oz .

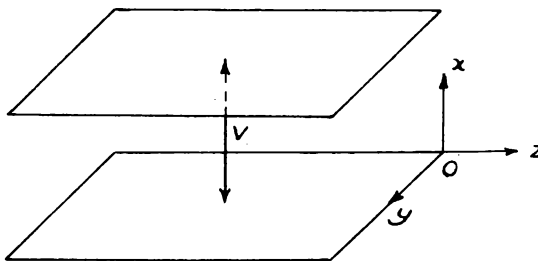


FIG. 14.

De la même façon, si l'on détermine la charge maximum et si l'on pose

$$Q = C_q \cdot V$$

on définit une capacité équivalente

$$C_q = \frac{4}{\pi^2} C_s \approx 0,4 C_s$$

7.4.1.2. Détermination du coefficient de qualité d'un volume résonnant.

On peut établir que, si on a déterminé la distribution du champ électrique $e(x, y, z)$ ou du champ magnétique $h(x, y, z)$ à l'intérieur d'un volume résonnant de volume (V), l'énergie électromagnétique W_{em} emmagasinée dans ce volume a pour valeur :

$$W_{em} = \frac{1}{2} \iiint_V \varepsilon E^2 d\tau = \frac{1}{2} \iiint_V \mu H^2 d\tau.$$

E et H désignent les amplitudes de crête des champs e et h , ε et μ la constante diélectrique et la perméabilité du milieu diélectrique intérieur au volume résonnant.

La démonstration de ces formules à partir des équations de Maxwell ne présente pas de difficultés. Mais, plutôt que de la donner, nous considérerons le cas élémentaire d'un résonateur constitué par une capacité formée d'un condensateur à deux armatures (de surface S et d'écartement l) et par une self formée elle-même d'une bobine solénoïdale (de surface S' , longueur l' et comportant N spires). L'énergie électromagnétique passe alternativement (comme on l'a vu au paragraphe 7.1) de la forme électrique ou capacitive à la forme magnétique ou « selfique ». L'énergie capacitive est égale à :

$$W_{cap} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon S}{l} E^2 l^2 = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 \tau$$

en désignant par E l'amplitude de crête du champ électrique entre les armatures et par τ le volume intérieur au condensateur.

Pour évaluer l'énergie « selfique », on se rappellera les formules classiques pour un solénoïde :

$$H = \frac{NI}{l'}$$

$$L = \frac{N^2 \mu S'}{l'}$$

H étant l'amplitude de crête du champ magnétique et L la « self ». D'où l'on déduit :

$$W_{self} = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \frac{N^2 \mu S'}{l'} \frac{l'^2}{N^2} H^2 = \frac{1}{2} \mu H^2 \tau'$$

τ' étant le volume intérieur à la bobine.

On retrouve ainsi, sous forme élémentaire, les relations générales indiquées plus haut.

Quant à la puissance P_p perdue dans les parois du résonateur, elle peut se déterminer par la relation :

$$P_p = \frac{1}{2} R_{11} \iint_S H_s^2 dS$$

S désignant la surface du volume résonnant, et H_s l'amplitude de crête du champ magnétique sur cette surface (qui est en fait tangential à la surface).

On peut ainsi calculer le coefficient de qualité d'un volume résonnant quelconque.

Pour permettre d'effectuer les calculs nécessaires à la détermination des coefficients de qualité, nous donnons ci-après pour quelques métaux la valeur de la résistance R_{11} par unité de surface (unité qu'il est inutile de préciser, car l'augmentation de la largeur d'un élément carré est compensée par un allongement égal). Nous donnons aussi les valeurs de pénétration δ correspondantes.

	R_{11} (ohms)	δ (cm) $\times \sqrt{f}$ Hz
cuivre	$2,61 \cdot 10^{-7} \sqrt{f} \text{ Hz}$	6,6
laiton	$5,01 \cdot 10^{-7} \sqrt{f} \text{ Hz}$	12,7
argent	$2,52 \cdot 10^{-7} \sqrt{f} \text{ Hz}$	6,42
aluminium	$3,26 \cdot 10^{-7} \sqrt{f} \text{ Hz}$	8,26
soudure	$7,73 \cdot 10^{-7} \sqrt{f} \text{ Hz}$	18,5

Pour fixer les idées, indiquons que pour un volume résonnant cubique on trouve un coefficient de qualité.

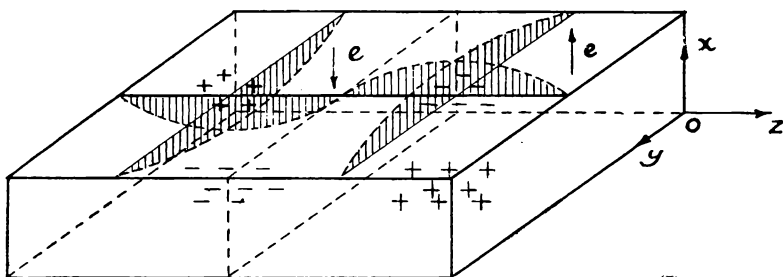
$$Q = 0,742 \frac{\eta}{R_{11}} \quad (\text{où } \eta = 377 \text{ ohms})$$

On trouve ainsi pour $f = 1\,000$ MHz, $Q = 42\,500$,
pour $f = 3\,000$ MHz, $Q = 24\,600$.

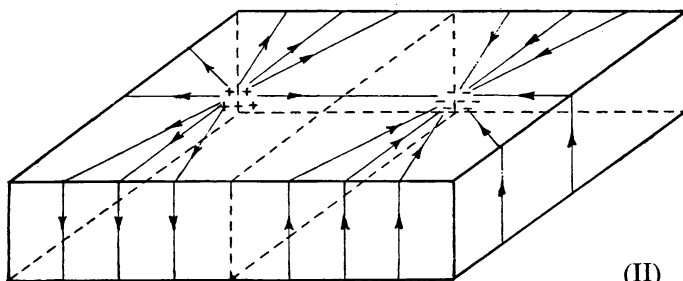
7.4.1.3. Régimes TE_{01p} dans un volume résonnant parallélépipède rectangle.

Pour obtenir le volume résonnant fonctionnant en régime TE_{011} qui vient d'être étudié, nous avons placé une paroi métallique à $\frac{\lambda_z}{2}$ en avant de la paroi terminale.

Nous aurions pu aussi bien placer cette paroi à une distance $p \cdot \frac{\lambda_z}{2}$ de la paroi terminale. Nous aurions eu alors un régime TE_{01p} ou H_{01p} (pas de distribution suivant Ox , $\frac{\lambda_y}{2}$ suivant Oy , $p \cdot \frac{\lambda_z}{2}$ suivant Oz).



(I)



(II)

FIG. 15.

La figure 15 (I) et (II) donne la répartition du champ e à l'instant $t = 0$ et celle du courant à l'instant $0 < t < \frac{T}{4}$ (à l'instant $t = \frac{T}{4}$ les charges marquées $+$ et $-$ seraient nulles).

7.4.1.4. Régimes TE_{mnp} ou TM_{mnp} dans un volume résonnant parallélépipède rectangle.

Dans les deux paragraphes précédents nous avons vu comment, en partant d'un guide à section rectangulaire en TE_{01} , on peut, en le fermant aux deux extrémités, obtenir un volume résonnant fonctionnant en TE_{011} ou en TE_{01p} .

Mais ce que nous avons dit pour l'onde TE_{01} peut être dit pour une onde quelconque TE_{mn} ou TM_{mn} . Une onde incidente TE_{mn} donne sur une paroi terminale de section droite une onde réfléchie du même type ; l'onde résultante correspond à un régime stationnaire suivant Oz . Des plans de section droite placés à $p \cdot \frac{\lambda_z}{2}$ en avant de la paroi terminale permettent de constituer des volumes résonnants correspondant au mode de vibration TE_{mnp} ou TM_{mnp} ($m \cdot \frac{\lambda_x}{2}$ suivant Ox , $n \cdot \frac{\lambda_y}{2}$ suivant Oy , $p \cdot \frac{\lambda_z}{2}$ suivant Oz).

7.4.1.5. Volumes résonnants de section circulaire et de section quelconque.

On peut évidemment réaliser des volumes résonnants en fermant des guides d'onde de section droite circulaire par des plans conducteurs de section droite. Si le régime dans le guide (qui définit le mode de vibration de section droite) est caractérisé par les indices m et n , et si le guide a une longueur de $p \cdot \frac{\lambda_z}{2}$ suivant les génératrices, le mode de vibration dans le volume constitué est du type TE_{mnp} ou TM_{mnp} .

La figure 16 donne l'image des lignes de champ électrique et de champ magnétique pour le régime TM_{011} (pas de distribution suivant ϕ , première racine de l'équation de Bessel en r , $1 \times \frac{\lambda_z}{2}$ suivant la coordonnée z).

Il est bien évident que tout ce qui précède est susceptible de généralisation et qu'un guide d'onde de section quelconque, siège d'une propagation d'indices m et n par rapport aux deux coordonnées de section droite, peut être utilisé pour constituer un volume résonnant cylindrique.

Le régime de vibration sera du type TE_{mnp} si la longueur

suivant Oz est $p \cdot \frac{\lambda_z}{2}$.

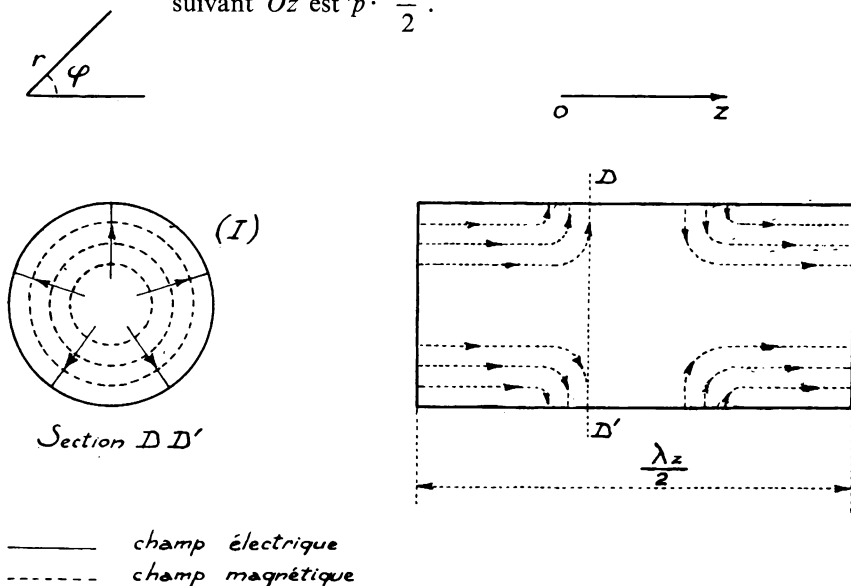


FIG. 16.

7.4.1.6. Volumes résonnants à la coupure — Ondes TM_{mno} .

Pour les ondes E' ou TM sur un guide fonctionnant à la coupure, le champ électrique se réduit à sa composante parallèle aux génératrices, le champ magnétique étant par définition transversal. Les conditions aux limites sur les parois métalliques de section droite sont donc satisfaites quelle que soit la distance qui sépare ces parois. Il n'y a pas de distribution des champs suivant la coordonnée z ; ici $p = 0$ et nous avons un régime de vibration du type TM_{mno} ou E_{mno} .

La figure 17 donne la répartition des champs pour des tronçons de guide, de section circulaire, de longueur l (arbitraire) et fonctionnant sur les modes TM_{010} et TM_{110} .

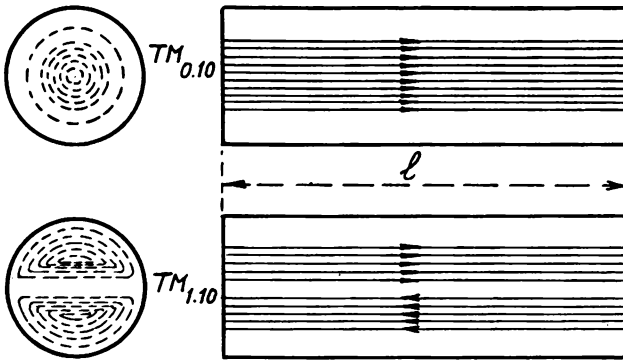


FIG. 17.

7.4.2. Volumes résonnants sphériques

L'étude doit être faite à l'aide des équations de Maxwell écrites en coordonnées sphériques (paragraphe 1.1.2. Remarque I), les coordonnées ayant la signification indiquée sur la figure 5 du chapitre I.

Considérons seulement les modes simples pour lesquels la vibration est de révolution autour de l'axe des pôles. Tous les termes en $\frac{\partial}{\partial \phi}$ sont nuls.

Les équations de Maxwell se divisent en deux groupes indépendants de trois équations qui contiennent respectivement les composantes

$$(e_\phi, h_r, h_\theta) \quad \text{et} \quad (h_\phi, e_r, e_\theta)$$

Considérons le deuxième de ces groupes, pour lequel le champ électrique est dans un plan méridien et le champ magnétique normal à un tel plan.

En régime cissoïdal :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{MF (III)} \quad \frac{1}{r} \cdot \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \mathcal{E}_\theta) - \frac{\partial \mathcal{E}_r}{\partial \theta} \right] = -j\Omega\mu \mathcal{H}_\phi \\ \text{MA (I)} \quad \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (\mathcal{H}_\phi \sin \theta) = j\Omega\epsilon \mathcal{E}_r \\ \text{MA (II)} \quad -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \mathcal{H}_\phi) = j\Omega\epsilon \mathcal{E}_\theta. \end{array} \right.$$

On en tire, avec $\alpha = \Omega \sqrt{\epsilon \mu}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{E}_\phi = \frac{K \sin \theta}{\alpha r} \left[\frac{\sin \alpha r}{\alpha r} - \cos \alpha r \right] \\ \mathcal{E}_r = -\frac{2jK \cos \theta}{(\alpha r)^2} \left[\frac{\sin \alpha r}{\alpha r} - \cos \alpha r \right] \\ \mathcal{E}_\theta = \frac{j\eta K \sin \theta}{(\alpha r)^2} \left[\frac{(\alpha r)^2 - 1}{\alpha r} \sin \alpha r + \cos \alpha r \right] \end{array} \right.$$

Si le rayon de la sphère est égal à a , pour $r = a$ on doit avoir $\mathcal{E}_\theta = 0$, c'est-à-dire $\text{tg } \alpha a = \frac{\alpha a}{1 - (\alpha a)^2}$

La première racine correspond à $\alpha a = 2,74$ et $\lambda = 2,29 a$.

Les figures 18 (I) et (II) donnent respectivement les lignes du champ électrique dans un plan diamétral et les lignes de champ magnétique dans le plan de l'équateur.

Le mode de fonctionnement considéré est du type TM_{101} , les coordonnées étant choisies dans l'ordre $r \phi \theta$.

On peut calculer l'énergie électromagnétique W emmagasinée, comme il a été dit à propos du volume résonnant parallélépipède rectangle.

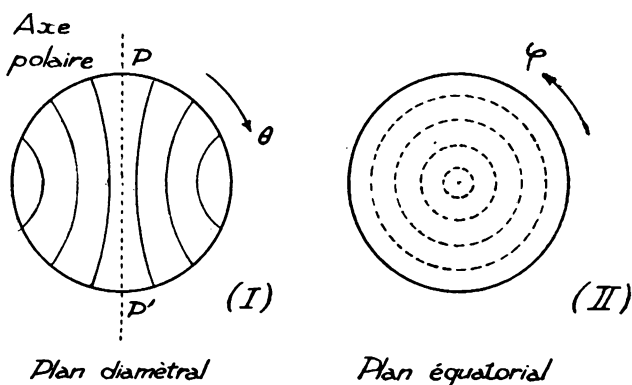


FIG. 18.

Prenant la tension v entre pôles comme tension de référence, le courant qui traverse l'équateur comme courant de référence, on peut définir les

éléments C, L, R du résonateur équivalent à l'aide des formules :

$$W = W_E = \frac{1}{2} C V^2$$

$$W = W_M = \frac{1}{2} L I^2$$

$$P_p = \frac{1}{2} R I^2$$

On peut également calculer le coefficient de qualité par la méthode déjà indiquée et l'on trouve :

$$Q = \frac{\eta}{R_{11}}$$

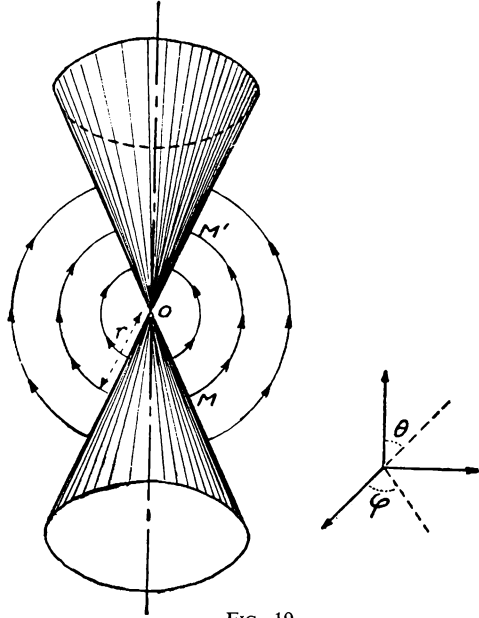


FIG. 19.

7.4.3. Volumes résonnants coniques

a) Considérons d'abord la ligne de transmission en forme de cône de révolution représentée sur la figure 19. Une propagation ayant une symétrie de révolution ($\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$) et dans laquelle seules subsistent les composantes e_r , e_θ et h_ϕ du champ électromagnétique peut entre autres se produire ; elle peut être étudiée à partir des seules équations MF (III), MA (I), MA (II) dont l'expression a été rappelée au paragraphe précédent.

Ces équations en l'absence de pertes admettent la solution :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= 0 \\ \varepsilon_\theta &= \frac{\eta}{r \sin \theta} [K_{(-)} e^{j(\Omega t - ar)} + K_{(+)} e^{j(\Omega t + ar)}] \\ \mathcal{H}_\phi &= \frac{1}{r \sin \theta} [K_{(-)} e^{j(\Omega t - ar)} + K_{(+)} e^{j(\Omega t + ar)}] \end{aligned} \right\}$$

On a donc dans le cas général deux ondes sphériques progressives, l'une centrifuge, l'autre centripète, qui se propagent avec la vitesse de la lumière.

La différence de potentiel entre les deux extrémités M, M' d'une ligne de champ électrique (fig. 19) est indépendante de r à la phase près. Le courant i qui traverse une section droite du cône est dans les mêmes conditions indépendante de r .

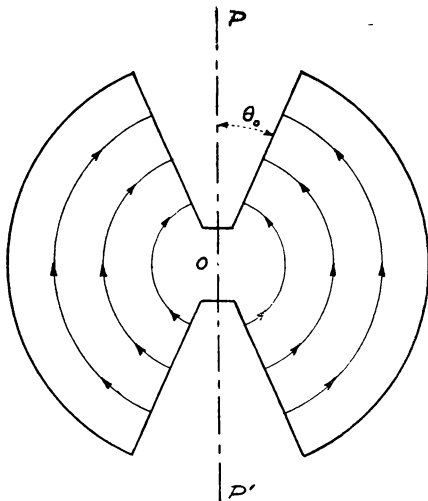


FIG. 20.

Pour l'une des ondes progressives, si l'on définit une impédance par le rapport $\frac{V}{j}$ on a :

$$Z = \frac{V}{j} = 4\eta \log_e \cotg \frac{\theta_0}{2}$$

(θ_0 étant l'angle d'ouverture des cônes, et η la quantité définie par

$$\eta = \frac{E}{H} = \frac{E_\theta}{H_\phi}.$$

b) Constituons maintenant un volume résonnant limité par une portion de sphère et par deux éléments coniques coaxiaux. La section de ce volume par un plan diamétral est donnée sur la figure 20.

Si la capacité existant entre les deux sections des cônes au voisinage du centre O est négligeable, on peut avoir une propagation le long des cônes tout à fait analogue à celle étudiée ci-dessus, et une résonance sera obtenue lorsque le rayon de la sphère sera égal à $\frac{\lambda}{4}$, λ étant la longueur d'onde de propagation en espace libre.

Si les sections des cônes voisins de O sont perforées, ce volume résonnant peut être excité par un faisceau électronique ayant la direction PP' comme direction de propagation. C'est une attaque à l'antirésonance ; le régime stationnaire existant à l'intérieur de la cavité et résultant de la superposition d'une onde centrifuge et d'une onde centripète donne en effet, au voisinage de O , un nœud pour h , un ventre pour e , et au contraire sur la surface interne de la sphère un nœud pour e et un ventre pour h .

7.4.4. Volumes résonnants de formes diverses

Nous avons étudié ci-dessus des volumes résonnants de formes simples, cavités cylindriques (tronçons de guides d'ondes), sphériques,

sphéro-coniques, pour lesquelles, par un choix convenable des coordonnées, les calculs peuvent être menés assez simplement jusqu'au bout.

Quand les volumes résonnants ont des formes plus compliquées il est impossible, dans le cas général, d'en faire l'étude par le calcul. Des méthodes donnant des résultats approchés peuvent cependant être appliquées à certaines cavités de révolution : nous allons, par exemple, indiquer celle qui a permis [BERNIER, *Onde Electrique*, août-septembre 1946] de faire l'étude d'un rhumbatron volume résonnant utilisé dans la constitution des tubes « klystrons », dont la section méridienne est dessinée en traits pleins sur la figure 21 (axe de révolution xy).

On considère d'abord le volume en forme de tore de section $ABDE$ et on cherche pour les champs une solution (sous forme de série) qui satisfasse aux équations de Maxwell et aux conditions aux limites sur les parois AB - BD - EA .

On considère d'autre part l'élément de volume cylindrique EC et on cherche une série solution satisfaisant aux conditions aux limites sur les parois CF et EF .

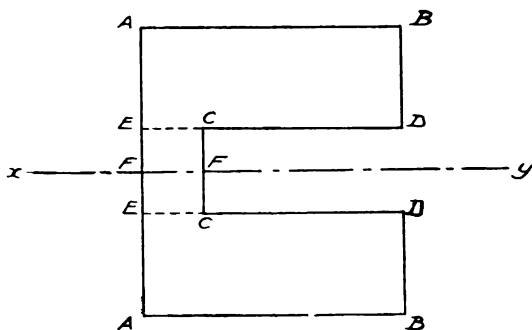


FIG. 21.

On écrit ensuite que la première solution satisfait aux conditions aux limites sur la paroi CD et d'autre part que les deux solutions se *raccordent* sur la surface CE .

La considération des valeurs asymptotiques des termes des séries conduit pour la solution finale à une série assez rapidement convergente et donne une précision acceptable.

Indiquons qu'un calcul fait sur ces bases par GOUDET a donné la résonance sur $\lambda = 10,9$ cm, pour une longueur d'onde mesurée de $\lambda = 10,4$ cm.

Remarquons à ce propos que la détermination approchée par le calcul des longueurs d'ondes de résonance des cavités présente peu d'intérêt, ces longueurs d'onde pouvant être mesurées expérimentalement avec plus de précision. Ce qui présente un plus grand intérêt, c'est la détermination théorique des « cartes des champs » ; la connaissance de la répartition des champs est en effet nécessaire pour calculer certains éléments correspondant à la cavité (coefficient de qualité, impédance d'entrée...).

Indiquons qu'une cavité pouvant vibrer sur une suite discrète de longueurs d'onde, la longueur d'onde de résonance, quand on ne précise pas davantage, est la plus petite de toutes, c'est-à-dire la longueur d'onde fondamentale. Elle est de l'ordre de grandeur des dimensions de la cavité. (Une sphère creuse ayant 10 cm de diamètre a une longueur d'onde fondamentale de 11,5 cm).

REMARQUE I. — Dans les volumes résonnants de révolution la longueur d'onde fondamentale correspond à un régime vibratoire de révolution. Ce régime est dit du type électrique, quand les lignes de force du champ électrique sont situées dans les plans méridiens et que les lignes de force du champ magnétique sont des cercles centrés sur l'axe. Un régime est du type magnétique, quand les lignes du champ magnétique sont dans un plan méridien et celles du champ électrique sont des cercles ayant pour axe l'axe de révolution.

REMARQUE II. — Les coefficients de qualité de cavité sont déterminés à partir de la formule :

$$Q = 2\pi \frac{W_{em}}{P_p \cdot T}$$

Les formules indiquées au paragraphe 7.4.1.2 pour W_{em} et P_s permettent d'établir immédiatement que le coefficient de surtension de cavités homothétiques varie proportionnellement au rapport :

$$\frac{V}{R_{11}S\lambda} \sim \frac{1}{R_{11}}$$

la longueur d'onde de résonance λ étant elle-même proportionnelle aux dimensions linéaires. Q , inversement proportionnel à R_{11} , est donc proportionnel à la racine carrée de la fréquence.

REMARQUE III. — On peut exciter une cavité soit par de petites antennes, soit par des boucles qui sont parcourues par des courants de conduction ; on peut aussi les exciter par des faisceaux électroniques.

7.5. DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS LOCALISÉS ÉQUIVALENTS À UN VOLUME RÉSONNANT

1° On doit considérer d'abord deux points A , B de la surface de la cavité, aux extrémités d'une même ligne de force du champ électrique.

Si le volume a un axe de symétrie ou de révolution, les deux points sont choisis le plus souvent sur cet axe. Mais il faut noter que les résultats auxquels on parvient dépendent du choix de A et B .

La tension V aux bornes de la cavité sera déterminée par la relation :

$$V = \int_A^B E \, ds$$

l'intégration du champ électrique étant prise le long de la ligne de force considérée.

2° La valeur de la *capacité* et de la *self* équivalente de la cavité seront alors déterminées par les relations :

$$W_{em} = \frac{1}{2} CV^2,$$

$$LC \Omega^2 = 1,$$

W_{em} et Ω désignant respectivement l'énergie électromagnétique emmagasinée et la pulsation de résonance.

3° Le courant équivalent I circulant dans la cavité se déduira de la relation :

$$W_{em} = \frac{1}{2} LI^2.$$

4° Enfin, la résistance équivalente sera obtenue par la formule :

$$P_p = \frac{1}{2} RI^2.$$

On trouve ainsi (article précité de BERNIER) pour des cavités fonctionnant sur $\lambda = 20$ cm :

— sphère en vibration fondamentale du type électrique, vue des extrémités du diamètre axe de symétrie :

diamètre = 26,8 centimètres	$Q = 38\,800$
$L = 33.10^{-9}$ henrys	$R = 12,6.10^6$ ohms

— cylindre droit à base circulaire, de hauteur égale au rayon, en vibration fondamentale du type électrique, vu des extrémités de l'axe de révolution :

diamètre = 15,26 centimètres	$Q = 23\,000$
$L = 19,7.10^{-9}$ henrys	$R = 4,28.10^6$ ohms

— rhumbatron, vu de l'axe de révolution, selon les rapports de dimensions :

$$Q = 6\,000 \text{ à } 12\,000$$

$$L\omega = 40 \text{ à } 70 \text{ ohms}$$

$$R = 0,3 \text{ à } 0,7 \cdot 10^6 \text{ ohms}$$

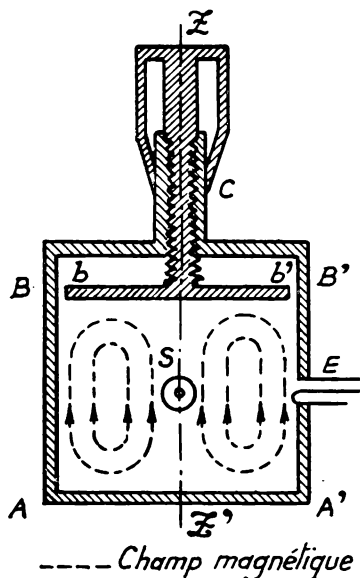


FIG. 22.

7.6. ONDEMÈTRES A CAVITÉS RÉSONNANTES

Signalons la possibilité d'utiliser des cavités résonnantes comme ondemètres en hyperfréquences. La figure 22 représente un tel ondemètre ; le système est de révolution autour de ZZ' ; la cavité $ABA'B'$ vibre en TE_{011} ; λ_s étant constant, $AB = \frac{\lambda_z}{2}$ ne dépend que de λ . L'attaque est faite par E ; la sortie S permet de vérifier que la résonance est réalisée. La valeur de λ , longueur d'onde à mesurer, est déterminée sur la graduation C .

Les intervalles ménagés en bb' n'ont aucune action sur TE_{011} (cercles de courants de section droite) mais empêchent l'excitation sur TM_{111} , qui a la même fréquence de résonance que TE_{011} .

7.7. AUTRES TYPES DE RÉSONATEURS

7.7.1. Résonateurs piézoélectriques

Nous venons de passer en revue les différents résonateurs utilisés dans les différentes parties de la gamme des ondes radioélectriques. Bien que nous ne nous proposons pas d'en faire l'étude ici, il nous faut mentionner des résonateurs dont l'importance est très grande dans le domaine des télécommunications ; ce sont les résonateurs piézoélectriques et principalement les résonateurs à quartz.

Les vibrations mécaniques du quartz sont très peu amorties ; par piézoélectricité à ces vibrations mécaniques correspondent des vibrations électriques. Un cristal de quartz intercalé dans un montage électrique peut être schématiquement représenté par un circuit équivalent dont les

constantes localisées sont telles que le coefficient de qualité correspondant est très élevé, plusieurs dizaines ou même plusieurs centaines de milliers d'unités.

Ce coefficient de qualité très élevé fait du quartz un élément stabilisateur de choix et le fait utiliser dans la réalisation des filtres à frontières raides.

7.7.2. Résonateurs « papillon »

On utilise dans la gamme des ondes métriques des circuits dits circuits papillon, dont la constitution est représentée sur la figure 23.

La capacité est constituée par deux armatures C , mobiles autour de O , entre deux armatures fixes. Ces armatures fixes sont reliées par l'élément de spire L qui constitue la self.

Sur la figure, C et L ont leurs valeurs maximum.

Quand, par rotation de l'armature mobile on diminue C , L diminue en même temps car au voisinage de L se place l'armature mobile qui provoque progressivement une diminution de self, comme le fait un blindage métallique amené au voisinage d'un circuit.

La gamme d'accord du résonateur papillon est ainsi très étendue, bien que la présence de lampes, compte tenu de leurs capacités internes, la diminue notablement.

Les circuits papillon peuvent être utilisés dans la gamme des ondes métriques.

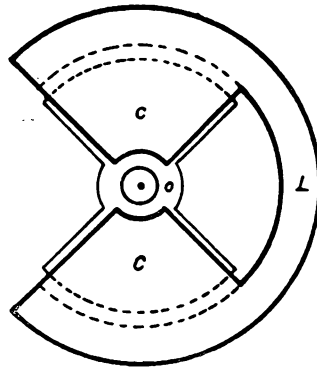


FIG. 23.

7.8. ANNEXE AU CHAPITRE VII

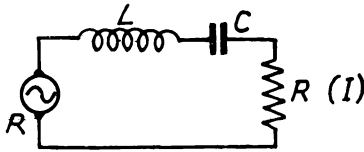
RÉALISATION DE FILTRES HYPERFRÉQUENCES

Nous nous proposons maintenant de montrer, d'après MUMFORD⁽¹⁾, comment la technique classique de réalisation de filtres peut être adaptée à la gamme des hyperfréquences, en utilisant comme résonateurs de tronçons de guides d'ondes.

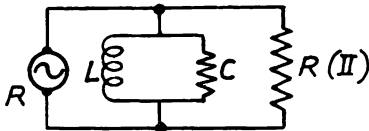
Nous prenons comme exemple la réalisation de filtres méplats.

1° Quelques définitions doivent être données tout d'abord.

a) *Coefficient de qualité en charge.*



Si une source de résistance R débite dans une résistance d'utilisation R à travers L et C en série [fig. 24 (I)], on définit le coefficient de qualité en charge par



avec

$$Q = \frac{L\omega_0}{2R}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

FIG. 24.

Dans le cas où L et C sont mis en parallèle [fig. 24 (II)], on a :

$$Q = \frac{C\omega_0}{2} R.$$

On peut définir le coefficient Q de qualité en charge par la relation :

(1) Bell System Technical Journal, novembre 1948.

$$\frac{P_0}{P} = 1 + Q^2 \left[\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right]^2 = 1 + Q^2 y^2,$$

dans laquelle

$$y = \left[\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right] \text{ est la dissonance,}$$

P_0 est la puissance que fournit la source en débitant directement sur R ,
 P est la puissance fournie à R , après insertion de l'ensemble L , C en série ou en parallèle.

b) *Fréquence de coupure.*

Une fréquence de coupure f_c du filtre est définie par :

$$Q \text{ (en charge)} = \left| \frac{1}{\frac{f_c}{f_0} - \frac{f_0}{f_c}} \right| = \left| \frac{f_0}{f_2 - f_1} \right|$$

A la coupure on a :

$$y = y_c \quad Q^2 y_c^2 = 1 \quad \text{et} \quad \frac{P_0}{P} = 2.$$

Il y a, en fait, deux fréquences de coupure f_1 et f_2 en symétrie géométrique par rapport à f_0 . Pour l'une ou l'autre de ces fréquences, la puissance fournie est la moitié de celle fournie à l'accord ; l'affaiblissement correspondant est de 3 dB.

c) *Impédance et admittance normalisées.*

L'impédance placée entre A et B sur la figure 25 (I) a pour valeur normalisée :

$$\frac{Z}{R} = 1 + 2jQy.$$

L'admittance placée entre A et B sur la figure 25(II) a pour valeur normalisée :

$$yR = 1 + 2jQy.$$

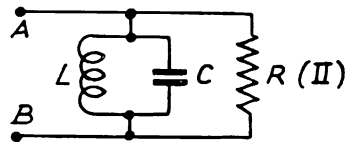
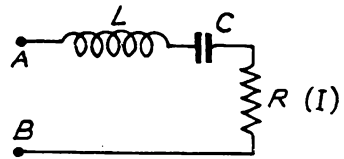


FIG. 25.

C'est l'introduction de la notion de coefficient de qualité en charge qui permet de donner la même expression à l'impédance et à l'admittance normalisées considérées.

d) Dans le cas d'un filtre passe-bande composé de n éléments résonnants accordés sur f_0 , on définit un coefficient de qualité Q_T en charge pour l'ensemble par

$$Q_T = \frac{1}{\left| \frac{f_c - f_0}{f_0 f_c} \right|} = \frac{1}{y_c}$$

où f_c est la fréquence de coupure correspondant à la demi-puissance et y_c la dissonance correspondante. On a ainsi pour un filtre méplat :

$$\frac{P_0}{P} = 1 + \left[Q_T \left(\frac{f - f_0}{f_0 - f} \right) \right]^{2n} = 1 + \left(\frac{y}{y_c} \right)^{2n} = 1 + \left[Q_T \cdot y \right]^{2n} \quad (1)$$

2° Par application de la formule (1), on détermine n et Q_T par tâtonnements, de façon à avoir la courbe de filtrage que l'on recherche.

D'après les théories de Bennett et Darlington dans la technique classique, on constitue des filtres passe-bande méplats, à l'aide de n éléments L, C , disposés comme sur la figure 26 et dont les coefficients Q sont proportionnels aux coefficients de j dans les racines d'ordre $2n$ de -1 . On a ainsi :

$$Q_1 = Q_T \sin \frac{\pi}{2n}, \quad Q_2 = Q_T \sin \frac{3\pi}{4n}, \quad \dots \quad Q_n = Q_T \sin \left(\frac{2n-1}{2n} \right) \pi. \quad (2)$$

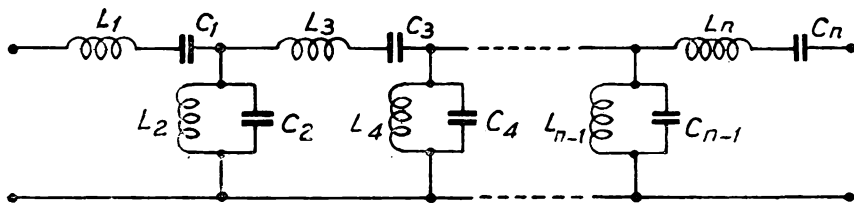


FIG. 26.

3° Aux fréquences radioélectriques élevées, il peut y avoir perturbation par induction mutuelle entre les ensembles L, C . D'autre part, dans l'application aux guides d'ondes, il serait impossible de localiser les éléments comme dans la technique exposée.

On a donc songé à réaliser des filtres équivalents à celui représenté par la figure 26, mais constitués par des éléments L, C en parallèle distribués sur la ligne, les distances entre éléments successifs étant égales à $(2n+1) \frac{\lambda}{4}$. On passe ainsi du schéma 27 (I) au schéma 27 (II).

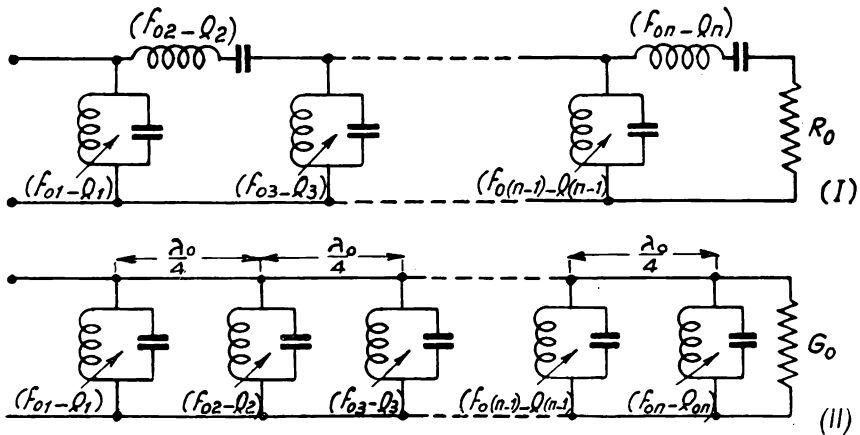


FIG. 27.

Pour légitimer cette transformation nous ferons quelques remarques.

L'impédance $R_0 + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$, vue à travers les tronçons de ligne $\frac{\lambda}{4}$ d'impédance caractéristique R_0 , donne une impédance d'entrée :

$$Z_{AB} = \frac{R_0}{1 + 2jQy} \quad [\text{fig. 28 (I)}],$$

c'est-à-dire une admittance d'entrée

$$Y_{AB} = G_0(1 + 2jQy)$$

$$\left(\text{avec } R_0 = \frac{1}{G_0}\right).$$

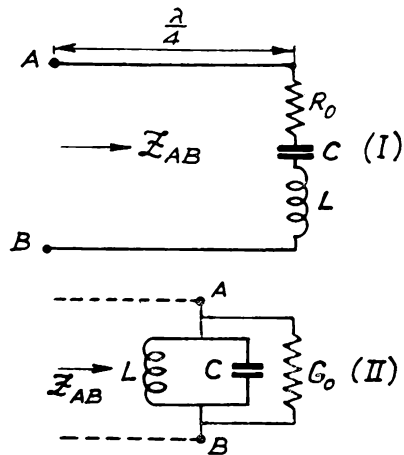


FIG. 28.

Y_{AB} est l'admittance de l'ensemble des éléments en parallèle représentés sur la figure 28 (II).

De la même façon l'impédance Z_{AB} de la figure 29 (I) est égale à l'impédance Z_{AB} de la figure 29 (II).

Considérons maintenant simultanément les schémas (I) et (II) : partant de la charge $\left(R_0 = \frac{1}{G_0}\right)$ déplaçons-nous pas à pas vers la gauche ; nous constatons que les impédances vers la droite dans les deux systèmes, vues à partir de points correspondants, sont les mêmes.

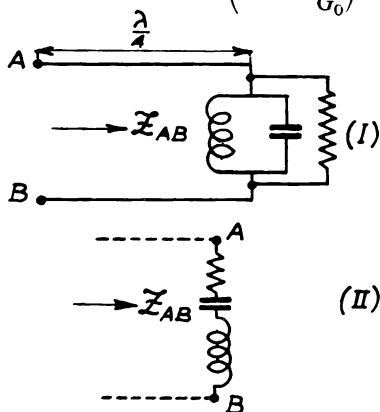


FIG. 29.

Si les écarts de $\frac{\lambda}{4}$ mis en évidence

sur la figure 27 (II) ne sont pas suffisants pour supprimer les effets nuisibles dus à l'interaction des circuits, on peut prendre des écarts de

$$(2n+1)\frac{\lambda}{4}.$$

4° *Sélectivité des lignes.* Dans un montage tel que celui de la figure 27 (II), les lignes de jonction n'étant

pas exactement égales à $\frac{\lambda}{4}$ à toutes fréquences, il faut tenir compte de la sélectivité apportée par ces lignes. On peut le faire comme nous l'indiquons maintenant.

L'admittance normalisée y_{AB} de la figure 30 est :

$$y_{AB} = \frac{Y_{AB}}{G_0} = (1 + 2jQy).$$

A l'entrée d'un tronçon de ligne sans pertes de longueur l , fermé sur Y_{AB} , on a une admittance Y_l ⁽¹⁾ telle que :

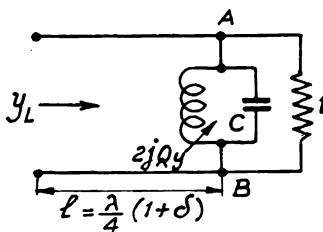


FIG. 30.

$$y_l = \frac{Y_L}{G_0} = \frac{(1 + 2jQy) \cos \alpha l + j \sin \alpha l}{\cos \alpha l + j (1 + 2jQy) \sin \alpha l}$$

(1) On applique la formule :

$$y_l = \frac{y_{AB} + j \operatorname{tg} \alpha l}{1 + j y_{AB} \operatorname{tg} \alpha l}$$

où y représente une admittance réduite.

et, en posant $\alpha l = \frac{\pi}{2} (1 + \delta)$, c'est-à-dire :

$$l = \frac{\lambda}{4} (1 + \delta),$$

$$y_l = \frac{Y_L}{G_0} = -j \frac{-\frac{\pi\delta}{2} (1 + 2jQy) + j}{1 + j \left(2Qy + \pi \frac{\delta}{2} \right)}$$

car $\cos \alpha l = -\sin \frac{\pi\delta}{2} \simeq -\frac{\pi\delta}{2}$

$$\sin \alpha l = \cos \frac{\pi\delta}{2} \simeq 1.$$

On peut écrire, à un terme du deuxième ordre près :

$$y_l = \frac{Y_L}{G_0} = j\pi \frac{\delta}{2} + \frac{1}{1 + j \left(2Qy + \pi \frac{\delta}{2} \right)}.$$

La ligne de la figure 30, de longueur égale à $\frac{\lambda}{4} (1 + \delta)$, peut être remplacée (fig. 31) par une ligne, de longueur égale à $\frac{\lambda}{4}$ à toutes fréquences, encadrée par deux circuits parallèles d'admittance $j\pi \frac{\delta}{2}$.

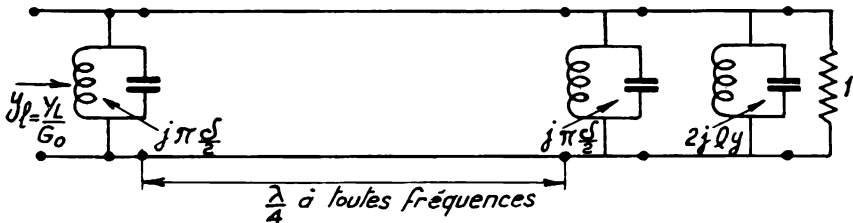


FIG. 31.

En remarquant que

$$\delta = \left(\frac{f}{f_0} - 1 \right) \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right) = \frac{1}{2} y$$

on a l'égalité d'admittances $j\pi \frac{\delta}{2} = j\pi \frac{y}{4}$.

Si l'on compare cette admittance à celle d'un circuit bouchon de coefficient de qualité en charge Q on doit poser

$$j\pi \frac{y}{4} = 2jQy ;$$

d'où il résulte : $Q = \frac{\pi}{8}$.

Les admittances $j\pi \frac{\delta}{2}$ modifient la sélectivité comme le feraient des circuits parallèles de coefficient $Q = \frac{\pi}{8}$.

REMARQUE. — Dans le cas où les lignes de liaison seraient égales à $\frac{3\lambda}{4}$ au lieu de $\frac{\lambda}{4}$, on trouverait $Q = \frac{3\pi}{8}$ au lieu de $Q = \frac{\pi}{8}$.

5° Filtres hyperfréquences.

Nous allons faire l'application de ce qui précède à la réalisation de filtres méplats aux hyperfréquences.

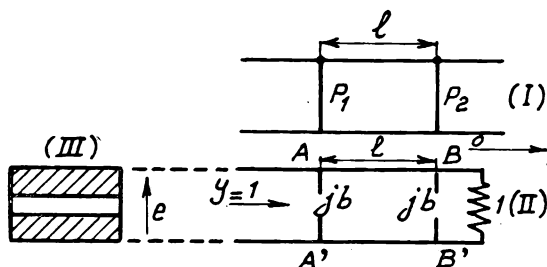


FIG. 32.

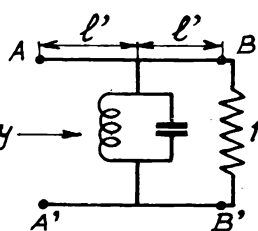


FIG. 33.

a) Si nous plaçons dans un guide, de génératrices parallèles à Oz , deux parois métalliques de section droite nous constituons un volume résonnant si la distance l entre les deux parois est :

$$l = \frac{\lambda_z}{2} \quad [\text{fig. 32 (I)}]$$

b) Si au lieu de 2 parois pleines nous disposons 2 diaphragmes tels que celui de la figure 32 (III), chacun d'eux est équivalent à une susceptance jb . Pour que la portion de guide limitée par les 2 diaphragmes constitue un volume résonnant, il faut que l'admittance normalisée d'entrée en AA' soit égale à 1 lorsque l'extrémité BB' du système est également fermée sur l'admittance 1 ; toute l'énergie fournie par la source l'est alors à l'admittance terminale 1.

Compte tenu de la transformation d'admittance produite par le tronçon 1 de la ligne, on peut écrire :

$$1 = jb + \frac{(1+jb) + j \operatorname{tg} \alpha l}{1 + j(1+jb) \operatorname{tg} \alpha l} \quad \text{avec } \alpha = \frac{2\pi}{\lambda_z}, \quad \text{d'où } \operatorname{tg} \alpha l = \frac{2}{b} \quad (3)$$

L'admittance b à l'accord étant connue, on peut en déduire la distance l .

c) On démontre [MUMFORD, *B.S.T.J.*, novembre 1948] que la cavité représentée sur la figure 32 (II) est équivalente au circuit résonnant de

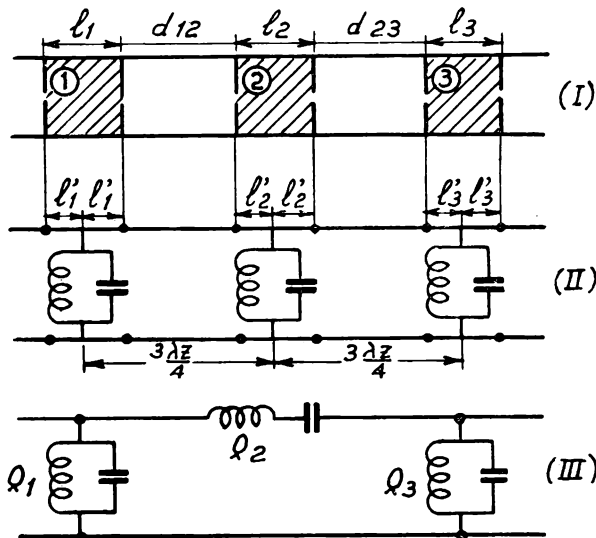


FIG. 34.

la figure 33, encadré par deux tronçons de ligne de longueur l' telle que

$$l + 2l' = \frac{\lambda_z}{2} \quad (4)$$

Il en résulte que les 3 éléments de filtre méplat (1), (2), (3) de la figure 34 (correspondant respectivement à un filtre pour hyperfréquences sur guide d'ondes, à un filtre à circuits antirésonnants répartis sur une ligne et à une combinaison de résonateurs série et parallèle) sont équivalents.

On voit en particulier que, sur le filtre pour hyperfréquences, on a :

$$d_{12} = 3\frac{\lambda_z}{4} - (l'_1 + l'_2), \quad d_{23} = 3\frac{\lambda_z}{4} - (l'_2 + l'_3) \dots \quad (5)$$

d) Comment peut-on déterminer les valeurs à donner aux susceptances $j\hbar$ encadrant une cavité ?

On démontre que le coefficient Q en charge d'une cavité étant connu, sa susceptance peut être déterminée par la formule approchée, valable si $Q > 100$ ($b > 8$) :

$$Q = \frac{\pi b^2}{4 \left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2 \right]} \quad \begin{array}{l} \lambda : \text{longueur d'onde d'accord,} \\ \lambda_c : \text{longueur d'onde de coupure.} \end{array} \quad (6)$$

e) La valeur de la susceptance étant donnée, les dimensions du diaphragme sont déterminées à partir de l'expression donnée à la ligne 1 du tableau constituant la figure 49 du paragraphe 5.4.2, expression dans laquelle pratiquement on fait $h = 0$.

f) Le nombre de cavités et les coefficients en charge Q_1, Q_2, Q_n sont déterminés comme il a été dit au paragraphe 7.8. (2°).

REMARQUE. — Dans une détermination pratique, les éléments successifs seront déterminés dans l'ordre suivant :

n	nombre de cavités (formule 1).
Q_T	coefficient de qualité en charge total (formule 1).
$Q_1, Q_2 \dots Q_n$	coefficients de qualité individuels (formule 2).
$b_1, b_2 \dots b_n$	susceptances des diaphragmes (formule 6).
$e_1, e_2 \dots e_n$	ouvertures des diaphragmes (fig. 49 du § 5.4.2, ligne 1).
$l_1, l_2 \dots l_n$	longueurs des cavités (formule 3).
$d_{12}, d_{23} \dots d_{(n-1)n}$	distances des cavités successives (formules 4 et 5).

CHAPITRE VIII

LES SYSTÈMES RAYONNANTS

8.0. INTRODUCTION

Quand la longueur d'onde varie, il semble que, pour obtenir des effets identiques au point de vue rayonnement, il suffit de faire varier les dimensions des systèmes utilisés proportionnellement à la longueur d'onde. En fait, si cela est vrai, dans certaines limites, à l'intérieur des sous-gammes de la bande radioélectrique, cela n'est pas vrai pour cette bande prise dans son ensemble. Il y a, à cela, deux raisons principales :

1^o Les conditions de propagation varient quand on passe d'une sous-gamme à l'autre. Les utilisations possibles varient donc dans les mêmes conditions ; ce ne sont pas, par exemple, les mêmes longueurs d'onde qui sont utilisées pour faire de la radiodiffusion régionale et pour faire de la radiotélégraphie intercontinentale. Et, en même temps que l'utilisation, la forme des antennes varie.

2^o Des considérations d'encombrement interviennent qui limitent de plus en plus les combinaisons possibles quand la longueur d'onde augmente. Ainsi, il ne serait pas question de réaliser sur ondes kilométriques ou hectométriques des dispositifs rayonnants semblables aux baies Chireix-Mesny employées dans le domaine des ondes décamétriques ou métriques.

Compte tenu de ce qui précède, on peut faire à propos des aériens utilisés dans le domaine des hyperfréquences, les deux remarques suivantes :

— Etant données la petitesse des longueurs d'onde et les conditions correspondantes de propagation, les aériens utilisés sont presque toujours très directifs.

— Les aériens « hyperfréquences » appartiennent à des types très divers. Cette variété est due à la petitesse de la longueur d'onde qui rend possible des réalisations que l'on ne pourrait pas envisager avec des longueurs d'onde plus longues.

Avant de passer en revue les différents types d'aériens réalisés, nous développerons certaines considérations théoriques à partir desquelles peut être faite l'étude de la plupart d'entre eux (Voir GOUDET, *Annales des Télécommunications*, mars et avril 1948).

8.1. CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES

8.1.1. Formule de Kottler

L'étude des systèmes rayonnants classiques a été faite à partir de la formule du doublet, élément entrant dans la constitution des antennes à fils. Mais, dans les systèmes rayonnants dont nous allons parler, il ne sera plus possible de considérer une répartition des courants dans des fils ; il faudra considérer la répartition d'un champ électromagnétique sur une surface. Dans l'étude de la propagation dans un guide d'ondes, nous avons dû, de la même façon, renoncer à l'utilisation du couple (v, i) et tenir compte de la répartition du champ électromagnétique (e, h) de section droite.

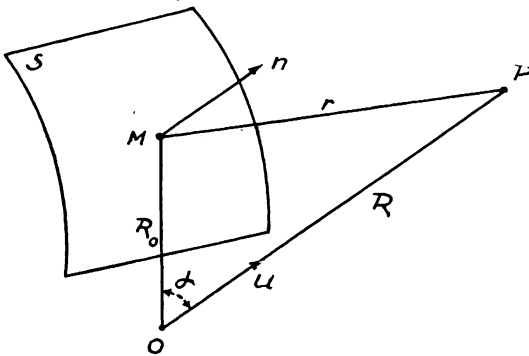


FIG. 1.

La formule de Kottler est précisément une formule qui donne l'expression du champ électromagnétique $(\mathcal{E}_P, \mathcal{H}_P)$ en un point P de l'espace, la distribution de ce champ étant supposée connue sur la surface rayonnante S .

Nous donnons simplement ici l'expression de la formule de Kottler pour un point P pris à grande distance, cas intéressant dans la pratique.

$$\mathcal{E}_P = \frac{je^{-j\frac{2\pi}{\lambda}R}}{2\lambda R} \iint_S \left[u \wedge (\mathcal{E} \wedge n) + \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} (\mathcal{H} \wedge n)_N \right] e^{j\frac{2\pi}{\lambda}R_0 \cos \alpha} dS$$

où :

- $\mathcal{E}$ et $\mathcal{H}$ sont les champs sur S (fig. 1),
- n est un vecteur unité normal en M à S ,
- O est l'origine des coordonnées,
- $(\dots)_N$ est une composante normale à OP ,
- u est le vecteur unité suivant OP .

Remarquons qu'en P , à grande distance de la surface S , nous avons une structure d'onde plane ; $\mathcal{H}_P$ se déduit donc immédiatement de $\mathcal{E}_P$.

8.1.2. Gain d'un aérien

Dans le cas des antennes classiques, on peut définir un gain en prenant comme élément de référence le dipôle, ou l'antenne demi-onde (ce qui revient au même, à 0,4 dB près).

Dans le cas des systèmes rayonnants « hyperfréquences », il n'y a pas de raison d'établir les comparaisons par rapport au doublet. On définit le gain en établissant une comparaison par rapport à une source dont le rayonnement est isotropique. Le gain dans une direction donnée en puissance est alors défini par :

$$g = \frac{W_0}{W_e}$$

où : W_0 est la puissance fournie à la source isotropique,

W_e est la puissance fournie au système rayonnant,

lorsque les deux systèmes produisent, à même distance, le même champ dans la direction considérée.

Dans le cas de la source isotropique en espace libre, nous avons la formule pratique :

$$E \text{ (V/m)} = \frac{5,5}{r \text{ (m)}} \sqrt{W_0 \text{ (W)}}$$

E étant le champ à une distance r .

En comparant à la formule du doublet, on peut déduire que le gain du doublet par rapport à la source isotropique est de 1,5 (1,76 dB) ; celui de l'antenne demi-onde est 1,64 (2,15 dB).

Remarquons que, dans la formule donnée ci-dessus, la puissance est exprimée en watts et non en kilowatts comme on le fait, en général, dans la formule équivalente donnée pour les longueurs d'onde plus longues.

La notion de gain peut être étendue à un aérien de réception par l'application du *principe de réciprocité* : on démontre en effet (article déjà cité de GOUDET) qu'étant donnés deux aériens A_1 et A_2 (adaptés à leurs feeders) le rapport de la puissance reçue dans le feeder de réception à la puissance émise est le même, que l'on utilise A_1 ou A_2 à l'émission, A_2 ou A_1 étant utilisé à la réception.

Ce qu'on appelle le gain d'un aérien utilisé à la réception est donc le gain qu'aurait ce même aérien s'il était utilisé à l'émission, les adaptations étant réalisées.

8.1.3. Surface équivalente d'un aérien

La notion de gain appliquée aux aériens d'émission et de réception nous permet de définir la surface équivalente d'un aérien de réception et d'établir la « formule des Télécommunications » et la « formule du Radar ».

Reprenons la formule du champ à distance rappelée au paragraphe précédent, mais sans préciser les unités rationalisées employées.

$$E_{\text{eff}} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\eta W_0}{4\pi}} \quad \text{avec} \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

(W_0 est égal au flux du vecteur de Poynting sur la sphère de rayon r centrée sur la source).

Dans les mêmes conditions, un aérien d'émission, dans une direction pour laquelle son gain par rapport à la source isotropique est g , produit un champ :

$$E_{\text{eff}} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\eta [g W_e]}{4\pi}}$$

Considérons un aérien A dont nous supposons simplement qu'il donne un champ à polarisation rectiligne et un doublet D . Nous nous proposons de définir la « surface équivalente » de A lorsqu'il est utilisé à la réception.

Supposons que dans une première opération A soit utilisé à l'émission et D à la réception et que le champ polarisé produit par A fasse un angle θ avec la direction du doublet. L'aérien A a un gain g dans la direction AD ; le doublet est situé dans un plan perpendiculaire à AD .

La force électromotrice engendrée dans le doublet de longueur l est :

$$E_{\text{eff}} \cdot l \cdot \cos \theta$$

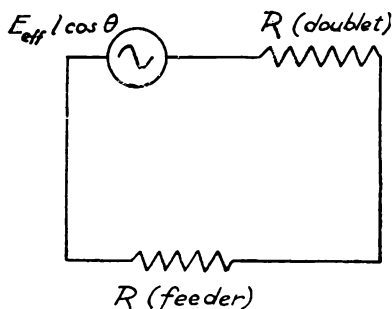


FIG. 2.

Si R est la résistance de rayonnement du doublet adapté sur son feeder (qui doit donc avoir une résistance d'entrée égale à R), la puissance absorbée par le doublet dans le champ électromagnétique est :

$$\frac{E_{\text{eff}}^2 \cdot l^2 \cdot \cos^2 \theta}{2R}$$

La puissance effective reçue, c'est-à-dire fournie à l'utilisation, est (fig. 2) :

$$W_r = \frac{1}{2} \frac{E_{\text{eff}}^2 \cdot l^2 \cdot \cos^2 \theta}{2 R}$$

ou, compte tenu de l'expression de E_{eff} ci-dessus,

$$W_r = \frac{1}{4} \frac{\eta [g W_e] l^2 \cos^2 \theta}{4 \pi r^2 \cdot R} \quad (1)$$

Notons bien au passage que la puissance reçue W_r , dont il s'agit dans le théorème de réciprocité, est la puissance fournie au récepteur et non pas la puissance absorbée dans le champ électromagnétique dont une partie peut être rayonnée à nouveau.

Utilisons maintenant le doublet D à l'émission et l'aérien A à la réception.

Le champ produit par le doublet en A est (en unités rationalisées) :

$$E_{\text{eff}} = \frac{1}{2 \lambda} \cdot \eta \cdot \frac{I_{\text{eff}} l}{r}$$

La puissance rayonnée par le doublet est :

$$W_e = R \cdot I_{\text{eff}}^2 = R \cdot \frac{4 \lambda^2 \cdot r^2 \cdot E_{\text{eff}}^2}{\eta^2 l^2} \quad (2)$$

En vertu du principe de réciprocité, l'aérien A reçoit une puissance W_r égale à celle reçue par l'intermédiaire du doublet dans la première expérience, en supposant égales les puissances émises.

De (1) et (2), par élimination de W_e , on tire :

$$W_r = g \cdot \frac{\lambda^2 E_{\text{eff}}^2 \cos^2 \theta}{4 \pi \cdot \eta}$$

Pour que la surface rayonnante supposée plane de l'aérien A prélève sur une onde plane polarisée tombant normalement sur elle une énergie précisément égale à W_r , il faut que cette surface ait une valeur S_e définie par :

$$S_e = \frac{g \lambda^2}{4 \pi} \cdot \cos^2 \theta.$$

En se plaçant dans les conditions où la polarisation du champ correspond à la polarisation de l'aérien ($\cos \theta = 1$), on a :

$$S = \frac{g\lambda^2}{4\pi}$$

On dit que S est la *surface équivalente* de l'aérien.

8.1.4. Gain maximum d'un aérien d'ouverture donnée

A l'aplomb d'un aérien de réception A_1 situé à grande distance de l'aérien d'émission A_2 , le champ électromagnétique arrive par ondes planes. Supposons que cet aérien A_1 ait une surface plane rayonnante S' . Supposons aussi que ses dimensions soient grandes par rapport à la longueur d'onde (aériens très directifs), ce qui nous permet de négliger les actions perturbatrices produites sur son contour extérieur.

Pour qu'un tel aérien ait une efficacité maximum, il faudrait que sa surface soit placée perpendiculairement à la direction d'arrivée des ondes avec la polarisation convenable et puisse prélever *sans perturbation* une fraction d'onde plane de surface S' .

Dans ces conditions idéales, le gain de l'aérien de réception, d'après le paragraphe précédent, aurait pour expression :

$$g_m = \frac{4\pi S'}{\lambda^2}$$

Dans les cas réels où l'on n'a pas une répartition d'onde plane uniforme à l'entrée de l'aérien, le gain est donné par la formule :

$$g = \frac{4\pi S}{\lambda^2}$$

où S est la surface équivalente.

On a évidemment $S < S'$. Pratiquement, pour les aériens très directifs (cornets, paraboloïdes), $\frac{S}{S'}$ est compris entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{5}{6}$.

Nous avons établi l'expression du gain maximum par un raisonnement approché ; une démonstration rigoureuse serait difficile et compliquée.

En vertu du principe de réciprocité, l'expression du gain maximum donnée ci-dessus est valable pour un aérien d'émission. Pour se rapprocher du gain maximum on a, pour un aérien d'émission, intérêt à rechercher

sur la surface rayonnante des répartitions de champ qui soient aussi voisines que possibles de la répartition d'une onde plane uniforme.

On s'écarte cependant volontairement parfois de la répartition uniforme, qui donnerait le gain maximum dans la direction perpendiculaire au plan de rayonnement, pour diminuer l'importance relative des folioles latérales du diagramme de rayonnement.

REMARQUE I. — Si nous supposons qu'en chaque point de la surface rayonnante S le champ a une répartition d'onde plane, la formule de Kottler nous indique qu'au point P , à grande distance dans la direction normale, le champ a pour expression :

$$(\mathcal{E}_P)_z = \frac{je^{-j\alpha r}}{\lambda r} \iint_S \mathcal{E} dS \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3)$$

$$\text{car} \quad |u \wedge (\mathcal{E} \wedge n)| = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} (\mathcal{H} \wedge n)_N = \mathcal{E}$$

Dans une direction Δ de cosinus directeurs a, b, c , les axes Ox et Oy étant tracés sur la surface (fig. 3), le champ est, de la même façon

$$\mathcal{E}_P = \frac{je^{-j\alpha r}}{\lambda r}$$

$$\iint_S \mathcal{E} \cdot e^{j\alpha(ax+by)} dx \cdot dy \quad (4)$$

REMARQUE II. — De même, avec une répartition d'onde plane en chaque point de S , la formule de Kottler montre que le champ arrière est nul.

Si l'on change le signe de n sur la figure 3, on a en effet :

$$u \wedge (\mathcal{E} \wedge n) = -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} (\mathcal{H} \wedge n)_N$$

et la quantité sous le signe $\iint_S$ est nulle.

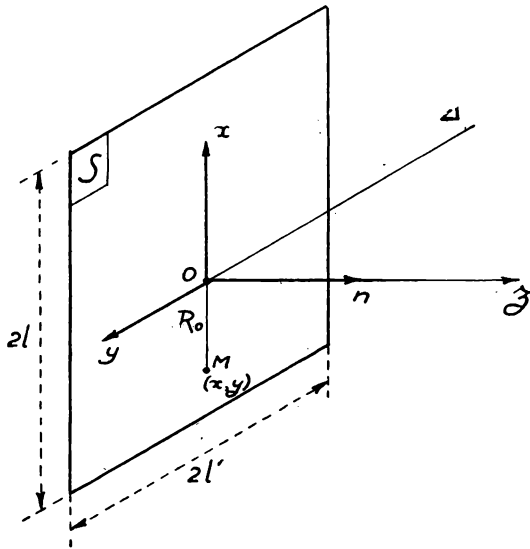


FIG. 3.

8.1.5. Angle d'ouverture — Importance des folioles latérales

Définissons d'abord l'angle d'ouverture d'un faisceau dirigé. C'est l'angle fait par les deux directions pour lesquelles la densité de puissance rayonnée est égale à la moitié de celle rayonnée dans la direction du maximum. Le champ correspondant à ces deux directions est égal au champ maximum divisé par $\sqrt{2}$; l'affaiblissement correspondant est de 3 dB.

Supposons maintenant que la surface rayonnante ait la forme rectangulaire $[2l \times 2l']$ de la figure 3.

Dans le cas d'une répartition d'onde plane uniforme, d'après les formules 3 et 4, le diagramme de rayonnement est défini par :

$$\varepsilon_P = \frac{\varepsilon_{Pz}}{2l \cdot 2l'} \int_{-l}^{+l} e^{jaax} dx \int_{-l'}^{+l'} e^{jaby} dy$$

$$\varepsilon_P = \varepsilon_{Pz} \cdot \frac{\sin(\alpha la)}{\alpha la} \cdot \frac{\sin(\alpha l' b)}{\alpha l' b}$$

(a et b étant les cosinus des angles entre la direction $O\Delta$ et les axes de coordonnées Ox et Oy).

Dans le plan horizontal ($a = 0$), le diagramme de rayonnement est défini par :

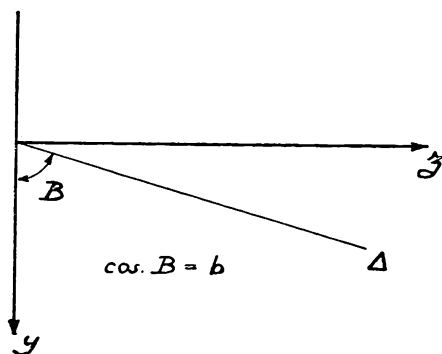


FIG. 4.

$$\varepsilon_P = \varepsilon_{Pz} \cdot \frac{\sin(\alpha l' b)}{\alpha l' b}$$

Les maxima d'une fonction de la forme $\frac{\sin \theta}{\theta}$, comme on le voit en écrivant que

$$\frac{d\left(\frac{\sin \theta}{\theta}\right)}{d\theta} = 0$$

sont obtenus pour $\text{tg } \theta = \theta$, c'est-à-dire pour les valeurs

de $\theta : 0 ; 1,43 \pi ; 2,45 \pi ; 3,47 \pi ; \text{etc.}$

Les maxima successifs ont les valeurs : 1 ; 0,22 ; 0,12 ; 0,09... Les zéros sont évidemment ceux de $\sin \theta = 0$ ($\theta = n\pi$), à l'exception de $\theta = 0$.

La figure 5 représente les variations de $\frac{\sin \theta}{\theta}$ en fonction de θ .

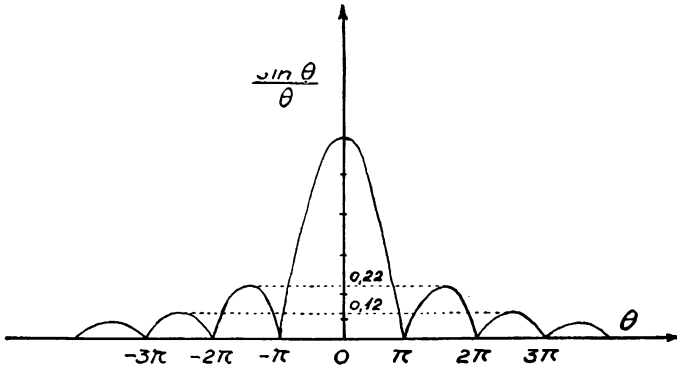


FIG. 5.

Dans le cas du diagramme considéré, dans le plan horizontal, on a :

$$\theta = \alpha l' b = 2\pi \frac{l'}{\lambda} \cos B ;$$

d'où l'on déduit $\cos B = \frac{\theta}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{l'}$

Les valeurs de l'angle B (fig. 4) qui correspondent à des maxima (il faut $\cos B < 1$) sont en nombre d'autant plus grand que $\frac{\lambda}{l'}$ est lui-même plus petit.

Les zéros du diagramme sont définis par $b = \cos B = n \left(\frac{\lambda}{2l'} \right)$. Le premier zéro correspond à $b_1 = \cos B_1 = \frac{\lambda}{2l'}$ ($\sin \alpha l' b = \pi$).

L'ouverture $[\pi - 2 B_1]$ de la foliole centrale du diagramme est d'autant plus faible que $\frac{\lambda}{2l'}$ est plus petit.

Les figures 6 (I) et (II) représentent respectivement la direc-

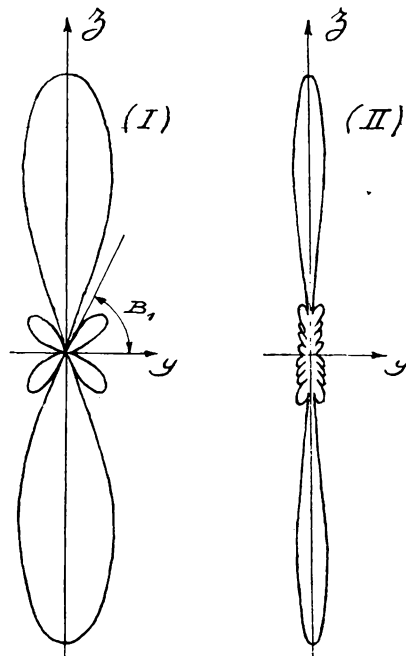


FIG. 6.

tivité obtenue dans le plan horizontal ($\theta = \alpha l' b$), dans les cas où $l' = \lambda$ et $l' = 5 \lambda$.

Le diagramme de rayonnement dans le plan vertical pourrait être étudié de la même façon, en faisant $b = 0$ et $\theta = \alpha l a$. L'énergie est d'autant plus concentrée au voisinage du plan yOz que $\frac{2l}{\lambda}$ est plus grand.

Quoiqu'il en soit, que l'on examine le diagramme de rayonnement dans le plan horizontal ou dans le plan vertical de symétrie, on constate que le nombre et la position des folioles dépendent de $\frac{2l'}{\lambda}$ ou de $\frac{2l}{\lambda}$. Mais l'amplitude de la première foliole latérale est toujours égale à 0,22 fois l'amplitude de la foliole centrale ; elle est donc assez importante.

Pour certaines applications (radar, liaisons secrètes de point à point) il est important de réduire les folioles latérales. On arrive à ce résultat en substituant à la répartition uniforme des champs sur la surface rayonnante S une répartition dans laquelle l'amplitude du champ décroît du centre vers les bords.

Mais on n'a plus alors le gain maximum dans la direction perpendiculaire à la surface rayonnante.

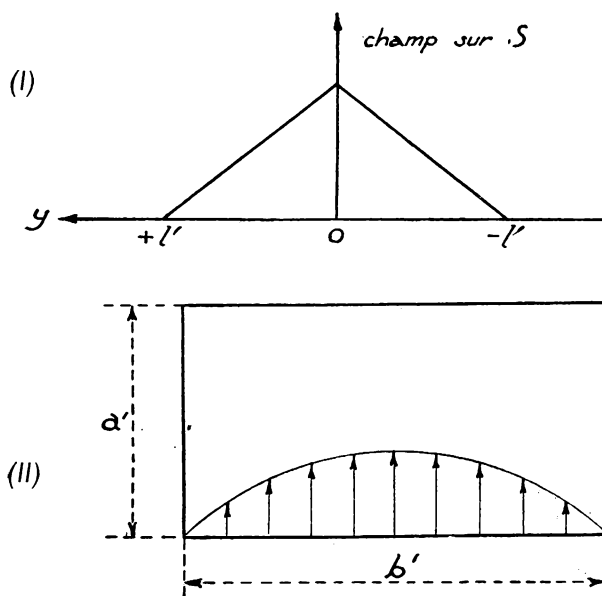


FIG. 7.

Pour fixer les idées, on peut imaginer une variation du champ sur la surface S , suivant la coordonnée y , telle que celle définie par la figure 7. (I). Elle donne dans le plan horizontal yOz des folioles latérales dont l'amplitude est égale à 0,017 de celle de la foliole centrale. Mais en même temps l'ouverture horizontale de ce lobe principal a doublé et le gain dans la direction normale n'est que les $\frac{3}{4}$ de celui qui cor-

respond à une répartition uniforme sur S .

REMARQUE I. — Dans les aériens Chireix-Mesny utilisés en ondes décimétriques, le courant dans les réseaux horizontaux (dents de scie ou grecques) décroît du simple au double depuis le centre où se fait l'alimentation jusqu'aux extrémités gauche et droite de l'aérien. Il en résulte pour le diagramme horizontal de rayonnement une réduction des feuilles latérales.

REMARQUE II. — Pour une surface plane rayonnante rectangulaire [fig. 7 (II)] sur laquelle la répartition des champs correspondrait à une onde TE_{01} , l'angle d'ouverture à 3 dB du faisceau dirigé serait de $51^\circ \frac{\lambda}{a'}$ dans le plan vertical (répartition uniforme du champ) et de $70^\circ \frac{\lambda}{b'}$ dans le plan horizontal (répartition en demi-sinusoïde).

Le passage de la répartition uniforme à la répartition en demi-sinusoïde correspond donc à un élargissement de la foliole centrale et à une réduction du gain (par un coefficient $8/\pi^2$).

On pourra faire l'application de cette remarque à l'étude qui suit des cornets rayonnants.

8.1.6. Rappel des équations de propagation

1° Equation des Télécommunications.

Elle donne la puissance W_r reçue en espace libre dans un récepteur en fonction de la puissance émise W_e , des gains g_e et g_r des aériens d'émission et de réception et de la distance r .

Etant donné un système émetteur isotropique rayonnant une puissance W_e , la puissance W_r reçue dans un système muni d'un aérien ayant un gain en puissance g_r dans la direction de transmission ou une surface équivalente S , placé à la distance r , est

$$W_r = W_e \frac{S}{4\pi r^2} \cos^2 \theta = W_e \frac{g_r \lambda^2}{4\pi r^2} \cos^2 \theta$$

θ étant l'angle fait par les directions de polarisation de l'onde reçue et de l'aérien et S la surface équivalente de l'aérien de réception.

Si maintenant l'aérien d'émission a un gain g_e dans la direction de transmission, on a :

$$W_r = (W_e \cdot g_e) \cdot \frac{\left(\frac{g_r \lambda^2}{4\pi}\right)}{4\pi r^2} \cos^2 \theta = W_e \frac{g_e g_r \lambda^2}{16 \pi^2 r^2}$$

C'est l'équation des Télécommunications, qui montre bien la symétrie des rôles joués par g_e et par g_r .

2° Equation du Radar.

Elle donne la puissance W_r reçue en espace libre, après réflexion sur l'objectif, en fonction de la puissance émise W_e , des gains g_e et g_r , de la distance r à laquelle se trouve cet objectif et de sa surface équivalente Σ que nous définissons ci-après.

La surface équivalente de l'objectif est une surface Σ telle que, placée perpendiculairement à la direction de propagation, elle recevrait une énergie, qui, rayonnée isotropiquement, produirait au voisinage de l'aérien de réception le champ qui y existe effectivement.

Dans ces conditions, la puissance reçue par Σ est

$$W_{\Sigma} = [g_e \cdot W_e] \cdot \left[\frac{\Sigma}{4\pi r^2} \right]$$

Cette puissance étant rayonnée isotropiquement, l'aérien de réception, de surface équivalente

$$S = \frac{g_r \cdot \lambda^2}{4\pi r^2},$$

fournit au récepteur la puissance

$$W_r = [g_e \cdot W_e] \cdot \left[\frac{\Sigma}{4\pi r^2} \right] \cdot \left[\frac{S}{4\pi r^2} \right]$$

ou

$$W_r = [g_e \cdot W_e] \cdot \left[\frac{\Sigma}{4\pi r^2} \right] \cdot \left[\frac{g_r \cdot \lambda^2}{4\pi} \right] = \frac{W_e g_e g_r \Sigma \lambda^2}{64 \pi^3 r^4}$$

Dans la plupart des radars, le même aérien est utilisé à l'émission et à la réception : $g_r = g_e$.

Indiquons, pour fixer les idées, que la surface équivalente Σ de l'obstacle repéré est fonction de la longueur d'onde utilisée, car des effets de résonance peuvent apparaître. A titre d'exemple, la surface équivalente d'un bombardier moyen est de 20 m² pour des fréquences comprises entre 100 et 9 000 MHz.

8.2. DIFFÉRENTS TYPES D'AÉRIENS

Nous allons donner maintenant quelques renseignements sur les différents types de systèmes rayonnants utilisés dans le domaine des hyper-

fréquences. Nous considérons successivement : les cornets, les lentilles électromagnétiques, les miroirs réflecteurs métalliques, les antennes diélectriques, les fentes rayonnantes.

8.2.1. Cornets

Considérons un guide d'onde rectangulaire fonctionnant en TE_{01} (fig. 8).

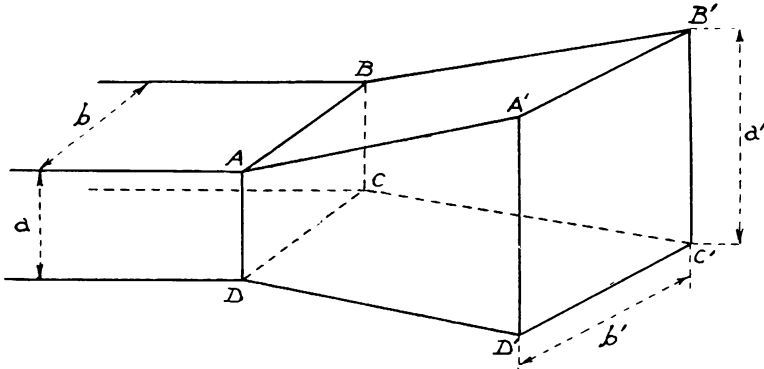


FIG. 8.

Supposons d'abord le guide terminé par sa section droite $ABCD$ qui devient ainsi surface rayonnante.

Prenons pour la surface S' de la section du guide la plus grande valeur n'entraînant pas l'existence de régimes parasites, c'est-à-dire la valeur $S' = \frac{\lambda^2}{2} \left(a = \frac{\lambda}{2}, b = \lambda \right)$ (paragraphe 3.2.5). En supposant d'autre part qu'on est assez loin de la coupure pour que les ondes planes composantes se propagent avec une inclinaison faible sur les génératrices, la surface équivalente S est à peu près égale à $\frac{8}{\pi^2}$ fois la surface réelle :

$$S = \frac{8}{\pi^2} S'$$

On trouve ainsi pour valeur maximum de gain :

$$g = \frac{4\pi S}{\lambda^2} = \frac{16}{\pi} \approx 5,1 \quad (7 \text{ dB})$$

L'adaptation réalisée entre le guide d'onde et l'espace extérieur est mauvaise. Une onde réfléchie prend naissance dans le guide ; il en résulte

l'apparition d'ondes stationnaires. Dans ces conditions, la source qui alimente le guide débite sur une impédance de charge mal définie et qui varie rapidement avec la fréquence.

On augmente le gain dans la direction privilégiée et on améliore l'adaptation en prolongeant le guide par un cornet $ABCD - A'B'C'D'$ tel que celui de la figure 8.

L'onde qui se propage dans le cornet a une surface d'onde sphérique ; la section par un plan diamétral est un arc de cercle de centre O (fig. 9). On cherche à avoir à l'ouverture du cornet une surface équiphase qui s'écarte peu d'une onde plane, c'est-à-dire dont la flèche f soit petite ; pratiquement on doit prendre $f \leq \frac{\lambda}{2}$. b' étant la plus grande dimension de l'embouchure et l la longueur du cornet (fig. 9), on doit avoir $b' < 2\sqrt{\lambda l}$.

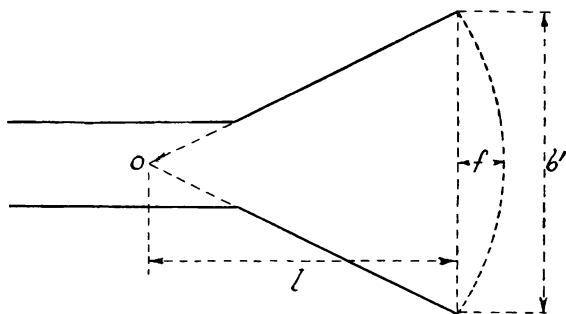


FIG. 9.

Si, cette condition étant remplie, on veut augmenter la surface de l'embouchure pour augmenter la surface équivalente et le gain, on doit allonger le cornet. Ainsi pour $\lambda = 10$ cm et $b' = 1$ m on doit avoir $l = 2,5$ m.

On voit donc que les dimensions longitudinales des cornets simples sont

relativement importantes. Nous verrons dans le paragraphe suivant que par utilisation de lentilles métalliques on peut raccourcir les cornets.

Dans les conditions indiquées ci-dessus et en appelant $S'_c = a' \cdot b'$ et S_c les surfaces réelle et équivalente de l'embouchure, on a à peu près :

$$S_c = \frac{8}{\pi^2} S'_c$$

et

$$g = \frac{4\pi S_c}{\lambda^2} = \frac{32}{\pi} \cdot \frac{a'b'}{\lambda^2}$$

La présence du cornet augmente le gain dans le rapport

$$\frac{A'B'C'D'}{ABCD} = \frac{S_c}{S} = \frac{S'_c}{S'}.$$

Pour un cornet utilisé sur $\lambda = 10$ cm avec une surface rayonnante de $0,5 \text{ m}^2$, on aurait un gain de 24 dB par rapport à la source isotropique. Sa longueur serait de l'ordre du mètre.

8.2.2. Lentilles métalliques

8.2.2.1. Lentilles formées de plaques parallèles.

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que la longueur d'un cornet devait être relativement grande si l'on voulait, pour avoir un gain élevé, disposer d'une surface étendue rayonnant une onde peu courbée.

En terminant les cornets par des lentilles métalliques qui transforment une onde courbée en onde plane, on peut remédier à l'inconvénient signalé. Les formes de réalisation sont diverses, mais le principe est toujours le même.

La lentille est limitée par une surface courbe Σ et par un plan P . Tous les trajets OMN (fig. 10) partant de la source O et arrivant sur le plan P correspondent à une même variation de phase : le plan P pris comme surface rayonnante est ainsi un plan d'onde. Pour que les trajets OMN qui sont de longueurs inégales donnent la même variation de phase, il faut que les vitesses de propagation sur la fraction de trajet OM (v) et sur la fraction MN (v_f) soient différentes. En fait, la vitesse de propagation à l'intérieur de la lentille est une vitesse de phase telle que $v_f > v$, ce qui revient à dire, en employant le langage de l'optique, que l'indice de réfraction est inférieur à l'unité.

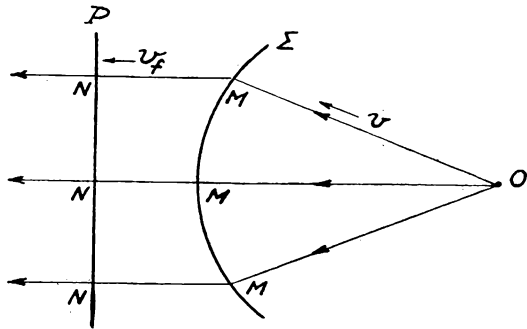


FIG. 10.

Pratiquement, les lentilles sont constituées par des assemblages de plans parallèles. Entre deux de ces plans distants de b , avec un mode de propagation dans lequel le champ électrique est parallèle aux plans en

question, nous avons vu que la vitesse de phase v_z est donnée par

$$v_z = v \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4b^2}}}$$

v étant la vitesse en espace libre.

On peut dès lors envisager des réalisations variées. Donnons-en deux exemples.

a) *Lentilles à plans métalliques équidistants.*

Si tous les plans métalliques sont équidistants, la vitesse de phase a toujours la même valeur v_f à l'intérieur de la lentille.

On peut établir alors que les lames métalliques constitutives (fig. 11) doivent être découpées de façon telle que leur tranche interne ($\sigma \dots \sigma$) s'appuie sur la surface Σ d'un ellipsoïde de révolution admettant le point O pour foyer (fig. 10).

Pour diminuer l'encombrement et le poids des lentilles métalliques, on peut réaliser des lames à échelons, avec des « décrochages » en phase de $2k\pi$.

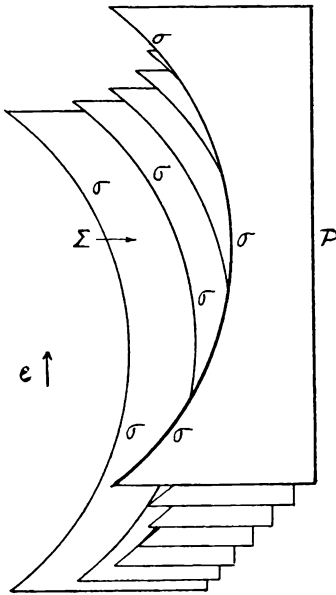


FIG. 11.

Sur la figure 12, on voit en (II) la lame allégée obtenue à partir de la lame (I).

L'indice de réfraction des lentilles métalliques décrites ci-dessus est en général choisi aux environs de la valeur $n = 0,6$.

b) *Lentilles à plans métalliques à écartements variables* (fig. 13).

Les vitesses de phase sont alors différentes à l'intérieur de chacun des canaux $[AB - A_1B_1] \dots [A_{n-1}B_{n-1} - A_nB_n]$.

Le plan P reste évidemment un plan équiphase.

REMARQUE I. — Les lentilles métalliques ont en général une section rayonnante carrée ou circulaire.

REMARQUE II. — L'emploi des lentilles métalliques permet de diminuer beaucoup la longueur des cornets dont l'angle d'ouverture peut ainsi atteindre 60° . Pour une surface rayonnante carrée de 40λ de côté, la présence d'une lentille métallique fait passer la longueur du cornet de la valeur pratiquement irréalisable de 800λ à celle de 38λ .

REMARQUE III. — Pour terminer donnons les caractéristiques d'une lentille réalisée aux Etats-Unis (*P.I. R.E.*, novembre 1946). Sa surface rayonnante carrée a environ 10 m^2 ; sur la fréquence de 4 000 MHz ($\lambda = 7,5 \text{ cm}$) le gain en puissance est égal à 12 000 (41 dB). Le faisceau est très dirigé ; à $1,8^\circ$ de la direction du maximum, on ne trouve plus qu'un centième de la puissance rayonnée dans cette direction.

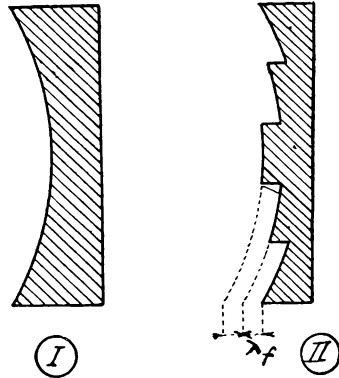


FIG. 12.

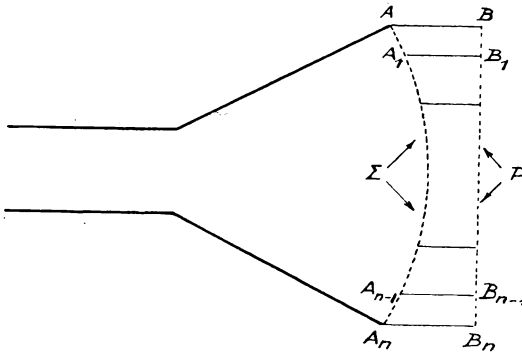


FIG. 13.

Cette lentille a été réalisée pour l'équipement de stations relais de câbles hertziens. L'adaptation est correcte sur une bande de 400 MHz.

8.2.2.2. Lentilles formées d'un réseau d'éléments métalliques.

Les lentilles métalliques constituées par des éléments de guides d'ondes, étudiées ci-dessus, ont un indice de réfraction inférieur à l'unité, qui dépend de la fréquence. Lorsqu'elles ont une grande ouverture, elles présentent de

« l'aberration chromatique » et ne peuvent être utilisées que pour une bande de fréquence relativement étroite.

Des lentilles moins sélectives, d'indice n supérieur à l'unité, et de poids inférieur aux lentilles qu'on pourrait réaliser en verre ou en matière plastique, ont été mises au point.

Les lentilles sont constituées par des éléments métalliques répartis suivant une structure constituant un réseau à trois dimensions, comparable à celle que l'on trouve dans les édifices cristallins. Les dimensions des éléments métalliques et les intervalles qui les séparent doivent être petits par rapport à la plus petite longueur d'onde à transmettre ; compte tenu de la diffraction des ondes sur les éléments métalliques, la constante diélectrique apparente ε du milieu considéré est égale à :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + N \alpha$$

où : ε_0 est la constante diélectrique de l'espace libre,

N est le nombre d'éléments par unité de volume.

α est tel que $m = \alpha \cdot e$, où m est le moment électrique d'un élément métallique placé dans le champ e .

L'indice n étant supérieur à l'unité, la forme des lentilles considérées, rappelle celle des lentilles optiques convergentes (bi-convexes ou plan-convexes) ; il faut éviter les décrochages en surface analogues à ceux qui sont effectués sur les lentilles métalliques chages sont sélectifs et l'on se propose ici de réaliser des projecteurs à large bande.

Différentes réalisations ont été faites :

— lentilles constituées à l'aide de sphères métalliques portées par des barres ou des feuilles isolantes de polystyrène. Le contour extérieur de l'ensemble a la forme d'une lentille d'optique convergente, toutes proportions gardées.

— lentilles constituées par des pastilles métalliques portées par des feuilles isolantes. La figure 14 représente une telle lentille.

— lentilles constituées par des bandes métalliques noyées dans un bloc isolant.

— lentilles constituées par des dépôts faits avec une peinture métallique sur des feuilles isolantes (cellophane, polystyrène).

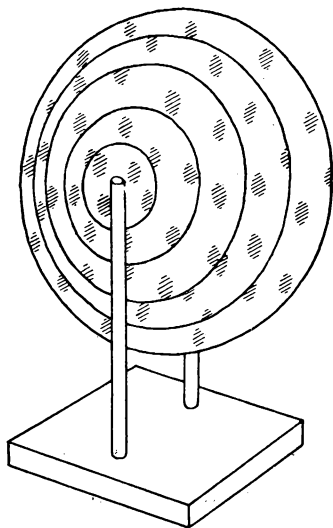


FIG. 14.

Quand la longueur d'onde, en diminuant, devient comparable, puis inférieure au double de la dimension d'un élément métallique comptée suivant la direction du champ électrique, on constate des phénomènes analogues à ceux de la dispersion en optique ; la lentille devient opaque, puis n prend des valeurs inférieures à l'unité.

Nous donnons ci-après les caractéristiques d'une lentille qui a été utilisée sur une liaison par câble hertzien New York - Chicago (Bell System Technical Journal, janvier 1948).

La lentille a $1,80 \times 1,80$ m. L'épaisseur atteint 0,40 m. L'indice n est égal à 1,5. Les bandes métalliques constitutives sont distantes, de centre à centre, de 1 cm horizontalement et de 3 cm verticalement. Utilisée entre 3 700 et 4 200 MHz (7,15 cm à 8,1 cm) cette lentille donne un gain de 36 dB. Sur une bande de 500 MHz, la surface équivalente est au moins égale à 60 % de la surface réelle de la lentille. L'attaque est faite par un cornet ; l'adaptation du feeder sur le cornet est bonne ; le taux d'ondes stationnaires correspondant est supérieur à 0,82.

8.2.2.3. Lentilles formées d'un réseau de « trous ».

Nous avons, au paragraphe précédent, donné le principe de lentilles électromagnétiques d'indice supérieur à l'unité. Elles sont constituées par des éléments métalliques qui, répartis régulièrement dans l'espace, provoquent la diffraction des ondes électromagnétiques.

Un type de lentille utilisé sur des câbles hertziens français par l'Administration des P.T.T. est fait de plaques métalliques parallèles, percées de trous, dont l'ensemble constitue un milieu électromagnétiquement complémentaire du précédent. L'indice correspondant est inférieur à l'unité.

Le projecteur d'ondes réalisé est constitué de la façon suivante (fig. 15) : un guide d'ondes G terminé par un cornet C attaque un miroir hyperbolique de révolution qui joue le rôle d'un oculaire et donne du cornet C une image virtuelle F . Cette image F est placée au foyer de la lentille électromagnétique L , qui constitue l'objectif.

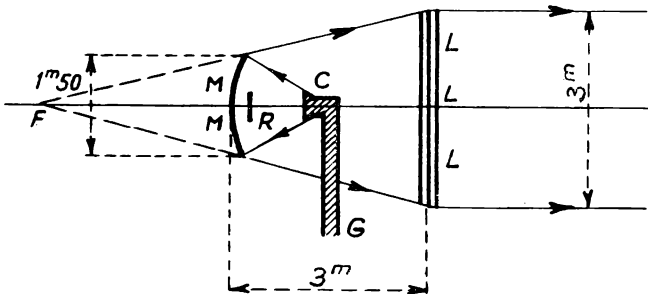


FIG. 15.

La lentille L est faite de 7 plaques parallèles de duralumin épaisses de deux millimètres. Des trous circulaires sont percés dans les plaques ; ils ont un diamètre qui décroît de 6,1 à 4,2 cm quand on s'écarte du centre ; la lentille a ainsi un indice variable. La distance entre 2 trous voisins est de 6,5 cm.

Un élément réflecteur R placé à $\frac{\lambda}{4}$ du fond du miroir intercepte l'énergie renvoyée par le miroir dans le cornet et évite la production d'ondes stationnaires importantes dans le guide G . C'est également pour diminuer le régime stationnaire que la lentille est constituée en pratique de deux moitiés décalées de $\frac{\lambda}{4}$ dans la direction de l'axe.

L'ensemble rayonnant pourrait prendre place dans un cube de $3 \times 3 \times 3$ m. Les caractéristiques électriques et performances obtenues sont les suivantes :

La surface réelle de la lentille est de 7 m^2 ; la surface équivalente de rayonnement est égale au $\frac{7}{10}$ de cette valeur.

Le champ décroît du centre de la lentille vers les bords suivant une loi sinusoïdale.

Le gain par rapport à la source isotropique est de 40 dB.

Le premier lobe latéral du diagramme de rayonnement est à 20 dB au-dessous du lobe principal.

Le taux d'ondes stationnaires dans le guide est supérieur à 0,9, pour une bande de 160 MHz centrée sur 3 640 ou 3 920 MHz.

RÉFÉRENCES. — Etude de la diffraction des écrans plans et application aux lentilles hertziennes, par J.-C. SIMON, *Annales de Radioélectricité*, juillet 1951. — Un nouveau type de lentille électromagnétique, par J.-C. SIMON, *Onde Electrique*, avril-mai 1952.

8.2.3. Miroirs réflecteurs

Les miroirs réflecteurs correspondent à une solution analogue à celle souvent employée en optique.

a) Dans les cas des *miroirs paraboliques de révolution*, la source, à peu près ponctuelle et placée au foyer, est constituée le plus souvent, soit par un doublet D , pourvu d'un réflecteur R et alimenté par un coaxial [fig. 16 (I)], soit par un petit cornet C terminant un guide d'onde G [fig. 16 (II)].

La surface rayonnante du miroir est la surface S qui s'appuie sur les bords du miroir. Pour avoir un gain maximum, il faut sur toute cette surface avoir une répartition uniforme du champ ; pour diminuer les feuil-

les latérales du diagramme de rayonnement, on peut provoquer un éclaircissement du miroir qui fasse diminuer ce champ du centre vers les bords, dans le rapport de 1 à $\frac{1}{10}$ par exemple. Dans tous les cas, le foyer d'attaque F est placé assez nettement en dehors du miroir. Si d est le diamètre de l'ouverture, la distance focale est comprise entre 0,25 et 0,6 d .

Les courbes A, B, C, D , de la figure 17 donnent les diagrammes de rayonnement de miroirs paraboliques, pour différentes formes de la surface rayonnante supposée surface d'onde, et pour différentes répartitions de champ sur cette surface.

A : ouverture rectangulaire, éclaircissement uniforme.

B : ouverture rectangulaire, éclaircissement sinusoïdal (nul aux bords du miroir).

C : ouverture circulaire, éclaircissement uniforme.

D : ouverture circulaire, éclaircissement parabolique (nul aux bords du miroir).

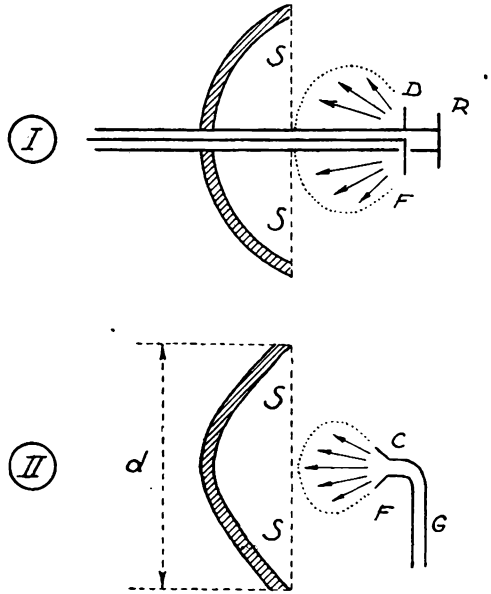


FIG. 16.

Sur cette figure 17, D est le côté du carré ou le diamètre du cercle servant de contour à l'ouverture et β est l'angle fait par la direction d'observation avec la direction du maximum de champ.

Indiquons également que le gain en puissance d'un miroir parabolique est approximativement donné par la formule :

$$g = 2\pi \left(\frac{d}{\lambda} \right)^2$$

et l'ouverture angulaire à 3 dB du faisceau, α , exprimée en degrés,

$$\alpha = 70 \frac{\lambda}{d}$$

Remarquons que, devant le miroir, l'onde incidente et l'onde réfléchie donnent naissance à des régimes stationnaires dont la structure varie rapidement avec la longueur d'onde. Si le système rayonnant d'attaque

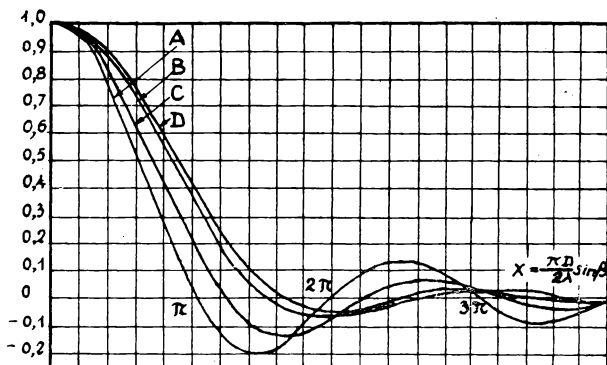


FIG. 17.

(doublet ou cornet) est placé dans cette zone, la réactance sur laquelle est fermée le « feeder » d'arrivée (coaxial ou guide) varie rapidement avec la longueur d'onde ; ainsi peuvent être modifiées dans des conditions gênantes les conditions de travail de l'émetteur. Par exemple, dans un radar à magnétron, toutes les fois que l'on change un tube, la longueur d'onde varie et il faut reprendre les réglages.

On corrige le défaut signalé en supprimant la partie centrale du miroir ; le foyer n'est plus ainsi dans une zone d'ondes stationnaires (fig. 18).

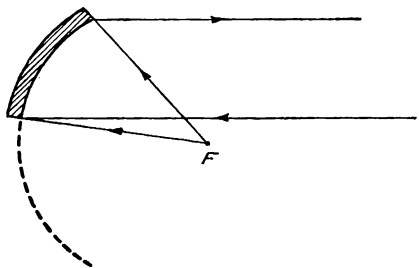


FIG. 18.

b) Miroirs cylindriques.

Les miroirs cylindriques ont une section droite parabolique. Ils sont attaqués par un système rayonnant aligné sur leur axe focal, constitué le plus souvent par une succession de doublets ou de fentes rayonnantes, alimentés par un guide d'ondes rectiligne (fig. 19) fermé sur une charge adaptée et dans lequel se propage une onde progressive.

En général, la plus grande dimension du miroir parabolique

est sa longueur (fig. 19). Si ses génératrices sont horizontales, le miroir a une directivité beaucoup plus grande en azimut qu'en élévation, disposition favorable pour les radars de surveillance.

Ici encore des dispositions sont souvent prises pour éviter que l'énergie réfléchie par le miroir ne pénètre dans le guide d'ondes et n'y provoque des ondes stationnaires.

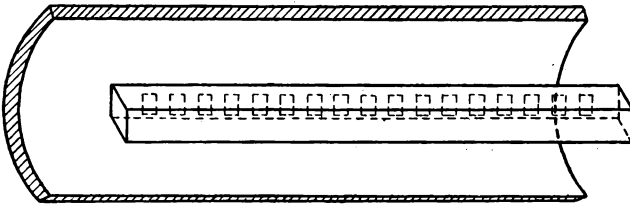


FIG. 19.

Signalons également le réflecteur, appelé « cheese » dans les pays anglo-saxons (fig. 20), constitué par un miroir parabolique fermé à ses deux extrémités par des parois métalliques. En utilisation, les génératrices sont verticales ; le champ électrique horizontal a une distribution relativement uniforme sur la surface rayonnante S .

Il est bien entendu que des réalisations techniques diverses, dont chacune présente ses caractéristiques propres, ont été dérivées des principes donnés ci-dessus.

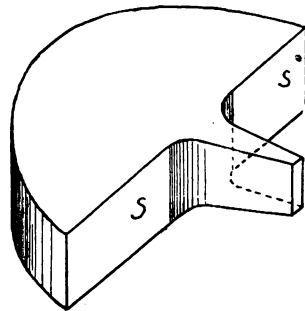


FIG. 20.

REMARQUE. — Au point de vue pratique, les surfaces réfléchissantes utilisées sont métalliques (coefficient de réflexion : 0,95). Les irrégularités de surface ne doivent pas excéder $\pm \frac{\lambda}{32}$, pour que les différences de marche entre rayons réfléchis ne dépassent jamais $\frac{\lambda}{8}$. Cette remarque explique que la réalisation de miroirs soit difficile pour les longueurs d'onde les plus courtes, par exemple pour $\lambda = 3$ cm.

Pour donner moins de poids aux miroirs métalliques, en particulier lorsqu'ils sont mobiles comme dans les installations de radar, on peut les percer de trous ou même constituer la surface réfléchissante par un

treillis métallique. Mais pour éviter que les ouvertures pratiquées dans le miroir ne se comportent comme des fentes rayonnantes (voir plus loin), il faut que leur dimension perpendiculaire au champ électrique reste assez inférieure à $\frac{\lambda}{2}$.

8.2.4. Antennes diélectriques

Si l'on fait cheminer une onde électromagnétique, soit dans un tube creux constitué par une matière diélectrique, soit dans une tige diélectrique pleine, une partie de l'énergie mise en jeu au départ peut se propager le long du système considéré par suite des réflexions totales se produisant sur la surface de séparation ; mais une partie de l'énergie peut également s'échapper par les parois latérales, par réfraction. La figure 21 explique ce comportement dans le cas d'une tige pleine.

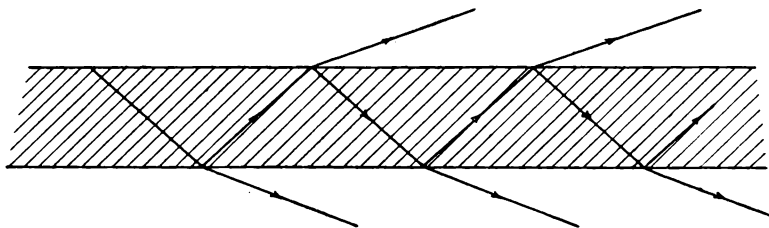


FIG. 21.

L'étude de la propagation dans les systèmes considérés doit être faite à partir des équations de Maxwell, mais trois ondes interviennent ici (incidente, réfléchie, réfractée) quand il s'agit d'écrire les équations aux limites ; il n'y en a que deux (incidente et réfléchie) dans le cas des guides d'ondes.

En combinant convenablement l'émission d'ondes électromagnétiques par l'extrémité terminale (rayonnement transversal) et par les parois latérales (rayonnement longitudinal), on a pu réaliser des aériens directifs pour lesquels la direction de rayonnement maximum coïncide avec l'axe du tube ou de la tige. Pour fixer les idées, la figure 22 (I) et (II) donne les diagrammes de rayonnement d'un tube et d'une tige de dimensions indiquées. La figure 22 (III) donne le diagramme de rayonnement correspondant à un guide d'onde rayonnant par son extrémité (rayonnement transversal).

Nous allons résumer [MALLACH et ZINKE, *Onde Electrique*, octobre 1946], les caractéristiques essentielles de ces antennes, qui sont surtout connues sous le nom d'*antennes diélectriques*. Nous ne considérerons que

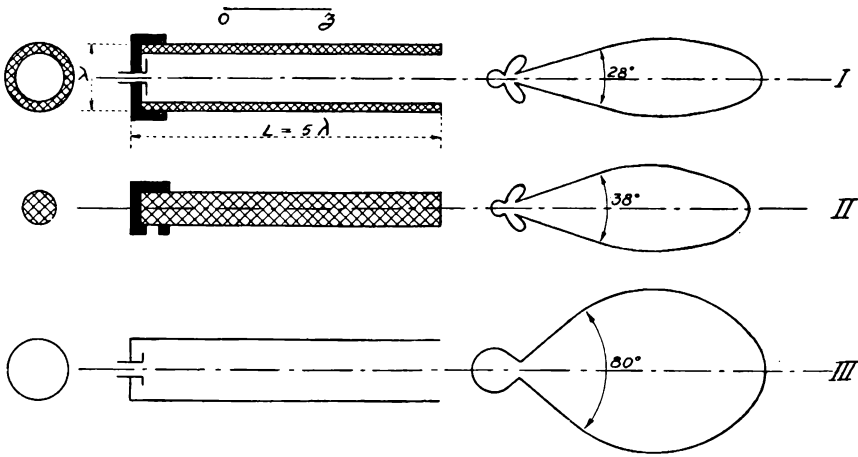


FIG. 22.

les antennes à tige pleine, qui présentent sur les tubes creux l'avantage d'une plus grande résistance mécanique ; sur les guides d'ondes ouverts, elles présentent l'avantage d'une plus grande directivité et d'un moindre champ arrière.

L'application de la formule de Kottler montre que les ondes guidées par une tige diélectrique doivent obligatoirement, pour qu'il y ait rayonnement, comporter une composante longitudinale du champ magnétique. Il existe d'ailleurs aussi, même dans le cas de l'attaque du système par une antenne de section droite, une composante longitudinale du champ électrique. On n'a donc pas affaire à un type pur TE ou TM, mais à une onde mixte.

La vitesse de phase longitudinale v_z est voisine de la vitesse de propagation v des ondes électromagnétiques dans le vide, quand le diamètre de la section de la tige est petit par rapport à la longueur d'onde ($d < 0,3 \lambda$) ; quand le diamètre de la tige augmente, la vitesse de phase v_z diminue et tend vers $\frac{v}{\sqrt{\epsilon_r}}$ (ϵ_r étant la constante diélectrique relative), valeur atteinte pratiquement pour $d = \lambda$.

La forme du diagramme de rayonnement varie, au point de vue de l'ouverture de la foliote centrale et de l'importance des feuilles latérales, quand $\frac{v}{v_z}$ varie. Pratiquement, pour obtenir un bon diagramme de rayonnement, λ étant la longueur d'onde en espace libre, le diamètre de l'antenne

supposée de section circulaire doit être compris entre $\frac{0,58 \lambda}{\sqrt{\epsilon_r - 1}}$ et $\frac{0,36 \lambda}{\sqrt{\epsilon_r - 1}}$; il en résulte que le diamètre diminue quand ϵ_r augmente.

Pour répartir uniformément le rayonnement sur toute la longueur de l'antenne, on donne à celle-ci une forme tronconique, le diamètre diminuant du point d'alimentation à l'extrémité, entre les deux valeurs indiquées au paragraphe précédent.

L'impédance d'onde à l'intérieur de la tige est voisine de l'impédance Z_0 en espace libre, quand $d < 0,3 \lambda$; elle tend vers $\frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon}}$ quand le diamètre augmente. L'amincissement de la tige indiqué au paragraphe précédent permet donc, par variation progressive de l'impédance, de réaliser l'adaptation entre la tige et l'espace extérieur et de réduire les réflexions à l'extrémité, donc le taux d'ondes stationnaires sur la tige.

L'impédance d'entrée dépendant du dispositif d'attaque est comprise entre 10 et 300 ohms.

Comme tous les systèmes rayonnants à ondes progressives, les antennes diélectriques sont peu sélectives ; une variation de 10 % de la fréquence a des effets insensibles, et le fonctionnement reste correct pour des fréquences couvrant une octave.

La figure 23 donne le diagramme de rayonnement (en champ et en

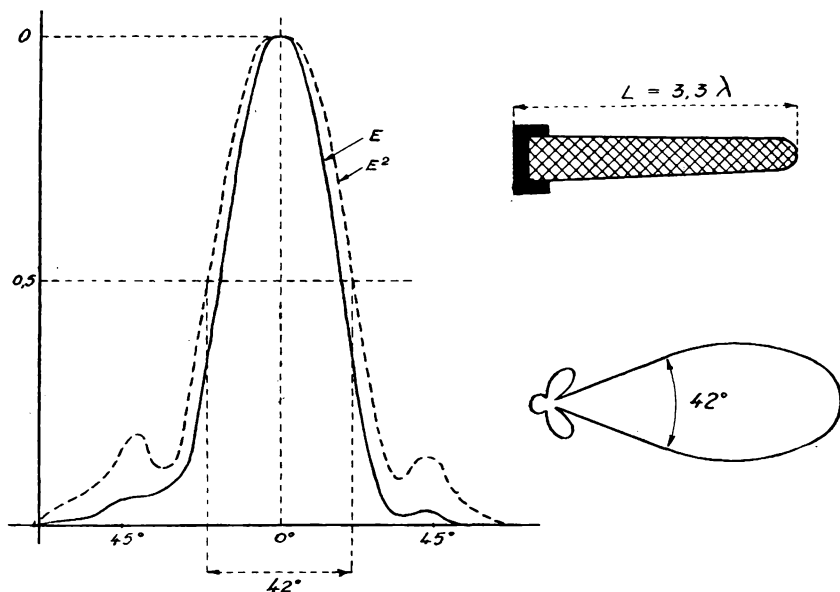


FIG. 23.

puissance) d'une antenne diélectrique de longueur $L = 3,3 \lambda$, en trolitul ($\epsilon_r = 2,5$) sur $\lambda = 12,1$ cm. Le diamètre décroît dans le rapport de 1,4 à 1. L'angle d'ouverture défini à 3 dB du maximum est égal à 42° ; l'amplitude des feuilles latérales est égale à 16/100 de l'amplitude de la feuille principale.

Pour augmenter la directivité, on peut associer plusieurs antennes diélectriques parallèles. En pratique, le nombre des éléments mis en jeu est souvent de quatre. La figure 24 représente un assemblage en carré, dont le côté, pour fixer les idées, $\approx 1,8 \lambda$.

Dans tous les cas, les antennes diélectriques ont, même dans le sens de la longueur, des dimensions inférieures à celles des cornets rayonnants ayant les mêmes propriétés directives.

Les antennes diélectriques conviennent bien pour $\lambda < 50$ cm. Leur construction est facile et leur poids faible pour les ondes décimétriques basses et centimétriques. Mais l'amplitude des folioles latérales est relativement importante et, en pratique ces antennes sont très peu utilisées.

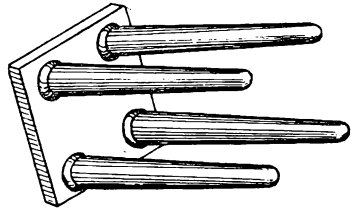


FIG. 24.

REMARQUE. — Le trolitul a l'avantage de se travailler facilement. Mais d'autres diélectriques peuvent être employés : verre, porcelaine et matériaux à grande constante diélectrique, et à angle de pertes assez faible ($< 5 \cdot 10^{-3}$). Des valeurs élevées de la constante ϵ_r correspondent à des encombrements et à des poids réduits, propriétés particulièrement intéressantes pour des longueurs d'onde relativement longues (30 à 60 cm). Des considérations de résistance mécanique peuvent également intervenir dans le choix du diélectrique.

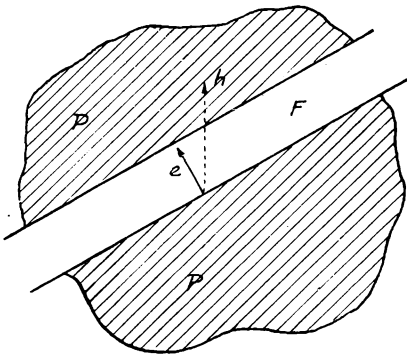


FIG. 25.

8.2.5. Fentes rayonnantes

Donnons d'abord le principe de fonctionnement des fentes résonnantes.

a) Considérons une fente F à bords parallèles pratiquée dans une plaque conductrice P de dimensions infiniment grandes (fig. 25).

Une onde peut se propager dans la fente qui sépare les deux éléments conducteurs ; le champ électrique est perpendiculaire aux bords de la fente et le champ magnétique est normal au plan P .

Si maintenant on limite la fente comme sur la figure 26, de façon à lui donner une longueur égale à $\frac{\lambda}{2}$, on obtient à l'intérieur de la fente un

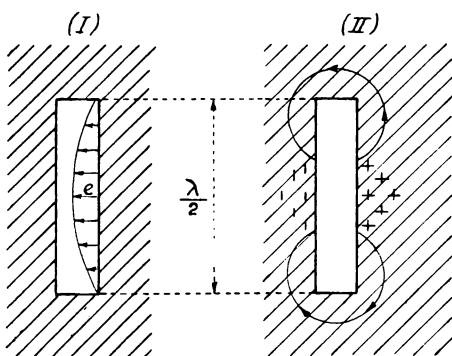


FIG. 26.

régime stationnaire. On a réalisé une fente résonnante en demi-onde ; les grands côtés de la fente portent alternativement des charges positives et négatives ; les courants de charge et de décharge contournent les extrémités comme il est indiqué sur la figure 26.

Une fente résonnante rayonne beaucoup plus qu'une ligne à deux fils demi-onde court-circuitée aux extrémités, en raison de la

longueur des trajets empruntés par les courants.

Le comportement d'une fente rayonnante peut être déduit de celui de l'antenne demi-onde complémentaire qui serait constituée par le métal découpé pour obtenir la fente [fig. 27 (I) et (II)]. Les diagrammes de rayonnement des deux systèmes sont identiques, sauf que les lignes de force des champs électrique et magnétique doivent être permutées quand on passe de l'un à l'autre.

L'impédance au centre de l'antenne demi-onde est de 73 ohms, celle de la fente est de 485 ohms ; notons que $73 \times 485 = \left(\frac{377}{2}\right)^2$, 377 ohms étant l'impédance d'onde en espace libre.

De façon générale, l'étude des systèmes à fentes rayonnantes peut être déduite de celle des aériens complémentaires par généralisation du principe connu en optique sous le nom de principe de Babinet [GOUDET, *Annales des Télécommunications*, mars 1948]. Donnons au passage un exemple

suggestif des propriétés de deux systèmes complémentaires ; le réseau de la figure 28(I), constitué par des antennes parallèles demi-onde, joue le rôle de réflecteur pratiquement parfait, pour une onde plane tombant

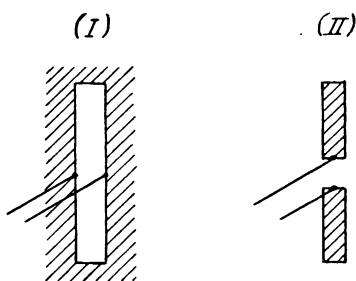


FIG. 27.

sur lui avec un champ électrique parallèle aux antennes ; le système complémentaire de la figure 28 (II) (après rotation de $\frac{\pi}{2}$ pour tenir compte de la permutation indiquée plus haut des lignes de force des champs électrique et magnétique) est constitué de fentes résonnantes ; il est, au contraire, transparent pour l'onde plane incidente.

b) Utilisation des fentes rayonnantes pour l'excitation d'antennes.

Des fentes rayonnantes sont pratiquées dans les guides d'ondes qui, placés suivant l'axe focal de réflecteurs cylindriques, excitent ces derniers (fig. 19).

Il s'agit pratiquement de guides d'ondes à section rectangulaire parcourus par l'onde TE_{01} . Les lignes de courant sur la paroi du guide sont les trajectoires orthogonales des lignes de force du champ magnétique sur cette paroi (cf. paragraphe 1.1.3, Remarque I, b). Leur répartition, à un instant donné est celle qui est donnée par la figure 29. Pour la commodité du dessin, la figure 29 (II) a été obtenue, par rabattement sur le plan de la grande face supérieure AB , des deux petites faces verticales AA' et BB' .

Le doublet de la figure 27 (II) est excité par application d'une tension entre les deux éléments (c'est-à-dire d'un champ électrique parallèle au doublet). Pour la fente complémentaire de la figure 27 (I), l'excitation résultera du passage d'un courant de l'un des grands côtés de la fente vers l'autre : une fente demi-onde, longue de $\frac{\lambda}{2}$, sera donc excitée par un flux de courant perpendiculaire à ses grands côtés (c'est-à-dire par un champ magnétique parallèle à la fente). Si les courants sont, sur le guide, des courants de section droite, la fente se comporte comme une impédance

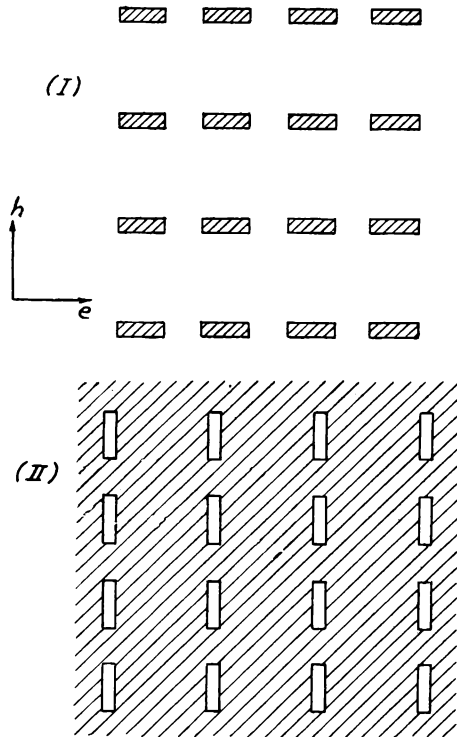


FIG. 28.

parallèle ; si les courants sont longitudinaux, la fente se comporte comme une impédance série.

Deux modes de construction ont été plus particulièrement utilisés :

— *Dans le premier*, des fentes percées sur la grande face du guide sont placées de $\frac{\lambda_z}{2}$ en $\frac{\lambda_z}{2}$ (λ_z est la vitesse de phase dans le guide), alternativement de part et d'autre de la ligne médiane [fig. 30 (I)]. Leurs vibrations sont en phase, puisque la phase varie de π quand on se déplace de $\frac{\lambda_z}{2}$

et quand on passe d'un point au point symétrique par rapport à la ligne médiane. Si la face percée du guide, placée verticalement, s'allonge suivant l'axe focal d'un miroir cylindrique à génératrices horizontales, on obtient un rayonnement à polarisation verticale, puisque, dans le cas de doublets demi-onde horizontaux, la polarisation serait horizontale. Remarquons que des fentes placées dans l'axe de la grande face ne seraient pas excitées car leurs faces ne couperaient aucun courant.

Remarquons également que des fentes percées sur la grande face du guide parallèlement aux génératrices ne sont pas couplées entre elles par les ondes qui peuvent se propager à l'extérieur du guide d'ondes. Des fentes inclinées sur ces génératrices seraient, au contraire, couplées entre elles.

— *Dans un deuxième système* [fig. 30 (II)], les fentes sont percées sur un petit côté. Elles sont placées de $\frac{\lambda_z}{2}$ en $\frac{\lambda_z}{2}$. Elles sont inclinées par

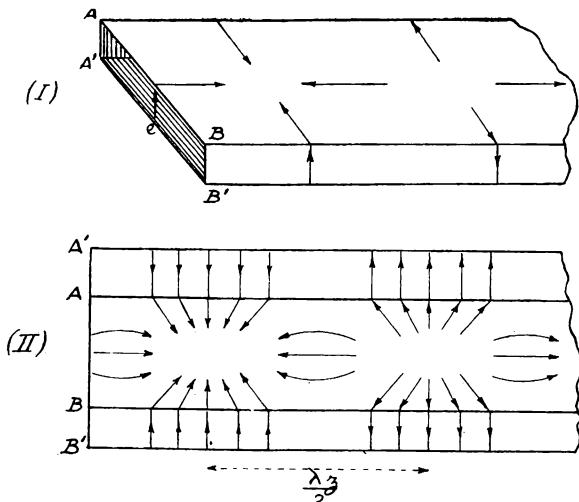


FIG. 29.

rapport à la section droite (sans cela elles ne seraient pas excitées), tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Placé devant un miroir cylindrique horizontal, le guide ainsi percé donne une polarisation horizontale.

REMARQUE I. — Pour éviter que les ondes réfléchies sur les irrégularités successives en ligne constituées par les fentes distantes de $\frac{\lambda_z}{2}$ en $\frac{\lambda_z}{2}$ ne soient en phase à l'entrée du guide, ce qui aurait l'inconvénient de créer un taux d'ondes stationnaires important à l'aplomb de la source (tube oscillateur) et de rendre le fonctionnement de celle-ci très sensible aux variations de fréquence, on écarte deux fentes successives de $0,55 \frac{\lambda_z}{2}$ par exemple.

Il faut alors incliner le guide (de 5° par exemple) par rapport à l'axe focal du miroir, pour tenir compte du fait que, les fentes successives n'étant pas en phase, le faisceau dirigé émis par le guide n'est pas exactement normal à ce dernier.

REMARQUE II. — Dans le cas des fentes portées par une petite face du guide, il faut tenir compte de la profondeur de l'entaille sur les grandes faces [fig. 29 (II)] pour avoir la longueur véritable de la fente.

REMARQUE III. — Pour exciter les fentes, on pourrait créer dans le guide soit un régime stationnaire, soit un régime progressif. De façon générale, on préfère ce dernier mode de fonctionnement qui est moins sélectif. Il faut donc terminer le guide sur une charge adaptée non réfléchissante.

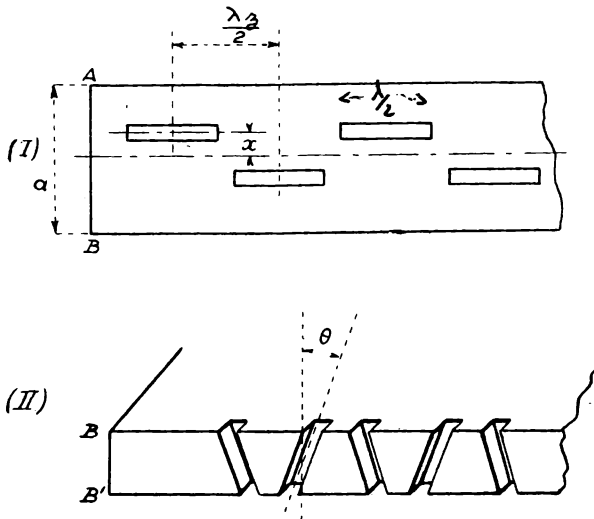


FIG. 30.

REMARQUE IV. — L'onde progressive qui avance dans le guide s'affaiblit rapidement, puisqu'elle fournit à chaque fente son énergie rayonnée. Pour que cette énergie reste cependant à peu près constante, il faut coupler les fentes de plus en plus avec le guide, à mesure qu'on avance sur celui-ci.

Dans le cas de la figure 30 (I) on agit sur l'écart x , compte tenu du fait que la densité du courant excitateur, comme la composante du champ magnétique parallèle aux génératrices du guide à laquelle elle est égale (paragraphe 1.1.3, Remarque I, b), varie proportionnellement à $\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$.

Dans le cas de la figure 30 (II) on agit sur l'angle θ , car la densité du courant excitateur, comme la composante du champ magnétique le long de la fente à laquelle elle est égale, est proportionnelle à $\sin \theta$.

REMARQUE V. — Les systèmes rayonnants à fentes présentent, du fait de l'absence d'aspérités, des avantages pour être utilisés sur des engins allant à grande vitesse (avions, fusées, satellites.).

8.2.5.1. Fentes employées pour le couplage de guides d'ondes.

Les fentes peuvent être ménagées sur une paroi commune à deux guides d'onde pour établir un couplage entre ces guides.

Nous savons qu'une fente ne peut être rayonnante que lorsqu'il existe une composante de courant perpendiculaire à ses grands côtés. Lorsque la fente considérée est attaquée par un courant transversal (de section droite), elle doit être considérée comme étant en parallèle avec le guide : c'est le cas des fentes de la figure 30 (I) et (II) ; lorsque la fente est attaquée par un courant longitudinal (parallèle aux génératrices), elle est au contraire en série.

Le raisonnement appliqué au paragraphe 5.1.7. pour savoir si deux guides sont en série ou en parallèle peut être utilisé pour déterminer si une fente est en série ou en parallèle, en se reportant à la figure 31 (II) qui donne, à un instant de la vibration, la forme des lignes de force des champs électrique et magnétique correspondant à une fente F percée dans une paroi P . Ces lignes de force sont à comparer à celles du doublet D correspondant à la fente, données à la figure 31 (I).

Sur la figure 32, trois exemples de guides G_1 et G_2 travaillant en TE_{01} et couplés par une fente F sont donnés ; à chacun de ces exemples, on a fait correspondre un schéma équivalent qui tient compte de ce qui précède.

Dans le cas où la fente est à la fois en série (ou en parallèle) sur l'un et l'autre guide, la considération des schémas équivalents permet de résoudre facilement les problèmes d'admittance ou d'impédance d'entrée.

Sur les schémas de la figure 33, impédance ou admittance d'entrée sont portées en face des schémas correspondants. Nous remarquons seulement que les impédances z et les admittances y sont des quantités ration-

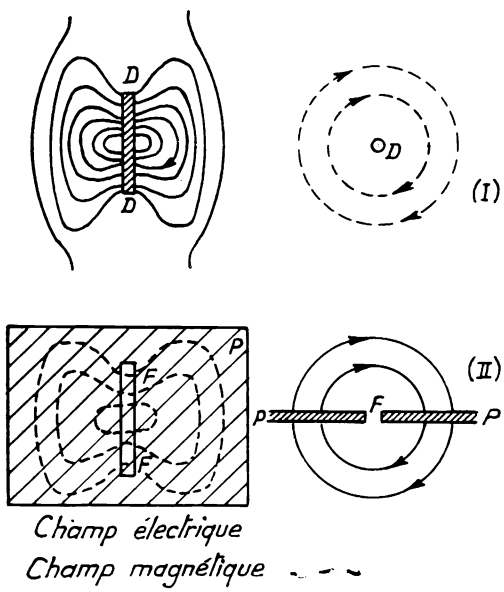


FIG. 31.

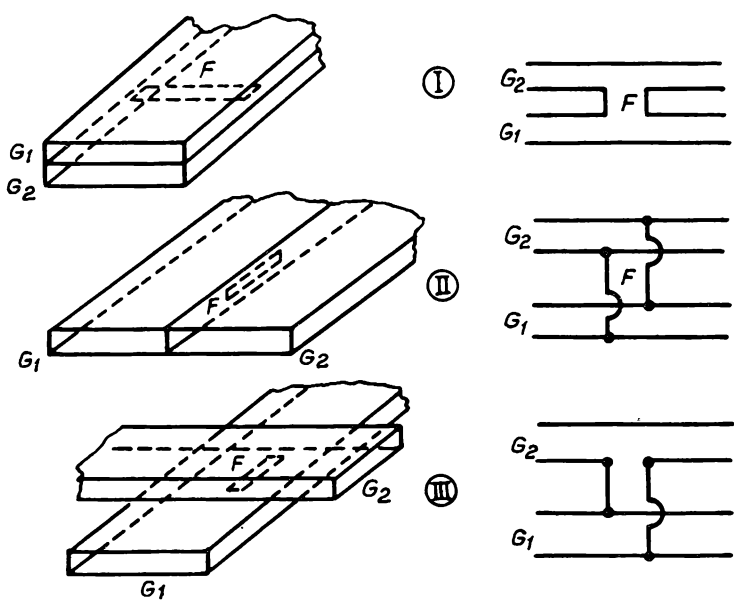


FIG. 32.

nalisées $z = \frac{Z}{Z_c}$ et $y = \frac{Y}{Y_c}$; nous remarquons aussi que l'indication 1 placée au fond d'un guide correspond à une adaptation parfaite, schématiquement représentée par un coin adaptateur.

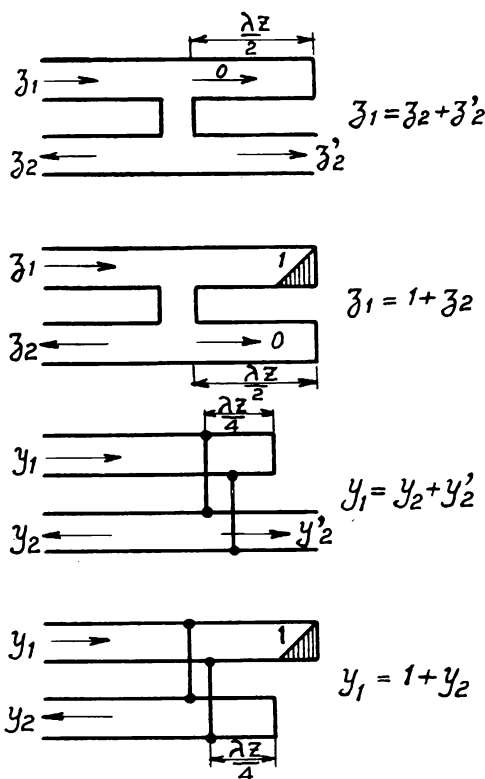


FIG. 33.

Dans le cas où la fente est en série sur l'un des guides et en parallèle sur l'autre, les choses sont un peu moins simples, et des formules analogues à celles de la figure 32 ne donnent l'impédance (ou l'admittance) d'entrée sur un guide qu'à un coefficient de transformation près.

8.3. ANTENNES A BALAYAGE ÉLECTRONIQUE

C'est aux hyperfréquences que les antennes peuvent avoir les gains les plus élevés et les faisceaux les plus étroits. Ceci est mis à profit dans les systèmes de radiolocalisation (radar, radionavigation, radioguidage), dont

la précision augmente en raison inverse de la largeur angulaire des faisceaux d'antenne. Mais dans la plupart de ces systèmes, les faisceaux émis ou reçus doivent balayer un certain volume de l'espace, avec une vitesse d'autant plus grande que l'on doit rechercher et suivre un engin plus rapide. Le premier procédé auquel on a évidemment songé — qui est d'ailleurs d'un emploi très fréquent — consiste à faire tourner l'antenne. Mais le mouvement rapide d'une antenne de grande dimension, et donc de moment d'inertie élevé, développe des couples importants qui posent des problèmes mécaniques difficiles et peuvent entraîner, sinon une détérioration de l'antenne, du moins des distorsions dans le diagramme de rayonnement. On a alors été conduit à réaliser des antennes à balayage électronique, dans lesquelles les éléments rayonnants restent fixes, mais sont alimentés avec des phases variables dont l'ajustement permet de définir la direction du faisceau. Les déphaseurs peuvent être à commande mécanique ou électronique et sont donc également soumis à une certaine inertie, mécanique ou électrique ; mais celle-ci est sans commune mesure avec l'inertie d'une grande antenne.

Le balayage électronique s'est imposé toutes les fois où l'on a à balayer rapidement un faisceau très étroit ; il permet d'ailleurs des programmes de balayage en trois dimensions beaucoup plus souples que le balayage mécanique.

Le balayage électronique n'est pas limité aux hyperfréquences. Mais c'est dans ce domaine qu'il trouve son utilisation la plus fréquente.

8.3.1. Principe du balayage électronique

Considérons un ensemble de n éléments rayonnants que nous supposons d'abord disposés suivant une même ligne. Nous supposons aussi qu'ils sont tous identiques, excités avec la même amplitude, équidistants, et rayonnant dans la même polarisation. Si, comme cela est indiqué sur la figure 34, un déphasage Φ_0 existe entre deux éléments rayonnants successifs,

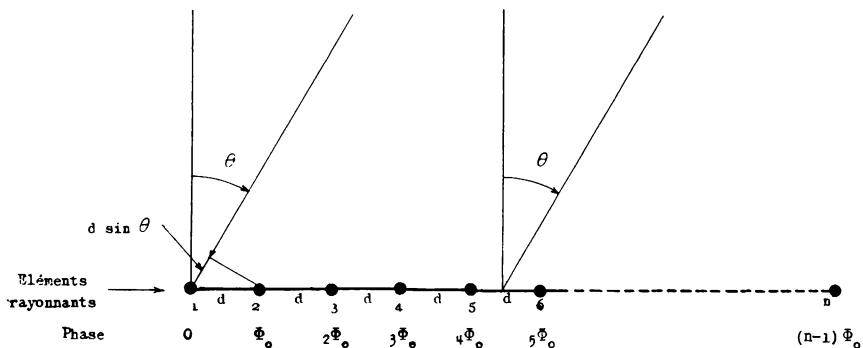


FIG. 34.

les phases relatives des champs élémentaires correspondant aux éléments 1, 2..., n , dans une direction θ par rapport à la normale au réseau, varieront entre elles respectivement comme :

$$0, \quad u_0 = \Phi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta, \quad 2 u_0, \quad 3 u_0 \dots, \quad (n-1)u_0$$

Tous les éléments rayonnant avec une amplitude égale, le champ résultant variera en fonction de l'angle θ proportionnellement à :

$$\begin{aligned} G(\theta) &= F(\theta) [1 + e^{ju_0} + e^{2ju_0} + \dots + e^{(n-1)ju_0}] \\ &= F(\theta) \frac{e^{jnu_0} - 1}{e^{ju_0} - 1}, \end{aligned}$$

$$|G(\theta)| = |F(\theta)| \left| \frac{\sin(nu_0/2)}{\sin(u_0/2)} \right|,$$

où $F(\theta)$ correspond au diagramme de rayonnement de l'élément individuel, que nous supposons peu directif dans tout le volume à balayer.

Si nous posons :

$$\Phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_0$$

l'axe du faisceau sera dirigé dans la direction θ_0 , pour laquelle tous les éléments rayonnent en phase. Si $\Phi_0 = 0$ (éléments en phase), l'axe du faisceau serait évidemment la normale à l'antenne ($\theta_0 = 0$).

Déterminons la demi-largeur angulaire du lobe principal de rayonnement autour de la direction θ_0 , comptée entre θ_0 et les angles $\theta = \theta_0 \pm \alpha$ où la fonction $G(\theta)$ s'annule

$$n \times \frac{2\pi}{\lambda} d |\sin \theta_0 - \sin(\theta_0 - \alpha)| = \pi.$$

Pour $\alpha \ll \frac{\pi}{2}$, on a sensiblement :

$$\alpha \simeq \frac{\lambda}{2 dn \cos \theta_0},$$

l'ouverture angulaire étant minimum dans l'axe de l'antenne ($\theta_0 = 0$) :

$$\alpha_0 \simeq \frac{\lambda}{2 dn}.$$

On voit ainsi qu'en faisant varier Φ_0 , on peut réaliser un balayage de l'axe du faisceau dans le plan de figure. Le balayage angulaire de θ_0 qui résulterait d'un déphasage total $(n - 1) \Phi_0$ de 360° entre éléments extrêmes serait donné (pour n grand) par :

$$\sin \theta_0 = \frac{1}{n-1} \frac{\lambda}{d} = \frac{n}{n-1} 2 \alpha_0 \simeq 2 \alpha_0.$$

$$\theta_0 \simeq 2 \alpha_0 .$$

Pour balayer sur un grand angle, égal à $2 p \alpha_0$ (p fois la largeur angulaire totale du faisceau axial), il faut ainsi faire varier la phase entre éléments extrêmes d'un angle considérable, qui pour $p = 10$ atteindrait plusieurs milliers de degrés. On peut heureusement ramener la valeur de ce déphasage à être compris entre 0 et 360° , une phase n'étant définie qu'à 360° près.

On généraliserait le calcul élémentaire que nous avons fait au cas d'une distribution d'éléments rayonnants à deux dimensions, ces éléments étant répartis dans un plan ou même sur un cylindre ou un cône.

Le balayage angulaire aurait alors lieu non plus uniquement dans un plan, mais suivant un volume de l'espace.

On pourrait également généraliser au cas où l'espacement des éléments rayonnants ou leur polarisation ne sont pas uniformes, sans que cela change les principes énoncés plus haut du balayage électronique.

8.3.2. Volume de balayage

Nous avons vu que les dimensions angulaires de ce volume fixaient le déphasage maximum à réaliser entre éléments rayonnants. D'autres conditions en découlent aussi.

Le lobe principal de rayonnement *de l'élément individuel* doit s'étendre à tout le volume de balayage.

L'expression de $G(\theta)$ montre par ailleurs que l'on peut avoir des lobes secondaires de grande amplitude *du diagramme d'antenne* dans les directions définies par $\frac{u_0}{2} = \pm k\pi$, k étant entier, et en particulier dans les directions

$\frac{u_0}{2} = \pm \pi$. On s'arrange pour que ces lobes secondaires soient toujours entièrement orientés derrière le plan d'ouverture d'antenne.

Si l'on désigne (fig. 35) par θ_0 l'angle maximum que l'on veut balayer de part et d'autre de la normale à l'antenne, il faut ainsi que les « zéros » des lobes secondaires considérés, le lobe principal étant orienté suivant la direction θ_0 , soient en arrière du plan d'antenne ou au pire sur ce plan.

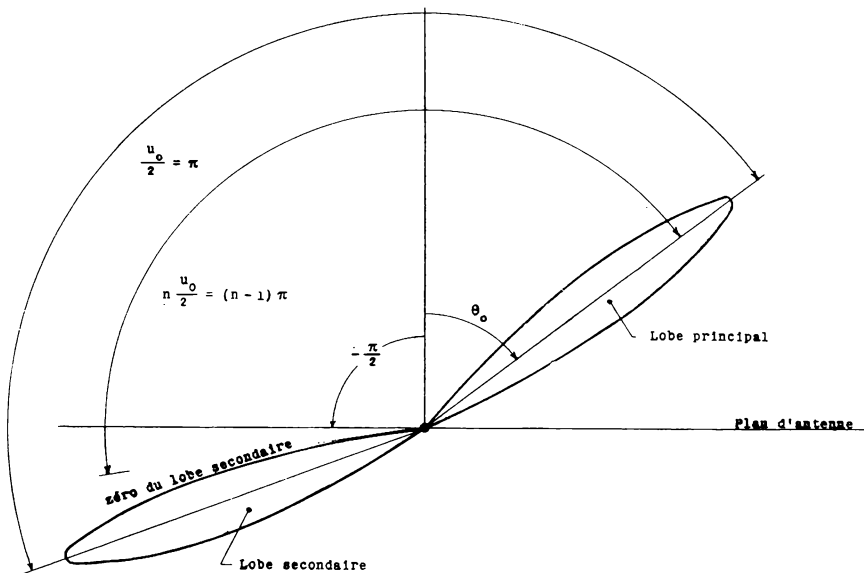


FIG. 35.

On trouve ainsi la relation :

$$n \frac{2\pi}{\lambda} d \left[\sin \theta_0 - \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right] = n \frac{2\pi}{\lambda} d [\sin \theta_0 + 1] \leq (n-1)\pi,$$

$$d \leq \frac{1 - 1/n}{1 + \sin \theta_0} \lambda.$$

L'espacement entre éléments rayonnants est limité supérieurement à une valeur de l'ordre de λ pour une antenne à faisceau non balayé ($\theta_0 = 0$), à $\frac{\lambda}{2}$ pour un balayage de $\pm 90^\circ$.

On peut là aussi généraliser au cas où l'espacement entre éléments n'est pas uniforme ou à celui où leur polarisation n'est pas uniforme : la valeur de l'espacement maximum peut s'en trouver modifiée.

Les couplages mutuels entre éléments rayonnants sont susceptibles d'avoir une influence sensible sur le fonctionnement d'une antenne à balayage électronique, particulièrement lorsque ce balayage atteint le voisinage du plan d'antenne ($\theta_0 \simeq \pm 90^\circ$).

Les excitations perturbatrices d'un élément par couplage avec les éléments voisins sont alors en phase avec l'excitation imposée, puisque le déphasage imposé $\Phi_0 \simeq \frac{2\pi}{\lambda} d$ est égal au déphasage dû à la propagation sur une distance d . Il en résulte une diminution du gain, un élargissement du lobe principal et une augmentation des lobes secondaires. La perturbation est moins sensible pour des angles θ_0 de balayage plus faibles, mais elle peut être encore appréciable.

On peut réduire dans une certaine mesure l'influence des couplages mutuels, en ajustant convenablement la phase et l'amplitude à l'excitation des différents éléments. Pour avoir une protection supplémentaire, il est parfois nécessaire d'accroître la directivité du rayonnement individuel de ces éléments ou de les découpler par des dispositifs appropriés.

8.3.3. Gain d'une antenne à balayage électronique

Comme nous l'avons vu au paragraphe (8.3.1.), l'ouverture angulaire du lobe principal d'une antenne à balayage électronique diminue lorsque le nombre d'éléments rayonnants n et leur distance d augmentent, et lorsque l'angle de balayage θ_0 diminue. On peut donc penser qu'inversement le gain de l'antenne augmente avec n et d et diminue avec θ_0 . Cependant l'espacement d ne doit pas dépasser la limite déterminée au paragraphe précédent. On démontre que, si cette condition est remplie, la surface équivalente de l'antenne dans une direction de balayage θ_0 par rapport à la normale au plan d'antenne est de l'ordre de $S \cos \theta_0$ (S étant la surface totale d'ouverture de l'antenne) : c'est la surface projetée sur un plan normal à la direction θ_0 .

8.3.4. Adaptation d'antenne

Les conditions d'adaptation des éléments rayonnants à leurs déphaseurs respectifs sont en général plus sévères que les conditions d'adaptation à l'entrée des antennes à faisceau fixe. Les réflexions dues aux désadaptations d'impédance de part et d'autre des déphaseurs donnent lieu en effet à des excitations parasites, correspondant, entre éléments successifs, à des déphasages multiples de ceux qui sont désirés. Il en résulte des lobes parasites très gênants, de sorte qu'une adaptation presque parfaite doit être assurée, au besoin à l'aide de dispositifs transformateurs d'impédance appropriés (cf. le chapitre V).

8.3.5. Réalisation pratique d'antennes à balayage électronique

Les *éléments rayonnants*, pour un balayage à grand angle (voisin de 180° en azimut ou en site), seront des dipôles demi-onde ou, de préférence

aux hyperfréquences, des fentes rayonnantes demi-onde. Pour un balayage plus réduit, on peut utiliser des cornets ou des antennes à réflecteurs (tels que des miroirs cylindriques de révolution).

Les *déphaseurs* variables, destinés à alimenter les éléments rayonnants avec la phase désirée, pour une direction donnée du faisceau, sont à réglage mécanique ou à réglage électronique. On peut utiliser en particulier, comme déphaseurs à commande mécanique, des tronçons de guides de longueur ou de section variables dans lesquels on introduit des éléments réactifs (lames diélectriques, *cf.* paragraphe 5.2.7. ou tiges en ferrite, *cf.* paragraphe 5.3.2). Les déphaseurs mécaniques ont une précision de quelques degrés et permettent un balayage dont la vitesse est au mieux de l'ordre d'une largeur de faisceau (dans l'axe de l'antenne) en 5 ms.

Nous citerons comme exemples de déphaseurs à commande électronique les déphaseurs à ferrite (paragraphe 5.3.5, 2^e partie) et les déphaseurs à diodes semi-conductrices [à capacité variable en fonction de la tension de polarisation : voir le paragraphe A.2.2, point 5 du traité de J. VOGÉ sur les tubes aux hyperfréquences ⁽¹⁾]. On peut ainsi constituer une antenne à balayage électronique en disposant, dans un guide à fentes rayonnantes, des éléments de ferrite soumis à un champ magnétique réglable. Il est aussi possible de réaliser un balayage électronique en modulant, non directement les phases, mais les amplitudes respectives des signaux d'excitation des différents éléments rayonnants. La précision des déphaseurs « électroniques » est moins bonne que celle des déphaseurs « mécaniques » : elle peut n'être que de $\pm 30^\circ$ ce qui conduit à des lobes parasites plus importants, à des pertes de gain et à des imprécisions sur la position du lobe principal. Par contre, on peut balayer une largeur de faisceau en un temps aussi court que 0,1 ms.

On doit considérer comme un cas particulier des antennes à commande électronique les antennes dans lesquelles le balayage du faisceau résulte d'un *balayage de la fréquence*. Le déphaseur peut alors être constitué simplement par un tronçon de guide d'onde ou de coaxial de longueur L : le déphasage varie avec la fréquence, en fonction de la longueur d'onde

de phase λ_z dans la ligne, puisqu'il est égal à $\frac{2\pi L}{\lambda_z}$. Les antennes à fréquence

balayée sont particulièrement simples à réaliser ; le balayage de leur faisceau peut être très rapide et très précis. Mais, en contrepartie, elles exigent des émetteurs et des récepteurs complexes, susceptibles de fonctionner sur une gamme de fréquences relativement étendue, la fréquence instantanée devant être soigneusement contrôlée.

Nous rattacherons enfin aux antennes à balayage électronique les antennes à *commutation de lobes*, dans lesquelles, pour une même ouverture rayonnante, on commute successivement les feeders d'alimentation en

(1) Eyrolles, Paris, 1959, p. 250.

haute fréquence sur différents éléments d'excitation, correspondant chacun à une direction déterminée du faisceau principal rayonné. On peut ainsi par exemple disposer une série d'éléments rayonnants suivant la surface d'un cône ou d'un cylindre de révolution et faire décrire au faisceau rayonné un tour complet autour de l'axe de ce cône ou de ce cylindre, en n'excitant à un instant donné que les éléments répartis sur une génératrice donnée. On peut aussi considérer un miroir réflecteur métallique (cylindrique, sphérique ou torique) et un ensemble d'éléments d'excitation disposés devant le réflecteur, ces éléments étant excités successivement suivant une loi déterminée.

On emploie dans la pratique divers types de commutateurs, à commande mécanique (à deux positions ou rotatifs) ou électroniques (aiguillages à ferrite tels que ceux décrits au paragraphe 5.3.5, à diodes semi-conductrices ou, comme dans les calculateurs électroniques, à tubes à gaz).

La vitesse de balayage est ainsi du même ordre que dans le cas des antennes à déphaseurs mécaniques ou électroniques. La précision dans la position des lobes et la protection contre les lobes parasites sont par contre bien meilleures, puisque la phase (et l'amplitude) de l'excitation sont indépendantes des caractéristiques du commutateur. Mais le balayage n'est pas continu, le faisceau sautant brusquement d'une direction à une autre.

CHAPITRE IX

PROPAGATION DES HYPERFRÉQUENCES DANS L'ESPACE TERRESTRE

9.0. INTRODUCTION

Les hyperfréquences (ondes décimétriques, centimétriques, millimétriques) ont des propriétés qui commencent à se rapprocher de celles des ondes lumineuses : elles se propagent mal au-delà de l'horizon et ne se diffractent que très faiblement derrière des obstacles, comme des montagnes ou des bâtiments. Leur propagation dans l'espace terrestre, comme d'ailleurs déjà celle des ondes métriques, dépend essentiellement de la structure de la basse atmosphère ou troposphère.

C'est seulement vers 1930 que, pour expliquer des portées anormales sur ondes métriques, JOUAUST et quelques autres invoquèrent la troposphère ; en effet, par suite des gaz et de la vapeur d'eau qu'elle contient, des variations de pression et de température avec l'altitude, cette couche présente une constante diélectrique et par suite un indice de réfraction (paragraphe 9.1.) légèrement supérieurs à l'unité, près du sol, et qui vont en diminuant et en tendant vers l'unité au fur et à mesure que l'altitude augmente. Un « rayon électromagnétique » parti obliquement se trouve donc soumis à une réfraction progressive et incurvé vers le bas ; donc, une certaine partie de l'énergie rayonnée se trouve ramenée vers la Terre et peut la contourner plus aisément. C'est ce qu'on observe en optique, par un accroissement bien connu de la portée géographique des phares, et le phénomène exceptionnel du « mirage ».

Comme nous le verrons plus loin, on peut tenir compte de la réfraction moyenne des ondes dans la troposphère en majorant *le rayon terrestre*

NOTE DE L'ÉDITEUR. — Le texte de ce chapitre suit d'assez près, bien qu'avec certaines modifications, celui du chapitre III du cours de Radioélectricité générale, Tome 4, de P. DAVID et J. VOGÉ, publié par les Éditions Eyrolles en 1961. Nous avons estimé, en reproduisant ce texte, qu'il serait utile pour le lecteur de trouver, groupées dans le même ouvrage, des données sur la propagation des hyperfréquences dans les guides d'ondes métalliques et dans l'espace terrestre. Ces deux types de propagation présentent d'ailleurs des analogies marquées — et aussi des différences — que nous précisons aux paragraphes 9.3.2.1. et 9.3.2.2.

dans un rapport d'environ 4/3. On admit, en outre, que les portées correspondant à cette réfraction moyenne pouvaient être augmentées — peut-être de 20 ou 30 % — par des réfractions plus intenses, surtout en été ; cela arrivait assez souvent pour les liaisons avion-sol.

Les choses restèrent en cet état jusque vers 1941-1942. A ce moment, les opérateurs, utilisant régulièrement les radars à ondes métriques, notèrent que les portées « anormales » dépassaient, dans certains cas, toute vraisemblance, et parfois pendant une telle fraction du temps qu'elles en devenaient tout à fait « normales ». C'est ainsi que les radars de la côte anglaise de la Manche détectaient la côte française au-dessous de l'horizon ; les radars de la côte tunisienne suivaient les navires de débarquement jusqu'en Sicile ; et au-dessus des mers chaudes (cuirassé *Richelieu* à Dakar en 1941, golfe Persique, océan Indien) on observait quasi régulièrement des portées stupéfiantes. Le record est détenu par le radar de Bombay sur $\lambda = 1,5$ m qui a parfois détecté des navires à 700 milles nautiques (presque la distance Paris-Alger) et les côtes d'Arabie à 1 500 milles nautiques.

On attribua ces propagations à une « *super-réfraction* » causée par la très rapide variation de la température et de l'humidité de l'air au voisinage immédiat de la surface de la mer (quelques dizaines de mètres) ; on admettait que la variation correspondante de l'indice de réfraction créait un « conduit » (anglais « duct ») dans lequel les ondes étaient emprisonnées (« trapped ») comme dans un guide, explication qui laisse subsister une part de mystère, car même dans un guide un affaiblissement aussi faible en fonction de la distance a quelque chose de miraculeux.

Le développement des postes émetteurs puissants sur ondes métriques, pour la modulation de fréquence et la télévision, amena une nouvelle surprise. On s'aperçut que le champ au-delà de l'horizon cessait de décroître, à partir d'une certaine distance, suivant la loi exponentielle indiquée par la théorie de la diffraction, avec une décroissance d'autant plus rapide que la longueur d'onde est plus courte ⁽¹⁾. Le champ suivait alors une loi de diminution à peu près en $\frac{1}{d^4}$. Jamais à court d'imagination, la majorité

des théoriciens de la propagation attribuèrent aussitôt ce phénomène imprévu à une « diffusion » par la troposphère, en raison de sa « turbulence », ou de son manque d'homogénéité. D'autres explications furent également avancées.

Le niveau ainsi obtenu est trop faible pour être utilisable en radar, et peut-être même, souvent, en transmission de télévision ; mais il peut suffire à provoquer des brouillages inattendus à des distances de l'ordre de 500 à 1 000 km.

(1) L'atténuation dans la zone de diffraction terrestre est théoriquement de $0,62 \lambda^{-1/3}$ (m) dB/km.

Ces deux types de propagation imprévu suscitent naturellement beaucoup d'intérêt de la part des radioélectriciens ; désireux de les comprendre et de les prévoir ils mettent en cause la structure fine de l'atmosphère — on dit parfois la « microstructure », avec un peu d'exagération — qui n'est pas toujours connue avec assez de précision par les météorologistes.

Par contre, les « radaristes » ayant également découvert, dans l'intervalle, que les nuages, les chutes de pluie ou de neige sont des obstacles détectables pour leurs ondes, se trouvent en mesure de fournir aux météorologistes un nouveau moyen d'analyse et d'étude de la troposphère.

Ainsi a-t-on constitué une branche nouvelle de la science, la « radio-météorologie », dans laquelle, en s'aidant mutuellement, les spécialistes de la propagation tâchent de déduire leurs prévisions de ce qu'ils savent sur l'atmosphère, tandis que les spécialistes de l'atmosphère complètent leurs informations en se servant des phénomènes de propagation. Le champ d'études ainsi ouvert semble devoir les occuper longtemps.

Dans ce qui va suivre, nous résumerons très brièvement les différents aspects de ce rôle de la troposphère.

9.1. RAPPEL DE NOTIONS MÉTÉOROLOGIQUES

La structure de l'atmosphère influe sur la propagation des ondes par l'intermédiaire de l'indice de réfraction, n , égal à la racine carrée de la constante diélectrique relative de l'air par rapport au vide (chap. II). n est donné par la formule :

$$(n-1) \cdot 10^6 = \frac{77,6}{T} \left(p + \frac{4\,810\,e}{T} \right), \quad (1)$$

où : p est la pression en millibars ;
 e est la pression partielle de vapeur d'eau ;
 T est la température absolue en degrés Celsius.

$n-1$ est souvent exprimé en unités de 1 millionième, qu'on appelle des unités — M .

On appelle « troposphère » la couche inférieure de l'atmosphère, dans laquelle se trouvent les nuages. Sa limite supérieure (« tropopause ») est à environ 6 km de hauteur aux pôles, 18 km à l'équateur.

En moyenne, dans cette couche, la pression p , la température T et l'humidité e (pression partielle de la vapeur d'eau, quelques centièmes de p) ⁽¹⁾ décroissent régulièrement quand l'altitude augmente :

(1) On peut aussi évaluer l'humidité par le « point de rosée », c'est-à-dire la température T_s , à laquelle la saturation se produirait si l'on refroidissait à pression constante. Plus l'air est humide, plus T_s est voisin de T .

- la pression p d'environ 1 mm (1,3 millibars) par 11 m ;
- la température d'environ 1 degré par 200 m ;
- l'humidité d'environ 1 mb par 300 m.

(Fig. 1, courbes 1, 2 — vers midi par beau temps).

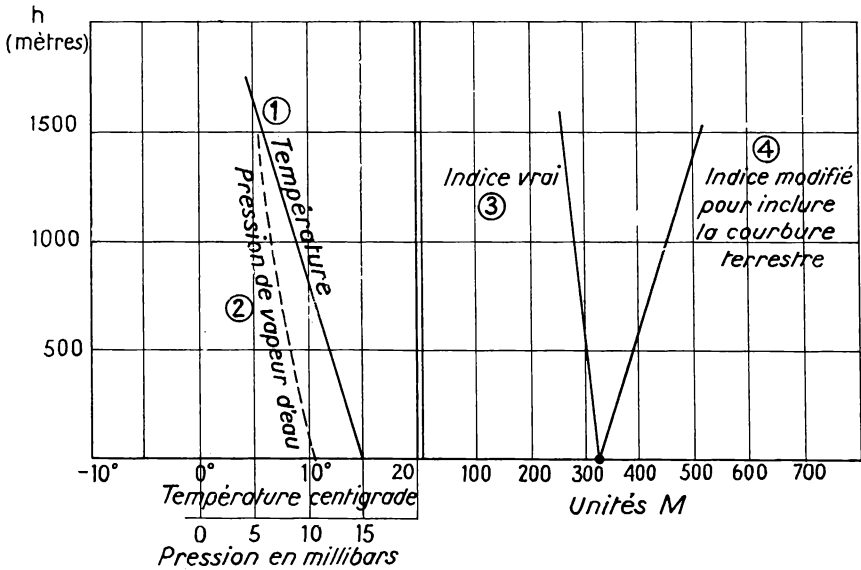


FIG. 1. — Constantes de l'atmosphère « standard ».

Cette variation régulière caractérise l'atmosphère dite « standard » ou « normale ».

Celle-ci, qui correspond à l'atmosphère moyenne pour des conditions géographiques et saisonnières variées aux latitudes tempérées, est définie par une décroissance linéaire de n avec l'altitude, avec un gradient égal à :

$$\frac{dn}{dh} = -0,039 \cdot 10^{-6}/m. \quad (2)$$

Des études récentes ont montré que, même en moyenne, la loi de décroissance linéaire correspondant à l'atmosphère « standard » ne pouvait être considérée comme acceptable dans toute la troposphère. Son domaine de validité ne dépasse pas les premiers kilomètres de l'atmosphère. Le C.C.I.R. a proposé en 1959 d'adopter, pour les études qui mettent en jeu un domaine de propagation plus étendu, un modèle d' « atmosphère

fondamentale de référence », définie — à partir des données expérimentales les plus récentes — par la relation :

$$n(h) = 1 + 289 \cdot 10^{-6} e^{-0.136 h}, \quad (3)$$

h désignant la hauteur en kilomètres au-dessus du niveau de la mer. Dans le premier kilomètre, cette atmosphère de référence est très sensiblement équivalente à une atmosphère « standard ».

Mais il faut bien noter que les variations régulières caractérisant l'atmosphère « standard » ou l'« atmosphère fondamentale de référence » sont tout à fait exceptionnelles, surtout aux faibles altitudes, au-dessous de 1 500 m par exemple.

En fait, il existe dans l'atmosphère des mouvements de convection, dus notamment aux variations de température et d'humidité du sol (terre ou mer), qui entraînent des échanges entre l'air et le sol, et finalement déterminent la température de l'air. Ces échanges sont favorisés par la *turbulence* de l'air, et ils engendrent des mouvements verticaux accompagnés de compressions et de détentes plus ou moins adiabatiques.

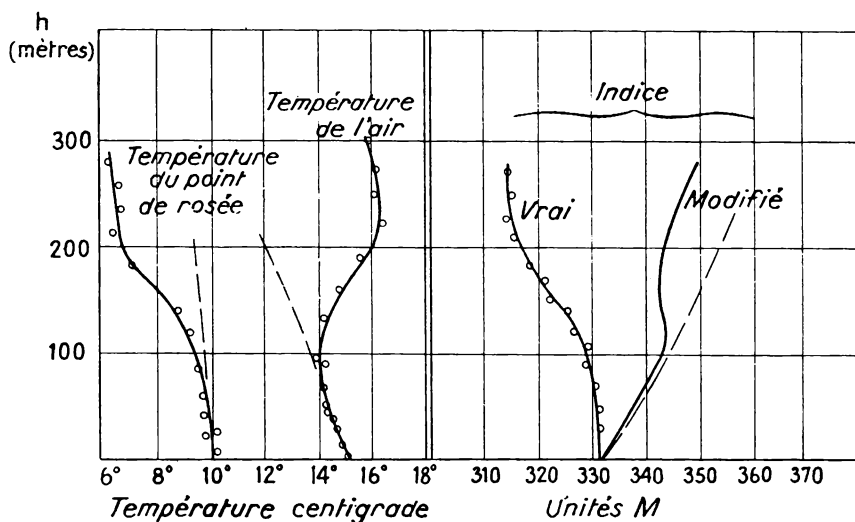


FIG. 2. — Atmosphère non standard (air froid passant sur une mer chaude).
(D'après KERR, *Prop. of Short Radio Waves*, fig. 3.10).

Les déplacements horizontaux de masses d'air au-dessus de la surface du sol (« advection ») jouent également une influence considérable dans

la distribution de la température et de l'humidité, particulièrement au voisinage des côtes.

La présence de deux masses d'air superposées de propriétés physiques différentes peut donner lieu à formation de couches de discontinuité assez marquées en altitude. C'est le cas par exemple du passage d'une masse d'air chaud (« tropical ») au-dessous d'une masse d'air froid (« polaire »). La surface de discontinuité, dont l'inclinaison sur l'horizontale est en général de l'ordre d'une fraction de degré, est appelée « front ». Les discontinuités en altitude peuvent aussi provenir de l'affaissement d'une masse d'air (« phénomène de subsidence ») : la situation la plus caractéristique engendrée par la subsidence est la mer de nuages, c'est-à-dire une zone nuageuse et turbulente surmontée par une atmosphère calme et limpide.

Par suite de ces différents phénomènes, les distributions de la température et de l'humidité dans les basses couches de l'atmosphère — et donc celles de l'indice de réfraction — s'écartent souvent très notablement des lois de décroissance « standard » (ou « fondamentale de référence »).

Les figures 2 et 3 montrent des exemples de variations qui peuvent être réellement observés à certaines heures. La seconde figure correspond

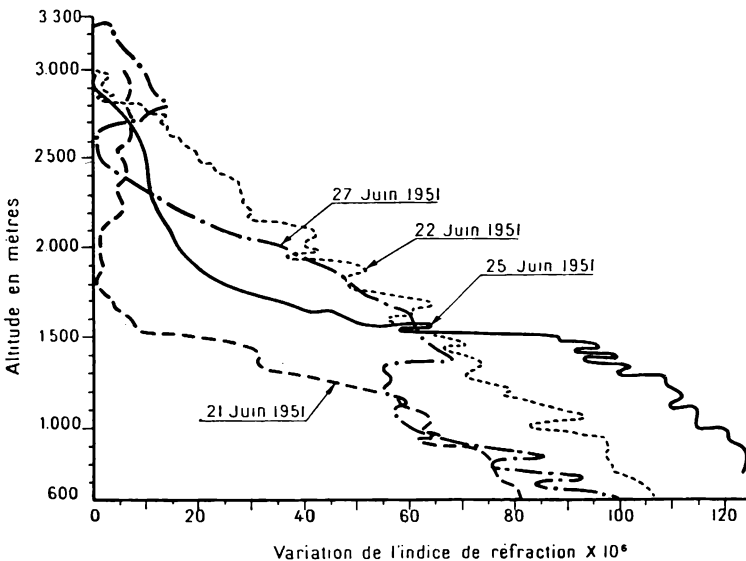


FIG. 3.

à des mesures effectuées par avion avec un appareillage de mesure spécial à très faible inertie : nombre de petites irrégularités sont ainsi mises en évidence.

9.2. RÉFRACTION ATMOSPHÉRIQUE

MODÈLES ÉQUIVALENTS POUR LES CALCULS DE PROPAGATION

Considérons une atmosphère dans laquelle l'indice de réfraction n varie avec l'altitude h . Dans ces conditions, les « rayons électromagnétiques », qui seraient rectilignes dans le vide ou une atmosphère homogène, se courbent. Si, dans une première approximation, on néglige la courbure terrestre, l'équation de ces courbes n'est autre que l'équation de Descartes de l'optique.

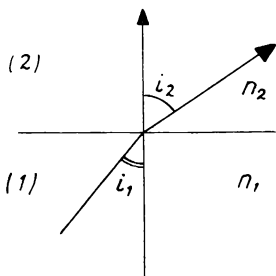


FIG. 4. — Réfraction sur une surface de discontinuité.

Si on a deux milieux (1) et (2) d'indices de réfraction n_1 et n_2 , séparés par une surface plane, on sait que les angles que font le rayon incident dans le milieu (1) et le rayon réfracté dans le milieu (2) avec la normale à la surface de discontinuité satisfont à la relation :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (1)$$

Si maintenant l'indice varie de façon continue quand on se déplace parallèlement à un axe vertical Oh , l'équation d'un rayon résulte immédiatement de la relation précédente et peut s'écrire :

$$n(h) \sin i(h) = \text{constante}. \quad (2)$$

En considérant l'inclinaison ϕ de la tangente au rayon sur le plan horizontal on aura :

$$n(h) \cos \phi(h) = n(0) \cos \phi_0. \quad (3)$$

C'est l'équation de Descartes pour un milieu dont l'indice varie de façon continue.

La courbure d'un rayon (inverse du rayon de courbure) a pour valeur en un point :

$$\sigma_R = \frac{d\phi}{ds}, \quad (4)$$

limite du rapport de l'angle $d\phi$ que font entre elles les tangentes en deux points infiniment voisins à la distance ds de ces points, distance évaluée le long du rayon (s abscisse curviligne).

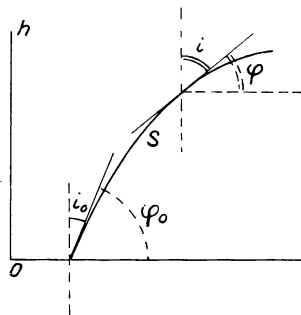


FIG. 5. — Réfraction en milieu hétérogène.

Il vient, en dérivant la relation (3) par rapport à s ,

$$\frac{dn}{ds} \cos \phi(h) - n \sin \phi(h) \frac{d\phi(h)}{ds} = 0, \quad (5)$$

d'où :

$$\sigma_R = \frac{dn}{ds \sin \phi} \cdot \frac{\cos \phi}{n} = \frac{dn}{dh} \cdot \frac{\cos \phi}{n}, \quad (6)$$

puisque

$$dh = ds \sin \phi. \quad (7)$$

Dans l'atmosphère terrestre, n ne diffère de l'unité que de quelques dix-millièmes. D'autre part, on considère presque toujours des liaisons entre points d'altitudes très inférieures à la longueur du trajet. Les rayons électromagnétiques qui suivent ce trajet sont peu inclinés sur l'horizon ; ϕ est faible et $\cos \phi$ voisin de 1. Dans ces conditions :

$$\sigma_R \simeq \frac{dn}{dh}. \quad (8)$$

Cette courbure est comptée algébriquement. Elle est positive si elle est dirigée vers la verticale ascendante. La courbure terrestre (rayon de courbure a) est ainsi négative et égale à :

$$\sigma_T = -\frac{1}{a}. \quad (9)$$

La courbure relative d'un rayon électromagnétique par rapport à la terre est donc :

$$\sigma_{RT} = \sigma_R - \sigma_T = \frac{dn}{dh} + \frac{1}{a}. \quad (10)$$

On peut démontrer que, si on remplace la Terre par une Terre de rayon a' différent de a surmontée par une atmosphère dans laquelle l'indice n' est différent de n , mais si la courbure relative est conservée :

$$\frac{dn'}{dh} + \frac{1}{a'} = \frac{dn}{dh} + \frac{1}{a}, \quad (11)$$

le calcul du champ dans les deux cas conduit au même résultat.

1° Considérons le cas de l'*atmosphère « normale »*.

$$\frac{dn}{dh} \simeq -0,25/a$$

a rayon terrestre étant voisin de 6 500 km.

On voit qu'en atmosphère « standard » les rayons électromagnétiques sont courbés vers le bas par la réfraction : ils sont constitués par des arcs de cercle de rayon $4a$.

Mais on peut remplacer l'atmosphère standard par le vide ($n' = 1$, $\frac{dn'}{dh} = 0$), à condition de changer le rayon terrestre a en un rayon a' tel que

$$\frac{1}{a'} = -\frac{1}{4a} + \frac{1}{a} = \frac{3}{4a},$$

$$a' = 4/3a. \quad (12)$$

Plus généralement si la température et l'humidité dans la basse atmosphère varient régulièrement avec l'altitude, de sorte que n soit une fonction linéaire de h :

$$\frac{dn}{dh} = \text{constante} = -\frac{1}{\theta a} \quad (\theta \text{ positif ou négatif}), \quad (13)$$

on pourra faire la même transformation avec un rayon terrestre a' défini par :

$$\frac{1}{a'} = -\frac{1}{\theta a} + \frac{1}{a},$$

$$a' = \frac{\theta}{\theta - 1} a = ka, \quad (14)$$

a' devant être positif, il faut en réalité $\theta > 1$. Les atmosphères correspondantes sont dites « de type standard » (atmosphère « standard » pour $\theta = 4$, $k = \frac{4}{3}$).

2° D'une autre façon, dans le cas d'une atmosphère où l'indice varie avec l'altitude h suivant une loi quelconque, on pourra ramener le calcul du champ au-dessus d'une Terre sphérique au calcul du champ au-dessus

d'une Terre plane (a' infini), en remplaçant l'indice de réfraction dans la basse atmosphère par un indice N , tel que :

$$\frac{dN}{dh} = \frac{dn}{dh} + \frac{1}{a}, \quad (15)$$

$$N = n + \frac{h}{a} = n + 0,157h \text{ (m)}, \quad (16)$$

N est appelé « indice modifié ».

Au lieu de N , on considère souvent le paramètre équivalent :

$$M = (N - 1) \cdot 10^6,$$

désigné comme « module de l'indice de réfraction modifié ». M est exprimé en unités — M que nous avons déjà définies plus haut. Une variation d'une unité — M correspond à une variation de 1 millionième de l'indice modifié N .

En atmosphère « standard », M variera comme n suivant une loi linéaire, mais avec un gradient vertical positif (fig. 1) :

$$\frac{dM}{dh \text{ (km)}} = \left(-\frac{1}{4a} + \frac{1}{a} \right) 10^6 = \frac{3}{4a} \cdot 10^6 = 118. \quad (17)$$

REMARQUE. — On peut établir rigoureusement que dans le cas général d'une atmosphère quelconque, où l'indice de réfraction n serait fonction de trois coordonnées et non de la seule altitude h , la courbure des rayons électromagnétiques en un point est donnée par la relation

$$\sigma_R = \left| \overrightarrow{\text{grad } n} \right| \cos \phi, \quad (18)$$

où ϕ désigne l'angle complémentaire de l'angle i entre le rayon électromagnétique et le vecteur $\overrightarrow{\text{grad } n}$. La formule (8) établie pour une atmosphère stratifiée suivant des plans horizontaux est donc également valable pour une atmosphère à stratification sphérique, tenant compte de la courbure terrestre.

9.3. INFLUENCE DE LA STRUCTURE FINE DE LA TROPOSPHÈRE SUR LA PROPAGATION

Nous venons de voir que l'on pouvait ramener l'étude de la propagation en atmosphère « standard » à la propagation dans le vide en faisant une correction sur le rayon terrestre. Mais l'atmosphère standard n'est elle-même qu'une atmosphère « moyenne » dont s'écarte souvent assez notablement l'atmosphère réelle. Nous allons étudier dans les paragraphes

suivants l'influence de la structure fine de la troposphère réelle — en, perpétuelle évolution au cours du temps. Nous verrons que cette influence est sensible en ondes ultra-courtes : métriques, et surtout décimétriques, centimétriques et millimétriques. Par contre, en ondes décamétriques et plus longues on peut se contenter, en général, d'effectuer la correction « standard » sur le rayon terrestre.

9.3.1. Evanouissements sur les liaisons en visibilité directe

On peut penser que les transmissions sur des liaisons en visibilité directe bien dégagées sont absolument stables, le champ reçu étant égal au champ théorique de propagation en espace libre. Il n'en est rien en fait, et nous allons essayer d'en donner les raisons.

Supposons donc que nous ayons une liaison en vue directe, non masquée par la rotondité de la Terre, entre un émetteur E et un récepteur R .

Le champ en R résulte de l'interférence entre le champ direct et le champ réfléchi sur le sol. Cette interférence donne lieu, suivant la phase relative de ces deux champs, à des zones de champ renforcé — lorsque les champs direct et réfléchi sont en phase — et à des zones de champ réduit lorsqu'ils sont en opposition. Si E_0 désigne l'amplitude du champ direct et ρ celle du coefficient de réflexion sur le sol, les champs résultants correspondant sont respectivement :

$$E_0(1 + \rho) ,$$

et

$$E_0(1 - \rho) .$$

On pourrait chercher évidemment à placer le récepteur dans une zone de champ maximum ; malheureusement la température, l'humidité et la pression de l'air, facteurs dont dépend l'indice de réfraction de l'atmosphère, varient d'un point à un autre et en un point donné varient avec le temps : l'atmosphère réelle n'est pas homogène, ainsi que nous l'avons vu, et sa structure se modifie sans cesse. La phase et l'amplitude du champ direct et du champ réfléchi en un point ne seront plus dans ces conditions les mêmes d'un moment à l'autre et les zones de champ intense ou de champ faible vont se déplacer.

On peut, d'une autre manière, considérer les « rayons électromagnétiques » entre émetteur et récepteur. Dans un espace homogène, ils seraient formés de segments de droites ; dans un espace hétérogène, ils se courberont ⁽¹⁾ et la forme de ces courbes (donc leur longueur) se modifiera au

(1) Cette courbure est toutefois assez faible. On a établi expérimentalement que l'angle d'arrivée des ondes sur le récepteur pouvait varier de $\pm 0,5^\circ$ environ dans le plan vertical, de $\pm 0,1^\circ$ environ dans le plan horizontal.

cours du temps, en synchronisme avec l'évolution des conditions météorologiques sur le parcours. La phase du champ électromagnétique le long du trajet direct ou du trajet réfléchi augmentant de 2π par longueur d'onde, une faible variation dans la longueur relative de ces trajets (quelques centimètres ou décimètres pour les ondes que nous considérons) peut suffire à faire passer le récepteur d'une zone privilégiée à une zone de champ faible, c'est-à-dire à causer à la réception des variations de niveaux très considérables.

De façon plus générale, toutes les fois où interféreront à la réception un certain nombre d'ondes, ayant suivi des trajets différents à partir de l'émetteur, on risquera d'avoir des fluctuations du champ reçu. Ceci peut se produire même en l'absence de réflexions sur le sol : les hétérogénéités de l'atmosphère scindent parfois le trajet direct entre l'émetteur et le récepteur en plusieurs parcours distincts de transmission. Il arrive aussi — c'est si l'on veut un cas particulier du précédent — qu'il existe entre deux couches atmosphériques élevées des discontinuités d'indices de réfraction assez importantes pour produire, au moins aux incidences presque rasantes, de véritables réflexions.

La cause la plus fréquente des évanouissements (parce qu'elle existe en permanence), et aussi celle qui entraîne les baisses de niveau les plus importantes à la réception, est l'interférence entre rayon direct et rayons réfléchis (ou diffractés) par le sol. On peut s'en affranchir, au moins pour une grande part, si on libère de tout obstacle non seulement la ligne droite reliant l'émetteur E et le récepteur R , mais encore, de part et d'autre de cette ligne, la première zone de Fresnel (fig. 6). Cette zone est définie,

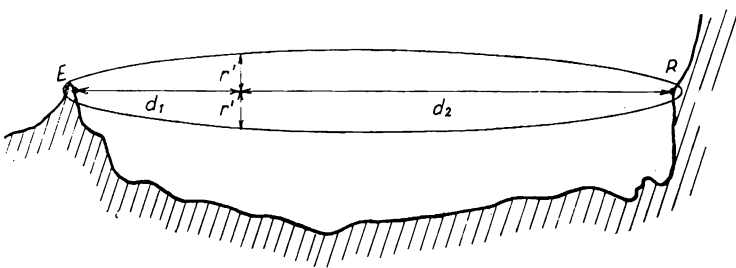


FIG. 6. — Dégagement de la première zone de Fresnel.

rappelons-le, comme étant le lieu des points M de l'espace tels que les trajets optiques EMR diffèrent au plus d'une demi-longueur d'onde du trajet direct ER . C'est un ellipsoïde de révolution de foyers E et R ($ME + MR = ER + \lambda/2$). Le rayon r' d'une section droite de cet ellipsoïde à des distances d_1 de l'émetteur et d_2 du récepteur a pour valeur,

ainsi qu'un calcul simple permet de l'établir :

$$r' = \sqrt{\frac{d_1 d_2 \lambda}{d_1 + d_2}} \quad (1)$$

Sa valeur maximum, au milieu d'une liaison, est égale à $\sqrt{\lambda d/2}$, si d est la longueur de la liaison.

Nous avons indiqué au paragraphe 9.1 certains phénomènes donnant naissance à ces discontinuités en altitude (passage de « fronts », « subsidence »).

L'expérience a montré que la variation Δl de la différence de longueur relative des différents trajets de propagation, sur des parcours en visibilité directe, ne dépassait pas en général quelques décimètres, atteignant exceptionnellement quelques mètres. La variation correspondante de la phase relative $\frac{2\pi}{\lambda} \Delta l$ est donc faible et pratiquement négligeable en ondes décimétriques et plus longues. Elle devient par contre notable en ondes plus courtes, et d'autant plus importante que la longueur d'onde est plus faible. Ceci explique que l'amplitude des évanouissements et leur durée relative augmentent lorsque l'on monte en fréquence — et aussi en général, sur des parcours de dégagement, profil et climat comparables, lorsque la distance de transmission est accrue (Δl ayant tendance à augmenter).

La répartition des évanouissements présente le plus souvent une forte variation saisonnière. En ondes centimétriques et décimétriques, les mois d'été (juillet et août) sont dans la majorité des cas les plus perturbés, du moins sur les trajets terrestres (les fadings importants étant alors limités aux heures de nuit, de 10 h du soir à 5 h du matin) ⁽¹⁾.

Sur des liaisons de portées analogues, fonctionnant sur des fréquences voisines, la dispersion des champs à la réception dépend dans une large mesure de l'emplacement des stations, de la topographie et du climat. Des liaisons longues sont parfois plus stables que des liaisons courtes.

La figure 7 reproduit quelques courbes de distribution statistique typiques des champs reçus sur des liaisons en ondes ultra-courtes, correspondant à des périodes de l'année où les fadings sont les plus fréquents.

On peut noter la bonne stabilité relative de la liaison Chasseral - Mt-Afrique, malgré la distance de 160 km.

En plus du dégagement de la première zone de Fresnel, d'autres facteurs sont favorables à la stabilité du signal reçu.

(1) En certaines régions cependant, comme la Californie, les évanouissements ne sont pas rares l'hiver, ni au cours de la journée

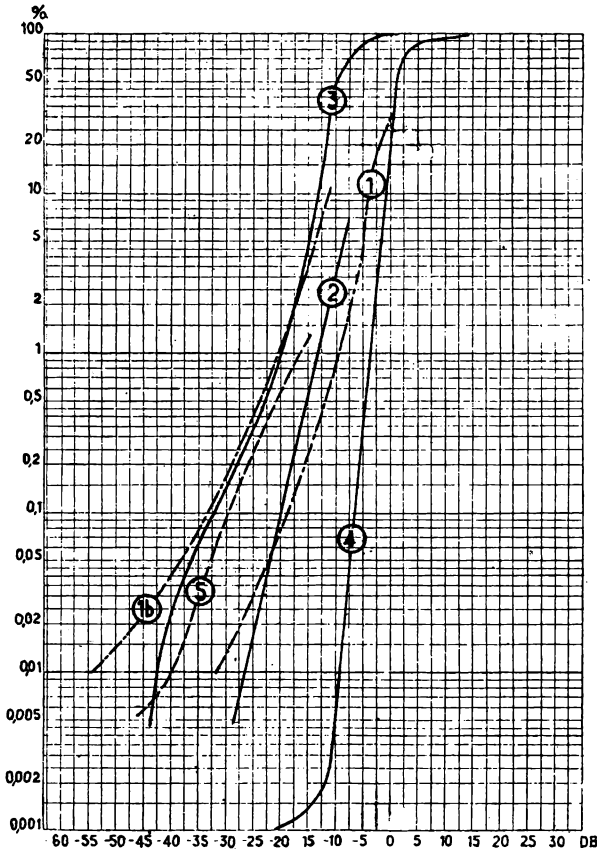


FIG. 7. — Courbes de distribution statistique du champ reçu pendant les périodes de l'année où les fadings sont les plus fréquents.

En abscisse : niveaux de champ au-dessus du niveau théorique de propagation en espace libre.

En ordonnée : pourcentages de temps pendant lesquels le champ reste inférieur aux niveaux portés en abscisse.

- 1 et 2 : courbes limites de dispersion des distributions observées sur le câble hertzien New York - San Francisco, pour le mois le plus défavorable (fréquence : 4 000 MHz ; 107 tronçons de longueur moyenne : 52 km, le tronçon le plus long ayant 93 km ; distance totale : 4 700 km).
- 3 : Liaison Mt-Chasseral - Mt-Afrique, pour les quatre semaines les plus défavorables de l'année 1952 (fréquence : 3 000 MHz ; 160 km).
- 4 : Liaison Noyers-St-Martin - La Herlière, été 1951 (fréquence : 3 150 MHz ; 76 km).
- 5 : Liaison Mont-Diablo - San Francisco (fréquence : 1 800 MHz ; 45 km) ; altitude des stations : 1 140 m et 50 m.
- 6 : Liaison Stevens - Copenhague, avril 1952 (fréquence : 10 000 MHz ; 45 km), seul cas de trajet maritime.

Nous noterons particulièrement : un mauvais coefficient de réflexion sur le sol (dû à la nature du terrain ou à son relief, les trajets maritimes étant les plus défavorables), l'existence de masques naturels atténuant le rayon réfléchi, et enfin la transmission au-dessus de régions montagneuses où la turbulence de l'air assure un brassage de l'atmosphère (cas de la liaison Chasseral - Mt-Afrique, à la figure 7).

Le lecteur trouvera dans un article de l'un des auteurs ⁽¹⁾ une étude détaillée des procédés qui peuvent être mis en œuvre pour améliorer la stabilité des liaisons, en particulier celle des faisceaux hertziens à large bande en ondes ultra-courtes comportant une chaîne de relais en visibilité directe les uns des autres. Dans les cas défavorables une réception en diversité d'espace ou de fréquence peut s'avérer nécessaire pour obtenir une stabilité suffisante.

9.3.2. Propagations anormales sur des trajets longs, sans visibilité directe. — Superréfraction

Si l'on se base sur les théories de la diffraction, le champ d'un émetteur travaillant sur ondes métriques, décimétriques ou centimétriques devrait diminuer très vite lorsque l'on franchit l'horizon. L'atténuation dans la zone de diffraction terrestre serait approximativement de :

$$\frac{0,62}{\lambda^{1/3} \text{ (m)}} \text{ dB/km ,} \quad (2)$$

qui correspond à une réduction du champ de moitié en 4,5 km pour $\lambda = 10 \text{ cm}$.

Cependant on constate parfois, et assez fréquemment dans certaines régions et à certaines saisons, des portées très supérieures à la portée optique. Ce phénomène est connu sous le nom de « propagation anormale » ou de « superréfraction ». Il se traduit par une sorte de guidage de l'énergie électromagnétique autour de la Terre. Nous avons indiqué au début de ce chapitre quelques exemples caractéristiques. Nous allons maintenant présenter une explication théorique.

L'emploi des indices modifiés N ou M nous permet, nous l'avons vu, de ramener les études de propagation à des problèmes plans. Les rayons électromagnétiques suivent alors l'équation de Descartes, dans un milieu à stratification plane :

$$N_1 \cos \phi_1 = N_0 \cos \phi_0. \quad (3)$$

Les indices modifiés N , comme les indices réels n , sont voisins de 1. De même, pour des rayons électromagnétiques peu inclinés sur l'horizon,

(1) VOGÉ J., *Onde Electrique*, juin 1954, p. 491-498.

$\cos \phi$ est voisin de l'unité (et peut être remplacé en première approximation par $1 - \frac{\phi^2}{2}$). L'équation de Descartes devient alors, si on exprime les angles ϕ en milliradians :

$$\frac{1}{2}(\phi_1^2 - \phi_0^2) = M_1 - M_0. \quad (4)$$

La figure 8 représente, en atmosphère standard, un certain nombre de rayons électromagnétiques issus d'un point d'altitude h_0 sous différentes inclinaisons.

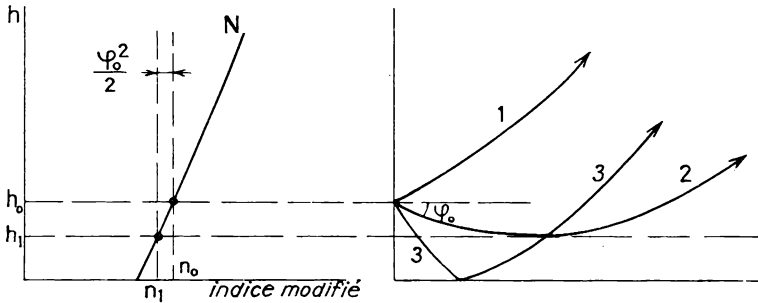


FIG. 8. — Marche des rayons en atmosphère standard, mais avec l'indice modifié tenant compte de la courbure terrestre.

Les rayons s'incurvent vers le haut. En effet, la courbure des rayons est alors positive et égale à $\frac{dN}{dh} = + \frac{3}{4a}$. Cela traduit le fait que la courbure réelle des rayons en atmosphère « standard » est inférieure à la courbure terrestre et, si l'on se ramène au cas d'un sol plan, les rayons s'éloignent donc de la surface du sol. Mais, comme on l'a déjà vu plus haut, l'atmosphère n'est que rarement « standard ».

La figure 9 montre différents types de distribution verticale de M que l'on peut observer (qui correspondent à différents types de distribution de l'indice réel n). On voit que ces distributions peuvent être sous-standard ou superstandard, les distributions superstandard pouvant même conduire à la limite à des inversions — c'est-à-dire à des couches, d'épaisseur en pratique limitée, dans lesquelles M diminue avec l'altitude. Ces couches d'inversion se rencontrent soit au sol, soit en altitude (inversion élevée).

En atmosphère sous-standard, la réfraction est moins marquée qu'en atmosphère standard, la courbure relative de la Terre par rapport aux rayons l'est davantage, et champ ou portée diminue.

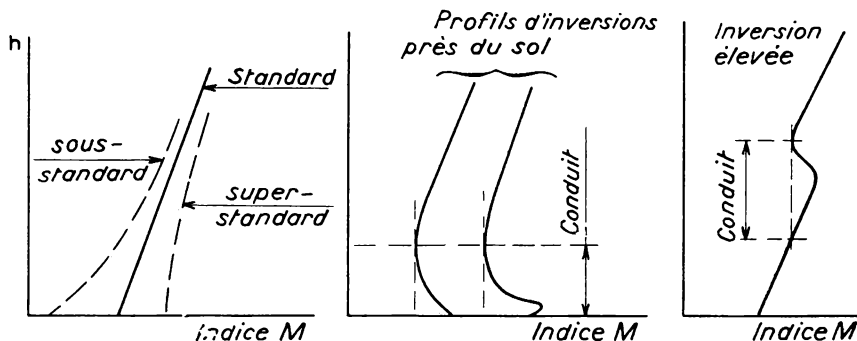


FIG. 9. — Profils de l'indice M en atmosphère non standard.

En atmosphère superstandard c'est le contraire.

De sorte que toute variation expérimentale de la portée d'un radar, par exemple, peut s'expliquer en admettant (si M n'est pas connu) que la réfraction est plus ou moins intense, ou si l'on veut, que la valeur du rayon de courbure terrestre équivalent $k a$, doit être diminuée ou augmentée. A titre d'exemple, la figure 10 montre la relation entre k et la valeur du champ

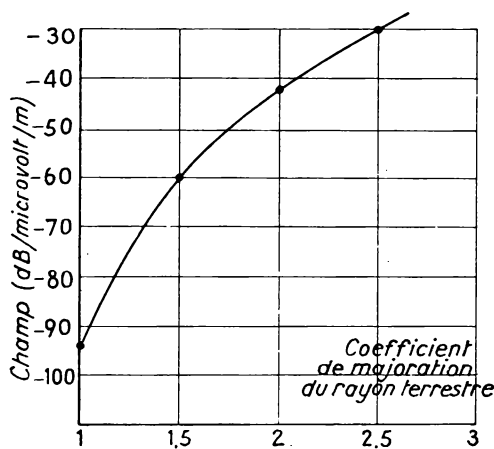


FIG. 10. — Variation du champ reçu (calculé) avec le rayon terrestre apparent.

(en dB par rapport à $1 \mu\text{V/m}$), calculée pour un émetteur de 91,4 MHz, de puissance équivalente (gain d'antenne compris) 22 dB au-dessus d'un kilowatt, d'altitude 122 m au-dessus du terrain, reçu à 315 km sur une antenne à 10 m au-dessus des obstacles environnants⁽¹⁾; on voit qu'une variation de 50 à 60 dB s'explique facilement par une dilatation du rayon apparent terrestre dans le rapport de 1 à 3. Dans d'autres cas, on va jusqu'à déduire des observations un rayon terrestre apparent 30 fois supérieur au rayon vrai (soit 180 000 km)⁽²⁾.

(1) D'après *Note préliminaire* 165 du Laboratoire National de Radioélectricité, par SAUDON; calcul d'après la méthode de DOMB et PRICE pour la liaison Wrotham-Bagneux.

(2) Voir Doc. 195 (Italie) à l'Assemblée du C.C.I.R. de Genève, 1953.

Mais les phénomènes les plus importants sont ceux qui sont produits par les couches d'inversion : les rayons électromagnétiques se propagent alors comme dans un conduit (« duct ») où ils seraient prisonniers (« trapped ») sans pouvoir en sortir, ni en dessus, ni en dessous.

Supposons en effet que l'indice modifié diminue avec l'altitude (fig. 11). ϕ diminuera également avec l'altitude et pourra même s'annuler à l'altitude h_1 définie par $M_0 - M_1 = \frac{\phi_0^2}{2}$. La courbure d'un rayon est alors dirigée vers le sol et il devient horizontal à l'altitude h_1 . Au-delà de ce point d'altitude h_1 , le rayon se prolongera à la descente vers le sol, suivant un tracé symétrique du tronçon ascendant (fig. 12).

Il y aura réflexion sur le sol et, par arceaux successifs, le rayon électromagnétique se propagera à grande distance dans la couche comprise entre le sol et l'altitude h_1 .

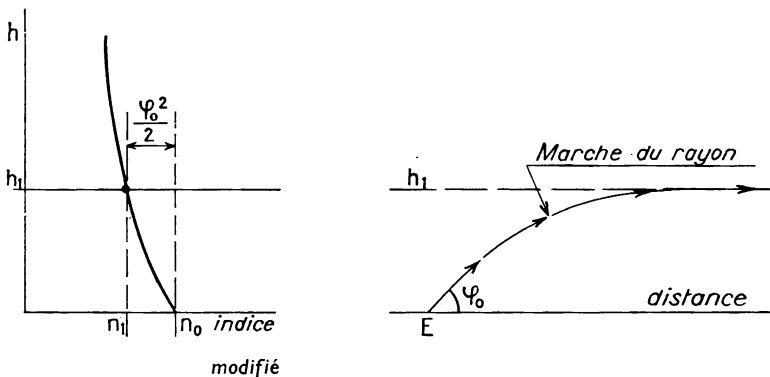


FIG. 11. — Rabattement horizontal d'un rayon par la réfraction troposphérique (au-dessus d'un sol plan).

La figure 12 correspondait au cas d'une couche d'inversion d'épaisseur h_M au-dessus du sol. Un raisonnement analogue, dans le cas d'une couche d'inversion élevée (dernier cas envisagé sur la figure 13) montrerait que le conduit dans lequel les rayons électromagnétiques sont emprisonnés s'étend alors à la zone indiquée sur le graphique. Le phénomène de guidage des ondes électromagnétiques par les couches d'inversion — connu sous la désignation de « propagation anormale » ou de « superréfraction » — explique les portées exceptionnelles observées sur ondes ultra-courtes et signalées au début du chapitre.

L'analogie avec la propagation dans les « guides » d'onde est évidente et a beaucoup frappé les spécialistes des hyperfréquences ; il ne faut pas oublier cependant une différence essentielle. Dans le guide métallique, la réflexion sur les parois a lieu quelle que soit l'inclinaison des rayons ; dans une couche d'inversion seuls des rayons partant de l'émetteur avec

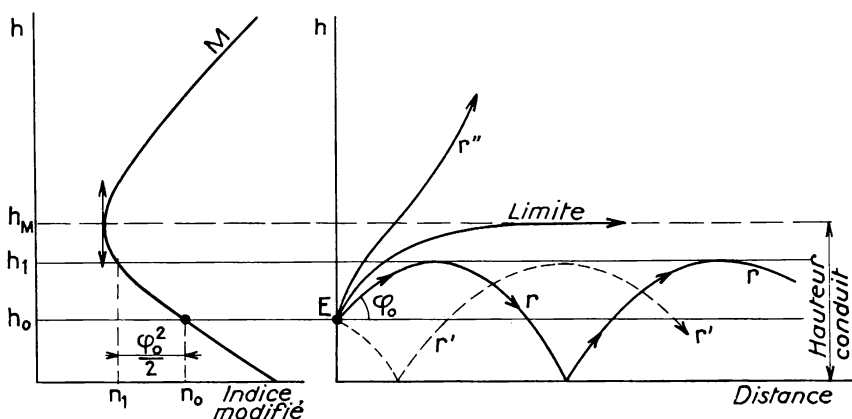


FIG. 12. — Marche des rayons dans une zone d'inversion de M (« conduit »).

des inclinaisons ϕ_0 assez faibles (tels que r et r' sur la figure 13) peuvent être guidés. Pour les autres, tels que r'' , la trajectoire ne s'incurve pas jusqu'à la tangente horizontale et ils s'échappent du conduit ; de même certains, venus de plus haut, peuvent y entrer. En pratique, seuls les rayons inclinés de moins de 1 ou $1,5^\circ$ au-dessus de l'horizon bénéficient d'une propagation anormale ⁽¹⁾. Comme dans les guides métalliques, l'étude rigoureuse du phénomène révèle l'existence d'une longueur d'onde maximum, au-dessus de laquelle cesse le guidage ; mais, alors que dans le guide métallique cette longueur d'onde de « coupure » est du même ordre que les dimensions du guide, elle est ici très inférieure à l'épaisseur du conduit atmosphérique, comme l'indique le tableau ci-dessous (que l'on doit considérer comme donnant seulement des ordres de grandeur). La théorie montre en effet que la longueur d'onde de coupure est de l'ordre du produit de l'épaisseur du guide par le sinus de l'inclinaison maximum des rayons guidés ⁽¹⁾.

D'ailleurs, il n'y a pas, à parler rigoureusement, longueur d'onde

Hauteur du « conduit » (mètres) (h_M)	Longueur d'onde maximum « guidée » (mètres)
7	0,01
23	0,1
130	1,0
700	10,0

(1) Voir les paragraphes 9.3.2.1. et 9.3.2.2.

de « coupure » très nette, mais plutôt longueur d'onde de « transition » pour les conduits atmosphériques. Au-dessus de cette longueur d'onde, l'effet de guidage s'atténue très progressivement et il peut encore modifier notablement la propagation pour des ondes nettement plus longues.

L'expérience a montré que des conduits de quelques centaines de mètres d'épaisseur existent assez fréquemment au-dessus de mers chaudes, comme l'Océan Indien autour de l'Inde, et peuvent guider les ondes de longueurs inférieures à quelques mètres avec des affaiblissements incroyablement faibles, de sorte que les portées des « radars » atteignent des valeurs stupéfiantes. Les conduits de quelques dizaines de mètres sont encore beaucoup plus fréquents. En Méditerranée, pendant l'été, les propagations anormales s'observent pendant plus de 70 % du temps.

Les conditions météorologiques favorables à la formation de couches d'inversion sont celles qui conduisent à une diminution très rapide de n avec l'altitude (avec un gradient qui soit, en valeur absolue, supérieur à $\frac{1}{a}$) .

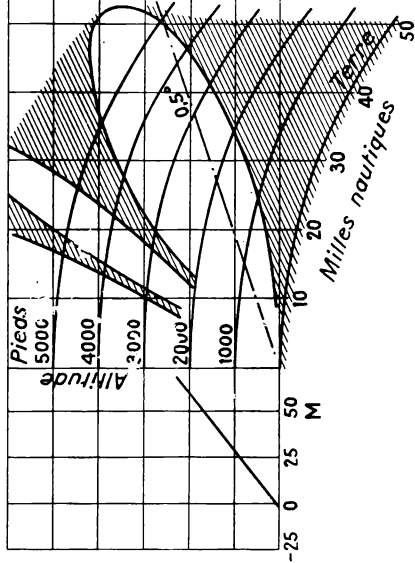
En se reportant à la formule (1) du paragraphe 9.1, ceci correspond à une diminution rapide de la pression ou de l'humidité ou à une augmentation de la température (« inversion de température ») avec l'altitude. Pratiquement, seules l'humidité et la température ont une action suffisante. Les causes les plus habituelles de couches d'inversion sont, sur terre, le refroidissement nocturne du sol, qui crée une inversion de température et, sur mer, le passage d'air chaud et sec au-dessus d'une eau plus froide. Le phénomène de subsidence peut donner lieu à couche d'inversion en altitude (air sec au-dessus d'une mer de nuages plus humide, par exemple)

La « superréfraction » n'a pas toujours une influence favorable : elle peut permettre des indiscretions sur des communications militaires ou des brouillages mutuels d'appareillages pourtant éloignés, tels qu'émetteurs de télévision ou tours de contrôle d'aérodromes opérant sur les mêmes fréquences. Elle peut aussi, en contre-partie du mécanisme de guidage, conduire à des insuffisances de détection sur les avions à haute altitude volant au-dessus du conduit ou de la couche d'inversion. Assez peu d'études ont été faites sur cette question, pourtant importante ⁽¹⁾ ; d'après VOGÉ, le rayon « direct » est plus facilement arrêté que le rayon « réfléchi par le sol », de sorte que s'il est seul, le champ peut se trouver réduit de 20, 25 dB, et même davantage, jusqu'à la disparition totale, pendant des intervalles de quelques minutes à plusieurs heures ⁽²⁾ ; par contre s'il existe un « rayon réfléchi » notable, ce qui est le cas ordinaire au-dessus de la mer, l'affaiblissement du rayon direct peut d'abord l'amener sensiblement à la même amplitude que ce rayon réfléchi, d'où possibilité de variations très rapides (« fadings ») par battements entre les deux.

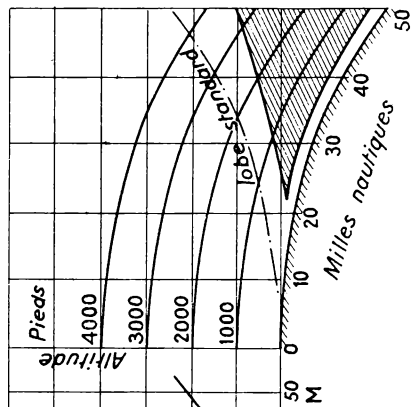
(1) PRICE, *Proc. Phys. Soc.*, 61, 1^{er} juillet 1948, pp. 59-78 ; VOGÉ, *Note préliminaire* n° 167 du Laboratoire National de Radioélectricité, 1953.

(2) BARSIS, etc., *N.B.S. Report* 2494, 1^{er} mai 1953.

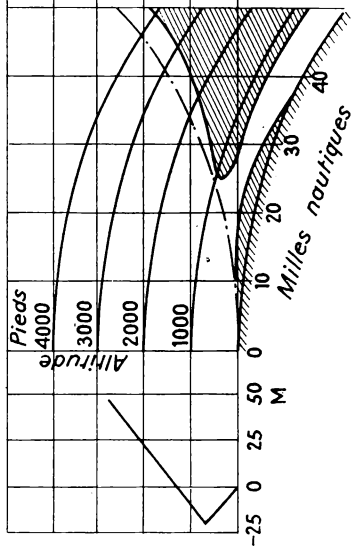
③ ATMOSPHÈRE STANDARD



④ INVERSION PRÈS DU SOL



⑤ COUCHE ÉPAISSE D'INVERSION PRÈS DU SOL



⑥ COUCHE D'INVERSION ÉLEVÉE

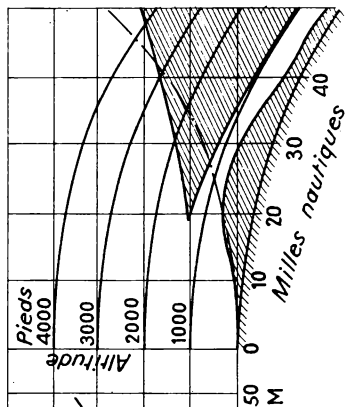


Fig. 13. — Diagrammes de couverture d'un radar suivant l'état météorologique.

L'observation systématique des variations du champ peut renseigner sur leur origine possible : c'est un des sujets d'études actuellement à la mode.

Une autre « radio-météorologie » est l'étude météorologique des couches d'inversion et la possibilité de les *prévoir*, ce qui permettrait, par contrecoup, de prévoir également les propagations anormales. L'importance de ce point de vue est évidente pour les applications militaires du radar. Aussi, vers la fin de la deuxième guerre mondiale, a-t-on commencé à distribuer aux officiers détecteurs et météorologistes des *manuels d'instructions* dans ce but. La figure 13 donne quelques exemples des « diagrammes de couverture » ainsi obtenus ⁽¹⁾ ; la répartition du champ y est présentée en fonction de la distance, en tenant compte de la courbure terrestre, l'échelle des hauteurs étant exagérée dans le rapport 40/1.

Le diagramme *a* est relatif à une atmosphère standard (croissance linéaire de M avec la hauteur), pour un radar sur l'onde $\lambda = 1,5$ m, situé à une hauteur de 30 m au-dessus de la mer ; les « lobes » de rayonnement indiquent de faibles probabilités de détection dans les zones hachurées, notamment celle inférieure.

Le diagramme *b* caractérise une « inversion » de M au voisinage immédiat du sol, et par suite la formation d'un véritable « conduit » s'étendant à plus de 50 milles nautiques ; la limite supérieure de la zone aveugle est également déplacée, à partir de son ancienne position (trait mixte), dans un sens qui réduit cette zone.

Le diagramme *c* représente la situation pour une couche d'inversion plus épaisse : les « rayons » guidés par le conduit ne retombant alors qu'à une certaine distance, il y a une « zone de silence ».

La transition est évidente avec le diagramme *d* représentant le cas d'une couche d'inversion élevée : la « zone de silence » au ras du sol s'est étendue jusqu'à ne laisser qu'un « conduit » surélevé.

Les recherches relatives à la prévision de ces propagations anormales ont continué depuis 1944, mais leurs conclusions pratiques n'ont été publiées que dans des rapports à diffusion restreinte.

9.3.2.1. Inclinaison maximum des rayons radioélectriques permettant la propagation anormale.

Considérons une couche d'inversion de surface, du type schématisé à la figure 12. Si l'on se reporte à la formule (4) du paragraphe 9.3.2., on voit que l'inclinaison maximum ϕ_M d'un rayon guidé — c'est-à-dire deve-

(1) Joint Communication Board, *Report JANP 102*, Washington, 1944 : *Tropospheric Propagation and Radio Meteorology*, Central Rad. Prop. Lab., Nat. Bureau of Standards, Washington, 1946.

nant horizontal au plus haut à l'altitude h_M — est donné par la relation

$$\phi_M \text{ (mrd)} = \sqrt{2\Delta M}$$

où ΔM est la diminution totale de M dans la couche. ϕ_M serait l'inclinaison à la surface du sol des rayons devenant horizontaux à l'altitude h_M .

Comme on l'a vu au paragraphe 9.1., la valeur de M à la surface du sol est de l'ordre de 300 unités — M , ($n - 1$ est de l'ordre de $300 \cdot 10^{-6}$). ΔM ne saurait donc excéder 300 et même, sauf cas très exceptionnel, 200. Les angles ϕ_M correspondants sont de 24,5 mrd ($1^{\circ}24'$) pour $\Delta M = 300$ et 20 mrd ($1^{\circ}9'$) pour $\Delta M = 200$. Ceci justifie le résultat énoncé au paragraphe 9.3.2.

9.3.2.2. Longueur d'onde maximum guidée dans une couche d'inversion

On peut faire une théorie rigoureuse de la propagation « guidée » dans une couche d'inversion comme dans un guide d'onde métallique ⁽¹⁾. Mais on peut aussi essayer d'en prévoir les résultats de façon plus élémentaire.

On a vu au chapitre III que, dans un guide métallique, la longueur d'onde λ , la longueur d'onde de phase de section droite λ_s et l'angle d'inclinaison Ψ sur les génératrices des normales aux plans d'ondes élémentaires constituant un mode de propagation, sont liées par la relation :

$$\lambda = \lambda_s \sin \Psi.$$

Ψ peut être quelconque, de sorte que la longueur d'onde maximum ou de coupure λ_c se confond avec la valeur de λ_s , pour le mode considéré.

Nous avons vu par ailleurs que, pour un guide donné, les valeurs maximum de λ_s sont de l'ordre des dimensions de la section droite du guide ($\lambda_c = \lambda_s = 2a$, pour un guide rectangulaire de côté a).

Dans le cas d'une couche d'inversion, l'inclinaison ϕ d'un rayon sur l'horizontale varie avec l'altitude, mais on peut s'attendre à trouver une relation analogue

$$\lambda = \lambda_s \sin \phi_m$$

ϕ_m étant une sorte de valeur moyenne de l'inclinaison entre le sol et l'altitude maximum atteinte par le rayon. Comme pour un guide métallique, la valeur maximum de λ_s sera de l'ordre de l'épaisseur h_M de la couche. Mais par contre ϕ_m est limité supérieurement et peut être au mieux une fraction de l'inclinaison maximum $\phi_m \text{ (rd)} = 2 \sqrt{\Delta M} \cdot 10^{-3}$, qui elle-même est très faible. On peut donc s'attendre à ce que la longueur d'onde maximum guidée λ'_c soit de la forme

$$\lambda'_c = \lambda_{s(\max)} \sin \phi_{m(\max)} = kh_M \sqrt{\Delta M} \cdot 10^{-3},$$

(1) Voir BOOKER et WALKINSHAW, *Meteorological Factors in Radio-wave Propagation*, p. 80, Taylor et Francis, Londres 1956 ; J. VOGÉ, *Onde Electrique*, janvier 1948, p. 29 ; mars 1948, p. 99 ou Annales des Télécommunications, juin et juillet 1948, p. 182 et 233.

où k est un coefficient numérique. Une théorie rigoureuse montre que ce coefficient dépend de la loi de variation de M avec l'altitude dans la couche d'inversion. Pour une loi de diminution linéaire, on trouve $k \simeq 2,5$.

9.3.3. Propagations normales sur des trajets longs, sans visibilité directe

Les grandes portées, liées à la superréfraction dans des « conduits », peuvent être fréquentes dans certaines régions, mais demeurent, dans l'ensemble, exceptionnelles.

L'observation prolongée à partir de 1946 de postes puissants à ondes métriques ou décimétriques (radars, télévision, radiodiffusion à modulation de fréquence) a réservé aux expérimentateurs une autre surprise. En effet, on constate que la décroissance du champ au-delà de l'horizon, après avoir été d'abord très rapide, conformément à la théorie de la diffraction, change brusquement d'allure et, à partir d'une certaine distance, n'a plus qu'une pente relativement faible : toutefois, la valeur du champ reste *très en dessous* (ordre de 40 à 100 dB) de ce qu'elle serait dans l'espace libre.

La figure 14 donne une idée de cette variation.

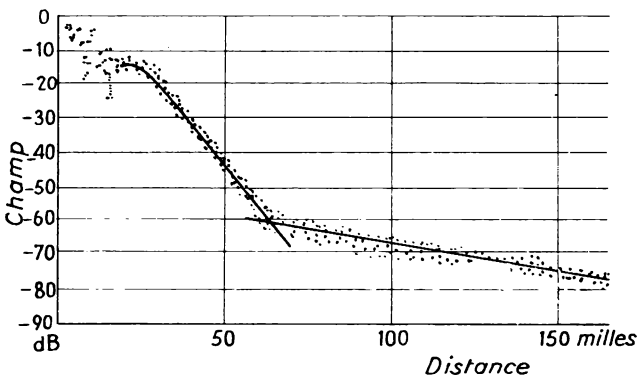
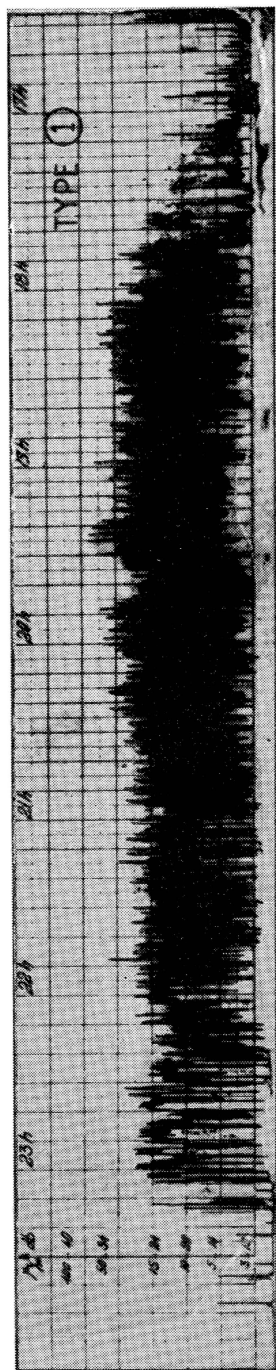
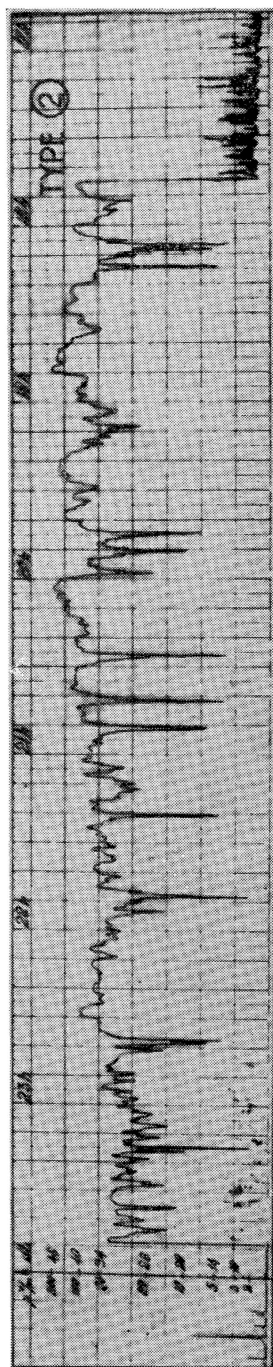


FIG. 14. — Affaiblissement avec la distance sur $\lambda = 9$ cm.
Émetteur $h_1 = 230$ m. Récepteur $h_2 = 10$ m. (U.R.S.I., Zürich, 1950).

Le champ reçu bien au-delà de l'horizon est presque toujours affecté de fluctuations rapides (les périodes moyennes, à peu près proportionnelles à la longueur d'onde, sont de l'ordre de quelques dizaines de secondes sur 3 m, d'une fraction de seconde sur 10 cm). Il y a là une différence marquée avec les champs de propagation anormale. La figure 15 montre des enregistrements de champ effectués sur un même trajet en périodes de propagation normale (figure du haut) et de propagation anormale. Le champ « anormal » est beaucoup plus stable et sensiblement plus élevé



a) Propagation normale ;



b) Propagation anormale.

Fig. 15. — Enregistrements effectués à Bagnex sur l'émetteur anglais de modulation de fréquence de Wrotham, en décembre 1952. Distance : 315 km. Fréquence : 91,4 MHz.

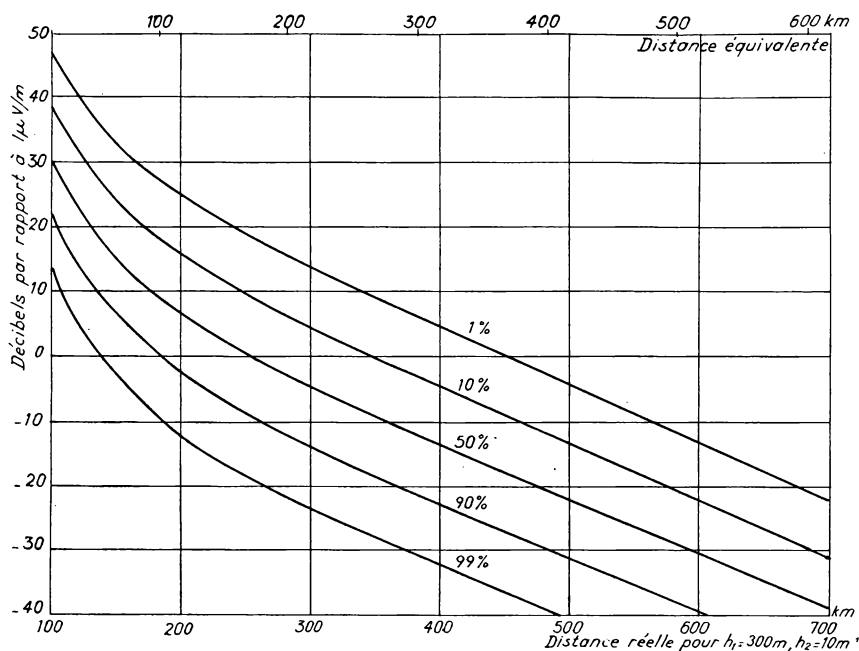


FIG. 16. — Champ reçu en décibels par rapport à $1 \mu\text{V/m}$, pour une puissance de 1 kW rayonnée par un dipôle demi-onde vertical ou horizontal. Les distances, en kilomètres, seront lues sur l'échelle du bas pour des altitudes respectives des antennes d'émission et de réception de 300 m et 10 m. L'échelle du haut correspond à la distance équivalente de non-visibilité de la liaison, qui se confond avec la distance réelle pour des aériens situés à la surface d'un sol sphérique.

(il peut être alors voisin du champ que l'on aurait à la même distance en espace libre).

Les fluctuations rapides du champ normal suivent souvent une loi de distribution bien connue en statistique, celle de Rayleigh. On observe d'autre part des variations du champ à plus long terme, caractérisées par exemple par la distribution des valeurs médianes horaires, relativement modérées et qui ont plutôt tendance à diminuer avec la distance. La figure 16 indique en fonction de la distance les valeurs de champ médian horaire dépassées pendant des pourcentages de temps donnés. Elles sont valables pour des antennes d'émission et de réception situées respectivement à des altitudes de 300 m et 10 m (cas typique pour une transmission de télévision) d'une part, ou toutes deux au voisinage du sol d'autre part.

Les courbes correspondant à des pourcentages de 50, 10 et 1 % du temps et aux altitudes de 300 m et 10 m ont été adoptées par le C.C.I.R. ⁽¹⁾ (Los Angeles, 1959) ; elles sont destinées principalement à l'étude des brouillages mutuels entre stations travaillant sur les mêmes fréquences, auquel cas la gêne est sérieuse si elle se produit de 1 à 10 % du temps: Pour assurer un trafic, il faudrait évidemment une probabilité bien supérieure, de l'ordre de 90 à 99 % du temps. Aussi avons-nous rajouté les courbes correspondantes, basées sur l'hypothèse d'une distribution symétrique des valeurs (en décibels) : 10 et 90 % d'une part, 1 et 99 % d'autre part, par rapport à la valeur médiane. Cette hypothèse semble acceptable en première approximation.

Dans le cas où les antennes d'émission et de réception seraient à des altitudes quelconques au-dessus du sol, les courbes seraient encore utilisables en se référant à l'échelle correspondant aux deux antennes au sol, à condition de remplacer la distance réelle d par une distance équivalente d_e égale à la distance de non-visibilité sur le trajet, c'est-à-dire à la distance des deux lignes d'horizon de l'antenne d'émission et de l'antenne de réception. Pour des altitudes d'aériens h_1 et h_2 au-dessus d'un sol régulier, on aurait :

$$d_e \text{ (km)} = d \text{ (km)} - 4,1 \left(\sqrt{h_1 \text{ (m)}} + \sqrt{h_2 \text{ (m)}} \right). \quad (5)$$

Quelques remarques supplémentaires sont à faire au sujet des courbes de la figure 16.

a) Les courbes sont valables pour des trajets terrestres non montagneux. Les champs observés sur des trajets maritimes paraissent plus élevés, la différence pouvant atteindre une dizaine et même plusieurs dizaines de décibels.

b) Les champs indiqués correspondent à des valeurs médianes en fonction de l'emplacement de la station de réception. La distribution des champs autour de cette valeur médiane pour un ensemble de points de réception d'une zone donnée est à peu près « logarithmique normale ». L'écart entre les champs dépassés en 50 et 90 % des emplacements peut varier de 6 à 14 dB (10 dB en moyenne) suivant le degré d'irrégularités du terrain.

c) Les courbes correspondent à des données recueillies aux Etats-Unis et en Europe occidentale — donc dans des régions de climat tempéré.

d) Les courbes sont en première approximation valables pour les fréquences comprises entre 40 et 600 MHz. Des mesures précises semblent révéler une légère diminution du champ lorsque la longueur d'onde décroît (en moyenne, à peu près en $\sqrt{\lambda}$ jusque vers 4 000 MHz).

(1) Avis du C.C.I.R. N° 312 (1959).

e) Des expérimentations récentes ont poussé bien au-delà de 700 km, jusqu'à des distances de près de 1 500 km en ondes métriques et décimétriques, sur terre et sur mer. Il ne semble pas y avoir de chute brutale du champ reçu à une certaine distance, mais une décroissance qui se poursuit régulièrement.

L'examen des courbes de la figure 16 manifeste que la décroissance des champs est bien inférieure à la décroissance prévue par les théories de la diffraction : il indique une loi de diminution voisine de $1/d^4$, correspondant à peu près à une baisse de l'ordre de 0,1 dB/km au lieu d'une décroissance exponentielle rapide en $0,62 \lambda^{-1/3}$ (m) dB/km. Les conséquences en sont importantes. Les champs de propagation normale au-delà de l'horizon en ondes ultra-courtes sont suffisants pour réaliser des liaisons permanentes de plusieurs centaines de kilomètres, à condition d'utiliser des émetteurs de grande puissance (ordre du kilowatt ou de la dizaine de kilowatts) et des aériens très directifs (on emploie des aériens à miroirs paraboliques de plusieurs mètres et parfois plusieurs dizaines de mètres de diamètre). Les gains d'antenne sont d'ailleurs, pour des raisons sur lesquelles nous reviendrons, inférieurs à ceux que l'on observerait sur des trajets en visibilité. La perte de gain devient sensible lorsque le gain théorique dépasse une trentaine ou une quarantaine de décibels.

Les fluctuations rapides du champ sont gênantes, mais peuvent être fortement atténuées, sinon complètement éliminées. Si l'on dispose à la réception deux antennes suffisamment espacées, en altitude ou perpendiculairement au trajet de propagation (espacement minimum : 25 longueurs d'onde), les variations instantanées des signaux captés n'ont plus pratiquement aucune corrélation. Une réception en diversité d'espace, combinant les signaux captés par deux ou parfois trois ou quatre antennes ainsi disposées permet une atténuation notable des fadings rapides. On peut aussi recourir à la diversité de fréquence (avec deux fréquences espacées de quelques dizaines de MHz) ou à la diversité angulaire (avec deux antennes de réception dont les axes de faisceau sont décalés symétriquement en azimut, en pratique d'une fraction de degré par rapport à l'axe de la liaison).

Un point important, en ce qui concerne l'utilisation pratique de ce mode de propagation pour la réalisation de liaisons de point à point est la largeur de bande utilisable pour la transmission, sans distorsions prohibitives, de signaux de types variés. Des essais de réception d'impulsions de courte durée, de téléphonie multivoies ou de télévision paraissent montrer que les effets de distorsion sont pratiquement négligeables dans des bandes de fréquences de plusieurs mégahertz par seconde à des distances de 300 km. Au-delà, la bande utilisable diminuerait assez rapidement avec la distance ; mais on pourrait l'augmenter dans une certaine mesure en employant des antennes de très grand gain. On a déjà transmis sur plusieurs centaines de kilomètres jusqu'à une centaine de voies téléphoniques. Des liaisons opérant entre la Floride et l'Île de Cuba et entre la France et l'Algérie avec un relais aux Baléares acheminent des programmes de télévision.

L'avènement des liaisons « transhorizon »⁽¹⁾ permet de résoudre des problèmes de communication jusque-là presque insolubles (transmissions à large bande à travers un bras de mer, ou dans des régions à faible densité de population où il ne saurait être question de placer un grand nombre de stations-relais en visibilité, distantes seulement de quelques dizaines de kilomètres : c'est le cas des territoires africains de l'ancienne Communauté Française). Les fréquences utilisées vont actuellement de 150 à 2 000 et même 4 000 MHz.

Depuis 1950, un grand nombre de théories ont été publiées pour tenter d'expliquer les champs relativement élevés (par rapport au champ de diffraction) que l'on observe sur les parcours « transhorizon ». Le phénomène est attribué souvent à une légère diffusion des ondes dans la partie de la troposphère qui est en visibilité directe à la fois de l'émetteur et du récepteur (fig. 17). La diffusion serait due à la turbulence atmosphérique qui donne naissance à des mouvements tourbillonnaires aléatoires

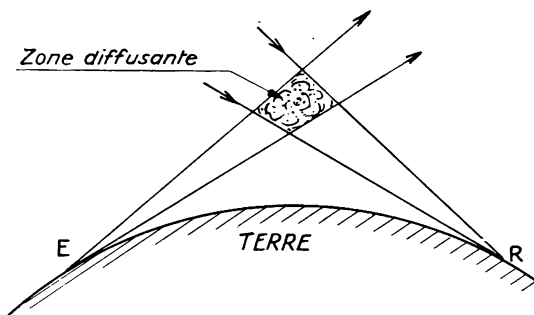


FIG. 17. — Diffusion par turbulence troposphérique.

et par là à de petites hétérogénéités locales essentiellement fluctuantes⁽²⁾. Le champ reçu proviendrait ainsi de la sommation de contributions élémentaires provenant par diffusion d'une zone étendue de l'atmosphère. Ceci expliquerait la distribution des fluctuations rapides suivant la loi de Rayleigh, cette loi apparaissant toutes les fois où le champ résulte de la superposition d'un nombre assez grand de composantes ayant les unes par rapport aux autres des phases réparties au hasard. Ceci expliquerait aussi les pertes de gain d'antenne : le champ reçu étant formé d'une sommation de champs élémentaires arrivant par diffusion sous des angles de site et des azimuts différents, le gain apparent des antennes est une sorte de gain moyen correspondant à ces différents angles d'arrivée et non le gain maximum dans l'axe du faisceau. En se basant sur des lois statistiques de la turbulence atmosphérique qui paraissent relativement justifiées, les auteurs des théories de la diffusion ont pu retrouver approximativement les lois de variation des

(1) On pourra se reporter à un article de VOGÉ et DU CASTEL, *Echo des Recherches*, n° 35, pp. 22-23 (1959), qui expose une méthode permettant d'établir un projet de liaison « transhorizon » à partir de données de propagation.

(2) X., *Proceedings of the I.R.E.*, janvier 1960, pp. 30-44, (section 2).

champs observés en fonction de la distance et de la fréquence, ainsi qu'un certain nombre de particularités caractéristiques des signaux reçus. C'est pourquoi on désigne couramment ce type de propagation comme « propagation par diffusion troposphérique ». Mais d'autres théoriciens pensent que les réflexions partielles sur un grand nombre d'éléments de surfaces quasi-horizontales de faible discontinuité que l'on rencontre couramment dans la troposphère (cf. la fig. 3) joueraient un rôle prépondérant : la réflexion partielle remplacerait la diffusion par des cellules turbulentes (1). En fait les promoteurs des deux sortes de théories ne sont peut-être pas aussi éloignés les uns des autres qu'il ne paraît au premier abord, et l'on voit peu à peu les cellules tourbillonnaires des partisans de la diffusion, d'abord sphériques, prendre une forme allongée horizontalement qui les rapproche beaucoup des éléments quasi horizontaux des partisans de la réflexion partielle.

Il faudrait également signaler, comme autres explications avancées, la diffusion par les irrégularités de la surface terrestre (2) et même l'effet de la seule hétérogénéité due à la décroissance moyenne de l'indice de réfraction avec l'altitude.

Pour en terminer avec ce type de propagation, nous noterons que des corrélations radiométéorologiques ont été observées entre les valeurs médianes horaires des champs reçus et des paramètres fonction de l'indice de réfraction atmosphérique : gradient vertical de l'indice entre le sol et 1 000 m de hauteur ($\Delta_n = n(1\ 000\text{ m}) - n_{(0)}$) ou même indice de surface ($n_s = n_{(0)} - 1$). Le C.C.I.R. conseille d'effectuer les corrections suivantes, lorsque l'on a à utiliser les courbes de la figure 16 dans des régions, autres que les régions tempérées, caractérisées par des valeurs supposées connues (d'après les statistiques météorologiques) de Δ_n ou n_s : on appliquera à la courbe 50 % une correction de :

$$-0,5(\Delta_n \cdot 10^6 + 40) \text{ dB},$$

ou, si Δ_n est inconnu, de :

$$0,2(n_s \cdot 10^6 - 310) \text{ dB}.$$

L'application de la correction aux courbes 1, 10, 90 et 99 % est plus douteuse. Le C.C.I.R. a déjà préparé des cartes (3) donnant $\Delta_n \cdot 10^6$, pour

(1) du CASTEL, MISME, SPIZZICHINO, VOGÉ, *Réflexions partielles dans l'atmosphère et propagation à grande distance*, Editions de la Revue d'Optique, Paris 1960.

(2) VOGÉ, *Note Préliminaire du Laboratoire National de Radioélectricité*, n° 178 (31 mai 1955).

(3) Rapport n° 147 du C.C.I.R. (Los Angeles, 1959).

différentes heures et différentes saisons, dans de nombreuses régions du monde. Il convient cependant d'être prudent en appliquant les corrections indiquées ci-dessus à des climats quelconques, tant que l'on n'a pas vérifié leur validité par quelques expériences directes de propagation.

9.4. ABSORPTION PAR L'ATMOSPHÈRE

Outre ses propriétés réfractantes et diffusantes, l'atmosphère peut évidemment avoir des propriétés *absorbantes*, notamment à cause de la présence de vapeur d'eau ou de l'eau liquide : nuages, brouillards (gouttelettes de diamètre 0,02 cm), pluie (gouttes de 0,01 à 0,6 cm), grêle (grains de 0,4 cm et parfois plus).

On sait que pour la lumière visible, et même pour l'infrarouge, l'absorption ainsi causée peut être considérable ; quand on a fait usage d'ondes électromagnétiques de plus en plus courtes, la question s'est donc posée de savoir à partir de quel moment cette absorption allait se manifester.

Un grand nombre de travaux théoriques et pratiques ont été faits sur cette question ⁽¹⁾. Déjà, dans les premières liaisons à ondes métriques, les aviateurs avaient noté des zones d'opacité mal définies. Ultérieurement, l'influence de la pluie, des brouillards, ... a été méthodiquement et patiemment explorée ; l'effet des gaz constitutifs de l'atmosphère a été également calculé : il y a des résonances moléculaires par changements des niveaux d'énergie des électrons sous l'effet de l'onde incidente ; les molécules se comportent comme de petits dipôles électriques ou même (pour l'oxygène) magnétiques.

Les résultats essentiels, maintenant bien confirmés, sont représentés à la figure 18 : on a, en abscisses, les fréquences et longueurs d'ondes et, en ordonnées, l'affaiblissement en décibels par kilomètre de parcours.

On distingue des bandes d'absorption de la vapeur d'eau sur 0,15 cm et 1,35 cm, de l'oxygène sur 0,5 et 0,25 cm. L'affaiblissement par les pluies (en dB/km) est à peu près proportionnel au taux de la précipitation exprimé en mm/h.

Bien qu'il y ait toujours une certaine incertitude sur la densité et la fréquence des pluies ou brouillards, il est clair que les influences perturbatrices sont rarement appréciables sur les ondes plus longues que 0,10 m ; par contre, elles le deviennent vers 0,03 m et semblent devoir être prohibitives sur ondes millimétriques, sauf dans certaines bandes étroites, à loger adroitement entre les bandes d'absorption des gaz.

(1) Voir, par exemple : FRANZ, *Hfr. Techn. El. Ak.*, mai 1940, pp. 141-143 ; QUARLES, *El. Eng.*, avril 1946, pp. 209-215 ; RYDE, *J. Inst. El. Eng.*, III A, 1946, pp. 101-103 (Radio-Location Convention) ; LAMONT, *Pr. Phys. Soc.*, 1^{er} décembre 1948, pp. 562-569 ; BURROWS, ATWOOD, *Radio Wave Propagation*, p. 50, etc. ; KERR, *Prop. of Short Radio Waves*, chap. 1 et 8 ; SAXTON, etc., *Pr. Inst. El. Eng.*, janvier 1951, pp. 26-36 (part III).

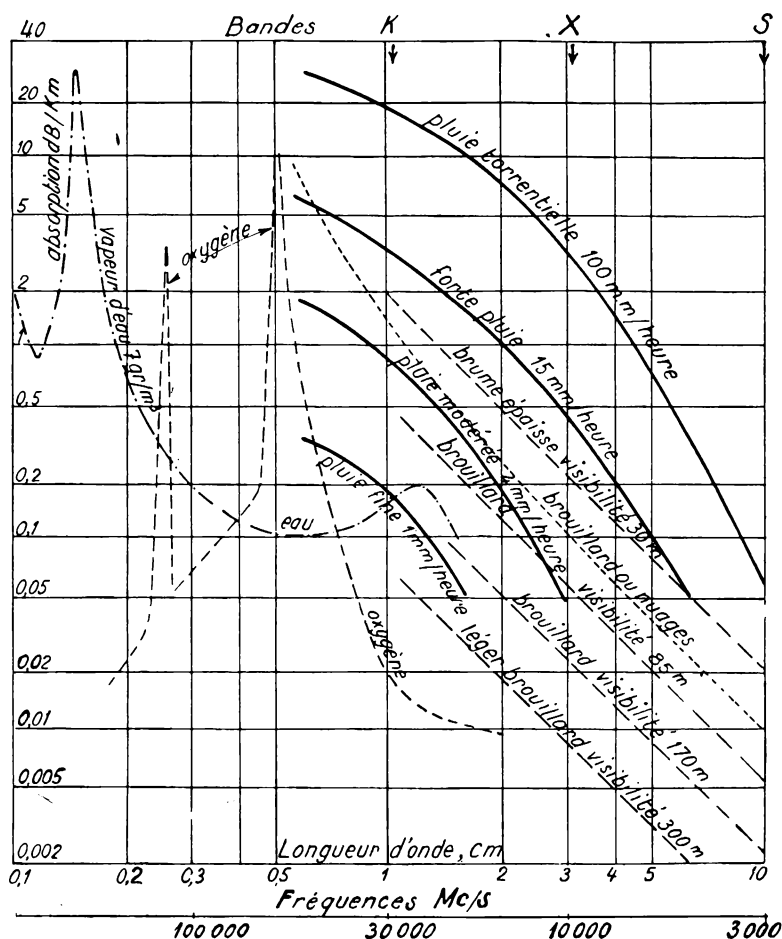


FIG. 18. — Absorption des ondes très courtes dans l'atmosphère.

Cette possibilité n'est encore que très peu utilisée et les longueurs d'onde des équipements de communication ou de radar ne descendent pas, sauf cas rare, au-dessous de 3 cm. Cependant, il peut être intéressant d'opérer en ondes millimétriques pour accroître la précision d'un radar ; on choisira alors les bandes d'absorption minimum autour de 8 mm ou, lorsque la technique le permettra, autour de 3 mm. Parfois, on désire au contraire avoir une atténuation relativement forte en fonction de la distance, par exemple dans le cas d'équipements de communication militaire à courte portée, dont on veut être sûr qu'ils ne seront pas captés à des distances

plus grandes : on se placera sur le flanc d'une bande d'absorption intense, comme celle de l'oxygène sur 5 mm.

L'absorption par les gouttelettes de pluie résulte davantage d'un phénomène de diffusion (l'énergie incidente se trouvant réfléchi dans toutes les directions) que du phénomène d'absorption proprement dite par l'eau liquide. Il en résulte qu'une partie de l'énergie diffusée est renvoyée vers l'émetteur et peut ainsi donner des échos au radar.

Lord Rayleigh avait étudié, il y a plus de cinquante ans, un problème très voisin : celui du « bleu du ciel ». Lorsque la lumière solaire éclaire les molécules d'air constituant le sommet de l'atmosphère terrestre, une partie de l'énergie solaire est diffusée par ces molécules vers la Terre. Lord Rayleigh montra théoriquement que cette énergie était proportionnelle à la quatrième puissance de la fréquence. Parmi les radiations du spectre visible ce sont celles de la région bleue, dont la fréquence est la plus élevée, qui seront les plus diffusées et le ciel paraîtra bleu. Dans le cas présent, molécules d'air et radiations solaires sont remplacées par gouttelettes d'eau et ondes ultra-courtes, mais la loi de Rayleigh reste valable. Elle s'applique au cas général de la diffusion par des sphères dont le diamètre est faible devant λ . La puissance absorbée et la puissance réfléchi vers un radar sont proportionnelles à la puissance quatre de la fréquence, du moins tant que la longueur d'onde n'est pas trop courte.

Les zones de pluies et d'orages peuvent être détectées par des radars opérant sur 10 cm, mais surtout (en raison de l'accroissement sensible du phénomène avec la fréquence) sur 5 ou 3 cm ou sur des longueurs d'onde encore plus courtes.

L'intensité des échos, exprimée en puissance reçue, croît plus que proportionnellement au taux des précipitations. Elle augmente par exemple d'environ 20 fois quand on passe de 2,5 à 25 mm/h. Les images de cyclones sont particulièrement remarquables. On y distingue très nettement ce que les navigateurs appellent « l'œil de la tempête », c'est-à-dire la zone centrale du mouvement tourbillonnaire où l'on sait par expérience que le ciel est bleu et sans nuages.

Les nuages et les brumes qui contiennent des gouttelettes d'eau très fines produisent des affaiblissements nettement plus faibles que les pluies et en général ils ne sont pas visibles au radar. Cependant, il faut rappeler qu'un nuage peut contenir des grosses gouttes qui n'arrivent pas au sol, par suite d'évaporation ou parce qu'elles se trouvent dans un courant ascendant rapide. Des nuages presque invisibles à l'œil donnent parfois à cause de cela des échos importants sur un radar, alors que de gros cumulus ne sont pas détectés.

Les nuages que l'on peut déceler au radar sont surtout — et cela est heureux — les cumulo-nimbus. Ces nuages sont ceux qui donnent lieu aux précipitations les plus intenses, en particulier dans les climats tropicaux ; les décharges orageuses très violentes qui éclatent à leur intérieur où entre

eux et le sol, et la turbulence considérable qui y règne, rendent la navigation aérienne, surtout la nuit, très dangereuse. De plus, ces nuages, qui atteignent un développement vertical allant jusqu'à 10 à 13 000 m dans les régions tropicales, se déforment avec une grande rapidité ; leur sommet peut s'élever à la vitesse de plusieurs centaines de mètres par minute et un nuage se désagréger en moins d'une demi-heure. Dans certains cas, au contraire, surtout sur mer, ils peuvent persister des heures durant. En détectant à distance les cumulo-nimbus, en même temps que les pluies et orages, le radar peut rendre à la navigation aérienne — surtout la nuit — des services importants. Il a aussi permis de sensibles progrès dans l'étude météorologique des mécanismes de formation des précipitations atmosphériques — naturelles ou provoquées artificiellement.

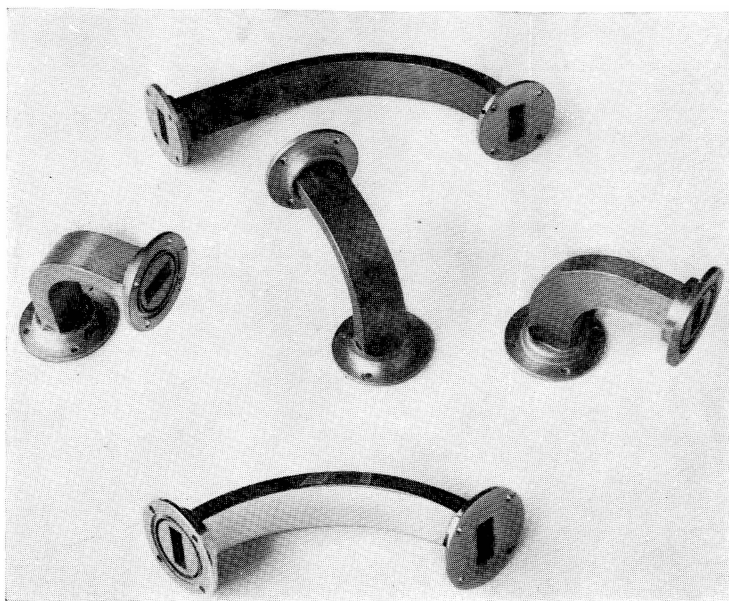
Un dernier point mérite d'être signalé : l'emploi de la polarisation circulaire semble, dans bien des cas, réduire très sensiblement l'intensité des échos de pluie. Ce procédé est utilisé pour éliminer l'effet de masque produit par une zone pluvieuse sur la détection de bateaux ou d'avions.

Dépôt légal : 1^{er} trimestre 1963

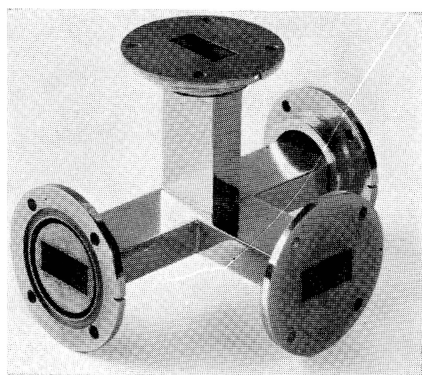
N° d'Editeur : 1549

D.L. Imprimeur N° 975-I-63 — Imprimé en France

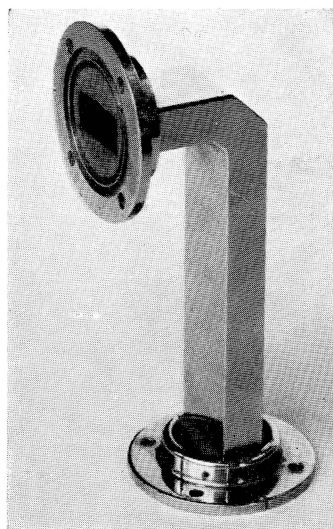
Imprimerie Marcel Bon - Vesoul



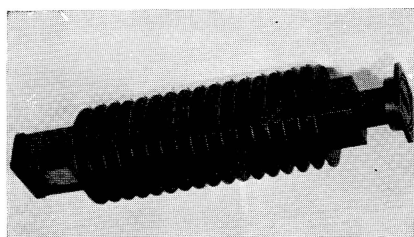
I. - Éléments de guide d'onde rectangulaire (Cl. C.F.T.H.)



(Cl. C.F.T.H.)
2. - T. magique

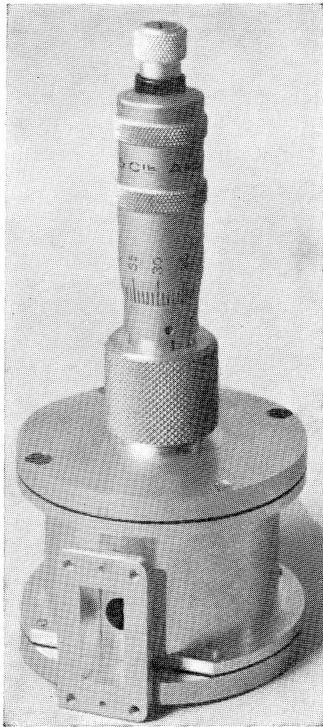


(Cl. C.F.T.H.)
3. - Coude à 90°



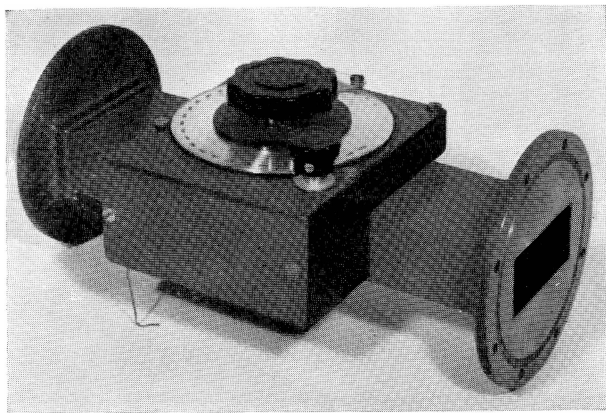
(Cl. C.F.T.H.)
4. - Charge terminale dissipative
(3 cm - 60 kW)

PLANCHE II



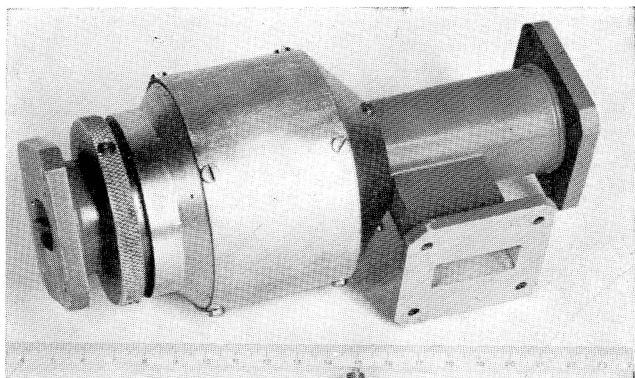
(Cl. C.F.T.H.)

5. - Ondemètre à cavité
résonnante ($\lambda = 3$ cm)

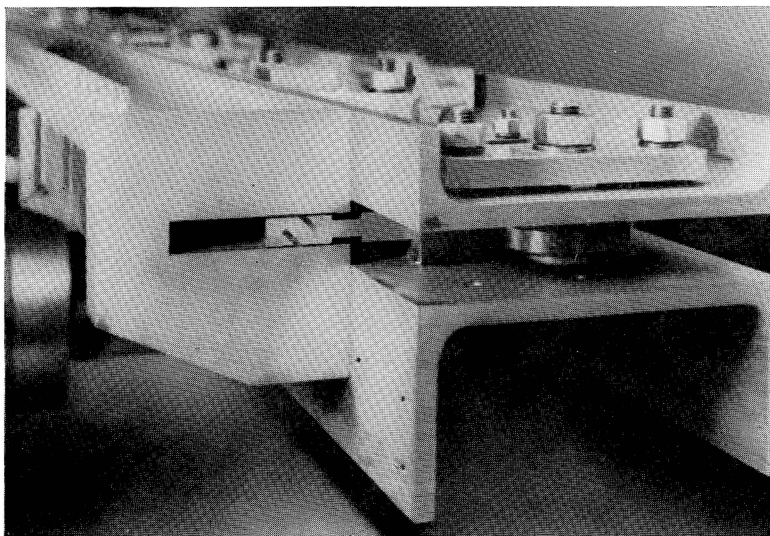


(Cl. C.F.T.H.)

6. - Atténuateur variable ($\lambda = 10$ cm)

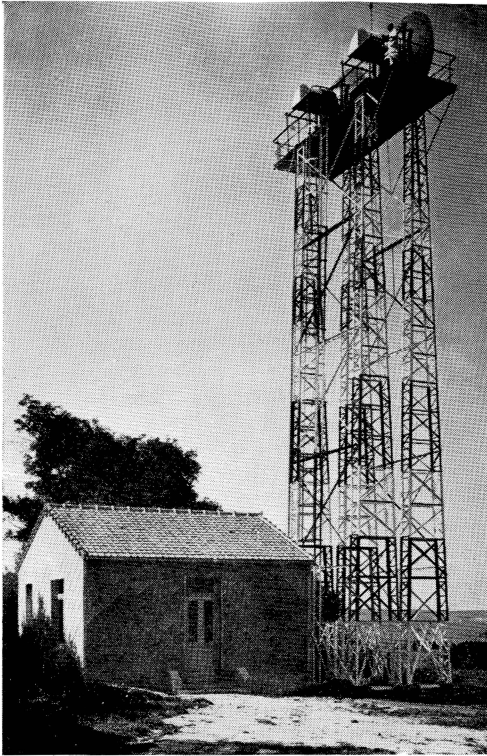


7. - Gyrateur à ferrite (Cl. C.S.F.)



(Cl. C.F.T.H.)

8. - Antenne de radar d'atterrissage
(Le guide à largeur variable permet le balayage du faisceau rayonné)



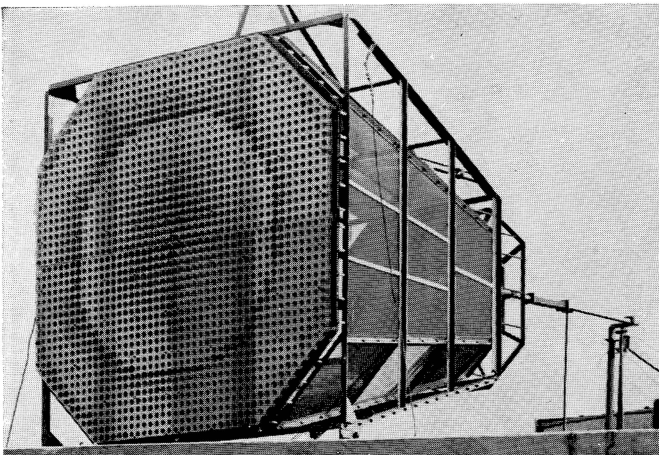
(Cl. L.C.T.)

9. - Réflecteurs paraboliques sur pylônes de la station de St-Inglevert
(Liaison sur 17 cm établie en 1931
au-dessus du Pas-de-Calais)



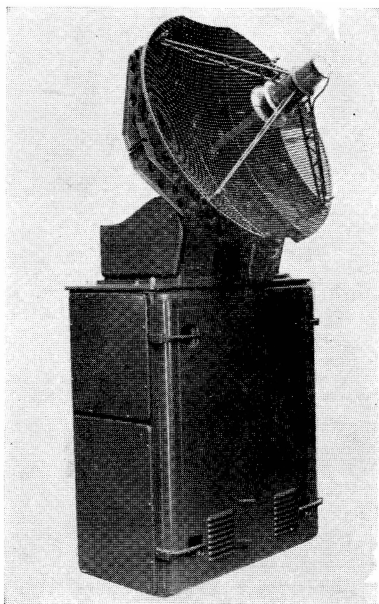
(Cl. C.S.F.)

10. - Tour du faisceau hertzien de Dijon avec aériens à lentilles électromagnétiques
(Voir détail photo 11)



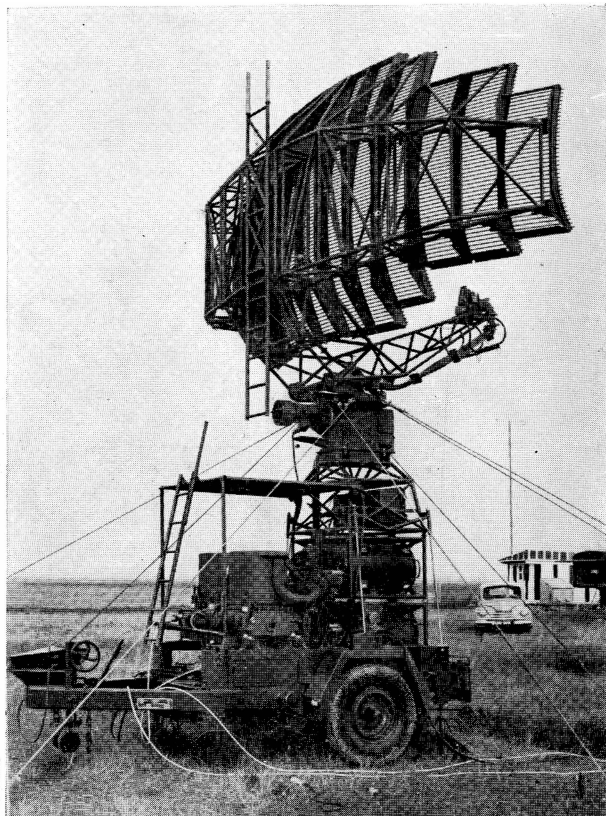
(Cl. C.S.F.)

11. - Aérien à lentille électromagnétique pour faisceau hertzien (Vue avant)



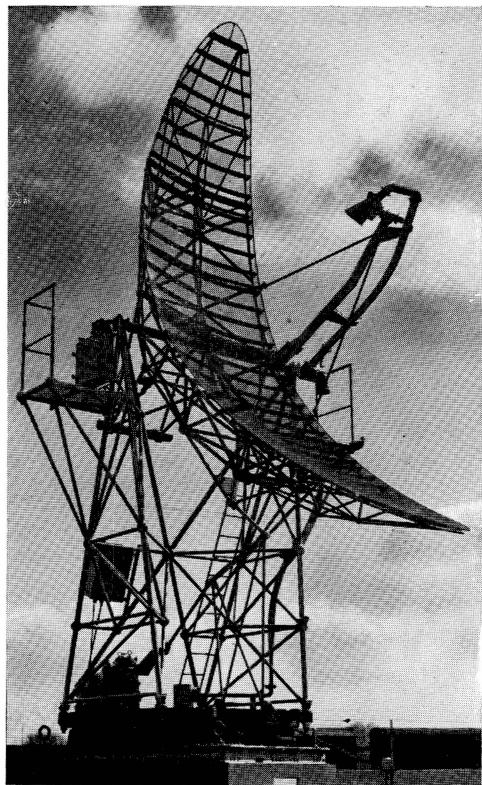
(Cl. S.F.R.)

12. - Antenne parabolique
de radar de conduite de tir



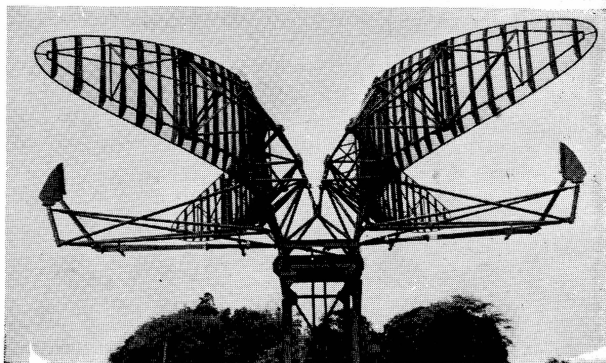
(Cl. S.F.R.)

13. - Aérien de radar mobile



(Cl. C.F.T.H.)

15. - Antenne de site
($\lambda = 10 \text{ cm}$ - 1 MW)



(Cl. C.F.T.H.)

14. - Aériens dos à dos pour couverture radar basse
et moyenne ($\lambda = 10 \text{ cm}$ - 1 MW)

ÉDITIONS DE LA REVUE D'OPTIQUE

3 et 5, boulevard Pasteur, Paris (XV^e)

- BRILLOUIN (Léon), COUFFIGNAL (Louis). — **Les grandes machines mathématiques** - Première partie : **Les machines américaines** - Deuxième partie : **Les travaux français** - Vol. 21 × 30, de II-27 pages, avec 15 fig., 1947. Introduction de Joseph PERES épuisé
- ANGOT (André). — **Compléments de mathématiques pour ingénieurs de l'électrotechnique et des télécommunications**. — 4^e édition. Vol. 16 × 25, de X-836 pages, avec 357 fig., 1961. Préface de Louis de BROGLIE Prix : cartonné : 65 F
- BLANC-LAPIERRE (André), KUHNER (Maxime), LAPOSTOLLE (Pierre), JESSEL (Maurice), WALLAUSCHEK (Richard). — **Etude et réalisation d'amplificateurs à onde progressive à hélice**. - Vol. 21 × 30, de II-50 pages, avec 86 fig., 1948. Introduction de Georges GOUDET Prix : 3 F
- JOUAUST (Raymond). — **Diélectriques solides**. - Vol. 21 × 30, de II-78 pages, avec 47 fig., 1949. Préface d'Aimé COTTON Prix : 6 F
- GOUDET (Georges), VOGÉ (Jean). — **Rayonnement et propagation des ondes électromagnétiques de courte longueur d'onde** - Vol. 21 × 30, de 103 pages, avec 179 fig., 1948 Prix : 6 F
- GOUDET (Georges). — **Les télécommunications par ondes centimétriques**. - Vol. 21 × 30, de I-139 pages, avec 113 fig., 1950 Prix : 6 F
- DELBORD (Yvon). — **Les normes de télévision**. - Vol. 21 × 30, de 38 pages, avec 32 fig., 1950 Prix : 3 F
- COLOMBO (Serge). — **L'utilisation du calcul symbolique dans la recherche mathématique**. - Vol. 21 × 30, de 22 pages, avec 6 fig., 1950 Prix : 2 F
- Cahiers d'Acoustique**. Organe du Groupement des Acousticiens de Langue Française (G.A.L.F.)
- Tome I, 1948-1949. - Vol. 21 × 30, de VIII-112 pages, avec 120 fig. Prix : 6 F
- Tome II, 1950. - Vol. 21 × 30, de VIII-122 pages, avec 96 fig. Prix : 8 F
- Tome III, 1951. - Vol. 21 × 30, de VIII-100 pages, avec 130 fig. Prix : 8 F
- Tome IV, 1952. - Vol. 21 × 30, de VIII- 55 pages, avec 53 fig. Prix : 4 F
- Tome V, 1953. - Vol. 21 × 30, de VIII- 98 pages, avec 102 fig. et tabl. Prix : 8 F
- Tome VI, 1954-1955. - Vol. 21 × 30, de VIII-100 pages, avec 113 fig. Prix : 10 F
- Tome VII, 1956-1957. - Vol. 21 × 30, de VIII-88 pages, avec 132 fig. Prix : 15 F
- Tome VIII, 1958-1959. - Vol. 21 × 30, de VII-164 pages, avec 180 fig. Prix : 20 F
- Colloque International d'Acoustique architecturale** (Marseille 11-17 avril 1950). - Vol. 21 × 30, de 164 pages, avec 163 fig. Prix : 12 F
- GOUDET (Georges), KUHNER (Maxime), LAPOSTOLLE (Pierre), CLOSTRE (Pierre), WALLAUSCHEK (Richard), PICQUENDAR (Jean-Edgard), CHAVANCE (Pierre), MOUTTE (Louis). — **Deux tubes à onde progressive pour câbles hertziens**. - Vol. 21 × 30, de 54 pages, avec 106 fig., 1952 Prix : 3 F
- JACOT (Henri). — **Théorie de la prévision et du filtrage des séries aléatoires stationnaires selon Norbert WIENER**. - Vol. 21 × 30, de 29 pages, avec 9 fig., 1952.... Prix : 3 F
- Tables des fonctions associées de Legendre**. [Fonction associée de première espèce $P_n^m(\cos \theta)$]. Premier fascicule. - Vol. 21 × 30, de XXI-292 pages, avec 7 planches, 1952.. Prix : 30 F
- Deuxième fascicule. - Vol. 21 × 30, de XII-640 pages, avec 3 planches, 1959 Prix : 56 F
- BORG (H.). — **Théorie des circuits impulsionsnels. Applications aux télécommunications, au radar et à la télévision**. - Vol. 21 × 30, de VIII-194 pages, avec 182 fig., 1953, Préf. d'Yves ROCARD Prix : 20 F
- BAYARD (Marcel). — **Théorie des réseaux de Kirchhoff. Régime sinusoïdal et synthèse**. - Vol. 21 × 30, de XV-414 pages, avec 315 fig., 1954. Préface du Dr E. WEBER épuisé
- ROUBINE (E.). — **Lignes et antennes**. — Quatre tomes à paraître. Tome I : **Introduction générale. Lignes en haute fréquence**. - Vol. 21 × 30, de VIII-172 pages, avec 161 fig., 5 tabl. et 24 réf. bibl., 1954. Préface de Pierre BESSON épuisé
- ROBIN (Louis). — **Propagation d'ondes électromagnétiques quelconques dans deux ou plusieurs milieux successifs**. - Vol. 21 × 30, de 158 pages, avec 2 fig., 1944 Prix : 16 F
- LE GALL (Pierre). — **Les calculs d'organes dans les centraux téléphoniques automatiques modernes** - Vol. 21 × 30, de 76 pages, avec 21 fig., 3 tabl. et 27 réf. bibl. 1959. Prix : 8 F
- DU CASTEL (François), MISME (Pierre), VOGÉ (Jean), SPIZZICHINO (A.). — **Réflexions partielles dans l'atmosphère et propagation à grande distance** - Vol. 21 × 30, de 71 pages, avec 66 fig., 11 tabl. et 69 réf. bibl. 1960. Prix : 8 F

ÉDITIONS DUNOD

92, rue Bonaparte, Paris (VI^e)

- PIMONOW (Léonid). — **Vibrations en régime transitoire**. Analyse physique et physiologique. - Vol. 16 × 25, de X-360 pages avec 227 fig., 1962. Préface de L. de BROGLIE relié toile Prix : 72 F
- LE GALL (Pierre). — **Les systèmes avec ou sans attente et les processus stochastiques**. - Vol. 16 × 25, de XIV-486 pages, avec 41 fig., 1962. Préface de P. MARZIN. relié toile Prix : 76 F